

# Simulação de Algoritmos para Equalização de Sinais Áudio

António Ricardo Silva, Filipe Bento e José Vieira

**Resumo-** Este trabalho pretende analisar a viabilidade de um equalizador totalmente digital para aplicação em sistemas áudio. São abordadas duas arquitecturas : uma utilizando filtros FIR e outra com filtros IIR. As vantagens e desvantagens de cada uma das arquitecturas serão discutidas. São também apresentados e comparados os resultados obtidos com cada uma das abordagens.

**Abstract-** This paper analyses the possibility of designing an all digital audio equalizer. Two approaches are discussed : one uses FIR filters and the other uses IIR filters. The advantages and disadvantages of each one of these architectures are discussed as well. Finally, we will present and compare the results.

## I. INTRODUÇÃO

### A. Enquadramento do trabalho

Este trabalho insere-se no estudo de viabilidade de um equalizador totalmente digital para ser utilizado em sistemas áudio a colocar no mercado por uma conceituada marca da especialidade.

### B. Filtros Digitais

Existem basicamente dois tipos de filtros digitais : os filtros de resposta impulsional finita (Finite Impulse Response - FIR) e os filtros de resposta impulsional infinita (Infinite Impulse Response - IIR). Os primeiros caracterizam-se por a transformada de Z da sua resposta impulsional só ter zeros, pelo que são sempre estáveis. Podem ter resposta em fase linear - e atraso de grupo constante - factor importante em aplicações áudio. A sua principal desvantagem consiste em necessitarem de um elevado número de coeficientes para garantirem bandas de transição muito estreitas.

A transformada de Z da resposta impulsional de um filtro IIR tem polos e zeros, pelo que podem ser instáveis em determinadas condições. A principal desvantagem destes filtros reside no facto da fase não ser linear. No entanto,

necessitam de um número muito inferior de coeficientes para as mesmas especificações em frequência que os filtros FIR.

Ao longo deste estudo foram projectados, simulados e comparados dois equalizadores de características exteriores semelhantes, mas com estruturas internas diferentes. A principal diferença entre eles reside no facto de utilizarem tipos de filtros diferentes : um utiliza filtros FIR e o outro utiliza filtros IIR.

## II. ARQUITECTURA

Os Equalizadores projectados têm arquitecturas diferentes. Um deles utiliza filtros FIR e decimação/interpolação, enquanto o outro utiliza filtros IIR e um processamento paralelo. Designaremos estes dois equalizadores por EFIR e EIIR. Segue-se uma pequena descrição de cada uma delas.

### A. Arquitectura EFIR

O EFIR tem uma estrutura em árvore, sendo o sinal de entrada dividido em duas bandas. Destas duas, a banda superior é multiplicada pelo respectivo ganho e a inferior é decimada e dividida novamente em duas bandas. Esta operação será repetida até se obterem o número de bandas pretendidas.

Após ter sido efectuada a separação do sinal nas várias bandas de frequência e terem sido aplicados os vários ganhos, procede-se ao reagrupamento do sinal. É feita a compensação dos atrasos introduzidos pelos filtros pelo facto de se trabalhar a frequências de amostragem distintas em cada banda. Será ainda efectuada a operação de interpolação, e respectiva filtragem, para repor a frequência de amostragem original e permitir o reagrupamento do sinal já equalizado. A Fig. 1 mostra um equalizador de cinco bandas que utiliza esta arquitectura. São utilizados três tipos de filtros: filtro decimador (DC), filtro interpolador (IT) e filtro passa-alto (HP). A Fig. 2 mostra uma aproximação da resposta em frequência destes três filtros.

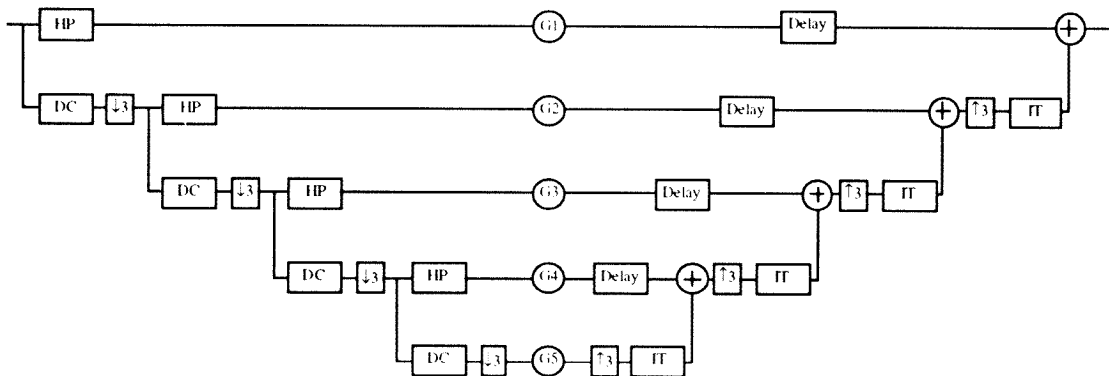


Figura 1 - Arquitectura EFIR

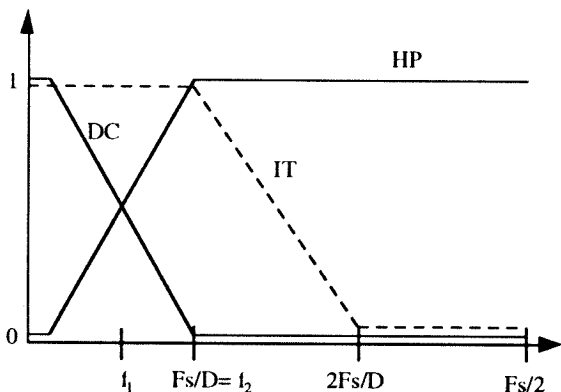


Figura 2 Filtros do EFIR

Os filtros HP e DC dividem as bandas simetricamente em torno da frequência  $f_1$ , e o filtro IT elimina as réplicas geradas na operação de interpolação. Quando os ganhos em todas as bandas tomam o valor 1, o sinal à saída do equalizador será igual ao sinal de entrada, a menos de um atraso constante e de ruído.

**B. Arquitectura EIIR**

No que toca ao desenho do EIIR (Fig. 3), é importante realçar a utilização de um conceito que, embora não sendo muito inovador, é bastante prático. Este conceito visa eliminar o incómodo *ripple* resultante da não continuidade entre bandas e da sua soma, presente nos equalizadores convencionais. Nestes, conseguia-se uma diminuição do ripple "sacrificando" a ordem dos filtros, tornando todo o processo de computação bastante lento devido à complexidade introduzida pelo aumento da ordem dos filtros. Com este novo conceito, o sinal resultante à saída não é a soma dos sinais resultantes da filtragem pelas diferentes bandas, mas sim a soma ou subtração destes em relação ao sinal de entrada. Isto é, o sinal de entrada está sempre presente na saída, sendo amplificado ou atenuado conforme a equalização desejada nas frequências relativas às bandas escolhidas. Conclusão: se todos os ganhos forem 0, então o sinal de entrada está presente à saída sem ter sido minimamente alterado. Se se desejar dar ênfase ou atenuar uma dada banda ou bandas, isto poderá ser feito alterando o ganho dessa banda, continuando as outras frequências inalteradas (sem ripple).

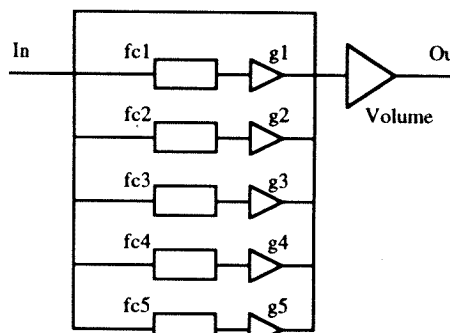


Figura 3 Arquitectura EIIR

**III. CARACTERÍSTICAS EXTERNAS**

As características externas (frequências centrais e nº de bandas) do equalizador, foram escolhidas após uma pesquisa de equalizadores de várias marcas e tendo em conta as limitações impostas pela arquitectura do EFIR. No estudo efectuado, procurámos saber qual o nº de bandas, bem como as frequências centrais mais utilizadas. A primeira decisão foi, como é natural, a escolha do número de bandas, de modo a dar ao equalizador o aspecto necessário para se tornar comercial (objectivo final do produto em investigação). Pelos dados adquiridos, a maioria dos equalizadores possuía um número de bandas menor do que 10.

Inicialmente, implementámos os equalizadores EFIR e EIIR com especificações diferentes, porque nesta fase do estudo procurávamos saber até que ponto poderíamos ir as nossas expectativas. Assim, ao longo deste percurso, ficaram para trás várias etapas. Destas salientamos a simulação de equalizadores com 10, 7 e 5 bandas para o EIIR e 8,7 e 5 bandas para o EFIR, diferentes valores para as frequências centrais de cada banda, e de um modo geral diferentes características dos filtros a utilizar. Nesta altura, evidenciou-se uma grande desvantagem dos equalizadores de desenho FIR sobre os de desenho IIR: a escolha das frequências está restringida a valores resultantes das operações de interpolação e decimação, enquanto nos de desenho IIR, qualquer frequência é possível. Um outro problema, reside no facto de no EFIR, quando aumentamos o número de bandas, os atrasos se

TABELA I  
Alguns equalizadores existentes no mercado

Equalizador	Bandas	Frequências centrais (Hz)									
		100		250		500		1K		2K	
PHILIPS	3	250		4K		16K					
GRUNDIG	3	100		1K		10K					
ATLANTIS	4	150		500		3K		8K			
PIONEER	5	100	330	1K	3.3K	10K					
SONY	5	100	400	1K	4K	12K					
SANSUI	5	100	350	1K	3.5K	10K					
PHILIPS	5	63	250	1K	4K	10K					
SHARP	5	63	250	1K	4K	16K					
ATLANTIS	5	100	300	1K	3K	10K					
AUDIOSONIC	5	60	250	1K	4K	10K					
OMEGA	5	100	310	1K	3.1K	10K					
TECHNICS	7	63	160	400	1K	2.5K	6.3K	12.5K			
SONTEC	10	100	180	310	550	1K	1.8K	3.1K	5.5K	10K	16K
PHILIPS	10	31	63	125	250	500	1K	2K	4K	8K	16K

TABELA II  
Características dos equalizadores

BANDA	Frequências Centrais (Hz)
1	84
2	335
3	1004
4	3014
5	13285

tomarem incomportáveis para aplicações em tempo real. Com 7 bandas e decimação por 3, o atraso era da ordem dos 400 milissegundos! Entende-se como aplicação em tempo real, por exemplo, a situação em que se exige sincronismo entre imagem e som.

Depois de uma análise mais detalhada, tendo em atenção estas limitações, e para se poder proceder a um teste comparativo, decidimos optar por um equalizador de cinco bandas para versão "oficial" da nossa investigação, sendo este o modelo a utilizar em futuros trabalhos (como por exemplo a sua implementação no DSP 56004). Assim, decidimos simular um equalizador com cinco bandas e com as frequências centrais indicadas na Tabela I. Este modelo é utilizado tanto no EFIR como no EIIR.

#### IV. MODELO FINAL

A simulação do equalizador final foi independente para os dois tipos de equalizadores (EFIR e EIIR). Todas as experiências foram efectuadas separadamente, apesar de ser mantido algum diálogo entre os dois executantes, de modo a permitir que os resultados obtidos fossem comparados e actualizados. A simulação foi feita utilizando o programa *MatLab*®, tendo sido desenvolvido ao longo do trabalho um conjunto de funções que se prestassem à simulação dos equalizadores pretendidos.

##### A. Equalizador EFIR

Nesta arquitectura, enfrentámos alguns problemas que influenciaram decisivamente a versão final do equalizador. Em primeiro lugar, e como já referimos, utilizando esta arquitectura baseada em decimações e interpolações, não é muito viável a execução de um equalizador com mais de 5 bandas. Vejamos um pequeno exemplo. Utilizando decimações e interpolações por 2 e 7 bandas de frequência, teríamos as frequências centrais na ordem dos 15KHz, 5.8KHz, 2.9KHz, 1.5KHz, 720Hz, 360Hz e 120Hz (valores aproximados). A utilização destes valores de frequências centrais não é muito comercial, visto controlar pouco as baixas frequências. O atraso de grupo ronda os 50 ms, valor aceitável para áudio. Utilizando decimações por valores superiores vamos aumentar o atraso de grupo, entrando em valores não aconselháveis para este tipo de aplicações (utilização em tempo real).

Assim, depois de termos decidido realizar um equalizador de cinco bandas e decimação por 3, surgiu um novo problema: qual o valor de  $f_1$  (Fig. 2) a utilizar nos filtros DC e HP? Depois de uma fase de estudo, chegámos ao valor  $0.1025 \cdot F_s$ , que dá origem aos valores mencionados anteriormente para as frequências centrais, além das frequências inferior e superior de cada banda apresentadas

na Tabela II. Este equalizador tem ainda uma característica especial: controla todas as frequências a partir dos 0Hz.

O terceiro problema que encontrámos foi decidir onde e como calcular os filtros. Possuíamos algumas "ferramentas" para fazer esse cálculo, mas decidimos utilizar a função *Remez* do *MatLab* para o fazer. Esta escolha deveu-se a três factores: em primeiro lugar, os filtros são muito fáceis de obter; em segundo, quando precisamos de fazer uma pequena alteração a um filtro, isso pode ser feito dentro do programa, evitando o cálculo externo ao *MatLab* e consequentemente um novo *import* para este; a terceira deveu-se ao facto de se pudermos controlar as características dos filtros de um modo muito simples. Apesar disto, o programa por nós desenvolvido contempla a hipótese de carregar filtros externos ao *MatLab* se o utilizador assim o desejar.

A escolha da ordem dos filtros, da frequência  $f_1$  (Fig. 2) e da banda de transição dos filtros DC e HP foi feita tendo como objectivo conseguir que o equalizador tivesse um *ripple* inferior a 0.1dB, considerando ganhos unitários em todas as bandas e resposta a impulso.

Os melhores resultados foram conseguidos utilizando filtros com as características incluídas na Tabela IV (o valor 1 na coluna da Frequência normalizada corresponde a metade da frequência de amostragem).

Utilizando estes filtros, obtivemos um *ripple* máximo de 0.084 dB à saída do equalizador, considerando ganhos unitários e resposta a impulso, o que dá um valor inferior a 0.1 dB em toda a gama de frequências (0 ~ 22050 Hz), tal como pretendíamos.

TABELA III  
Frequências do EFIR

Banda	Frequência inferior (Hz)	Frequência superior (Hz)	Frequência central (Hz)
1	0	167	84
2	167	502	335
3	502	1507	1004
4	1507	4520	3014
5	4520	22050	13285

TABELA IV  
Características dos filtros HP, DC e IT

Filtro	Frequência normalizada ( $F_s=2$ )	Amplitude
Passa alto	0	0
	0.15	0
	0.26	1
Ordem : 51	1	1
	0	1
	0.15	1
Decimador	0.26	0
	1	0
	0	0
Interpolador	0.26	0
	0.4066	1
	1	1

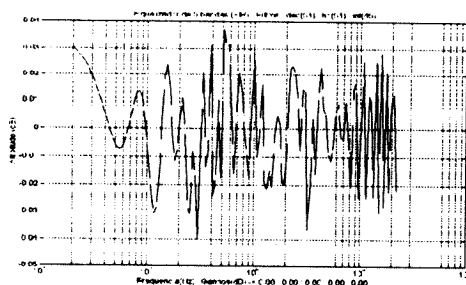


Figura 4 EFIR : Resposta em amplitude

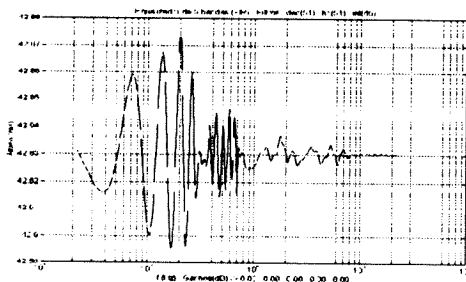


Figura 5 EFIR : Atraso de Grupo

Quanto ao atraso de grupo, este é praticamente constante em todas as frequências, tomando o valor de 42.63ms com um desvio máximo de 0.1 %. As figuras 4 e 5 mostram estes resultados.

Devemos referir que os resultados que se obtêm quando colocamos os ganhos iguais em todas as bandas são os mesmos que os obtidos para 0 dB, qualquer que seja o valor utilizado para o ganho. Por exemplo, se o ganho fosse de 10 dB em todas as bandas, o atraso de grupo seria de 42.63ms e o ripple seria inferior a 0.1 dB. Uma outra experiência que fizemos foi alterar o ganho nas várias bandas do equalizador. Assim, numa primeira simulação, utilizámos ganhos alternadamente a +12 dB e a -12 dB. Os resultados foram bastante bons, com o equalizador a responder muito bem a variações bruscas do ganho em bandas consecutivas. O atraso de grupo manteve-se em torno de 42.63 ms, aumentando o desvio máximo para 1%. Na segunda experiência, fizemos os ganhos tomar vários valores entre -10 dB e +10 dB. A resposta continuou a ser extremamente satisfatória, com os resultados a seguirem os dados fornecidos à entrada. O atraso de grupo manteve-se dentro dos valores obtidos anteriormente.

Os resultados obtidos estão dentro das características que pretendíamos para o nosso equalizador, pois temos um erro máximo de 0.1 dB na amplitude e uma distorção em fase inferior a 1%, valores excelentes para a aplicação em vista.

### B. Equalizador IIR

A ordem escolhida para as implementações foi 2 porque, depois de comparados os resultados obtidos para diferentes ordens, chegámos à conclusão de que aumentar a ordem só piora os resultados. Se bem que se obtêm filtros com um menor ripple na banda de passagem (de qualquer forma este ripple para ordem 2 é praticamente zero), obtém-se também uma maior atenuação na zona de

corte associada a uma rápida transição entre estas duas zonas, e isto embora à primeira vista pareça benéfico, na realidade não o é! A razão para tal, prende-se com o facto que o fosso entre duas bandas consecutivas vai aumentar, fazendo portanto aumentar o ripple para ganhos iguais para todas as bandas (excepto para ganhos 1, em que o ripple se mantém, e é igual a zero), sendo este tanto maior quanto o forem os ganhos.

Por outro lado, embora um equalizador do tipo "degraus ascendentes e descendentes" para a transição entre bandas seja gráficamente mais agradável, do ponto de vista prático, transições bruscas entre frequências resultam num efeito algo artificial aquando da audição da equalização. Por isso a opção de utilizar apenas ordem 2, pelas suas transições mais suaves.

Os filtros IIR são muito versáteis, mas apresentam um atraso de grupo com valores muito diferentes entre frequências consecutivas. Pondo este factor em investigação, chegámos à esperada conclusão que, quanto maior a ordem utilizada, maior o atraso de grupo e maiores as suas transições. Mais uma vez, a ordem 2 é a melhor opção.

Agora, o nosso objectivo tinha dois fins: um era diminuir o atraso de grupo, o outro diminuir o ripple para ganhos iguais para todas as bandas, quando estes são diferentes de um. Aqui era preciso conciliar diferentes variáveis, como por exemplo: o ripple máximo permitido na banda-de-passagem para cada filtro no desenho Chebyshev tipo I, a atenuação na zona-de-corte para os filtros Chebyshev tipo II, e os dois factores anteriores para o desenho de filtros Elípticos.

Outro factor comum a todos é o dimensionamento das frequências de corte inferior e superior dos filtros. Esta assume uma vital importância, e a sua escolha poderá parecer apenas dependente do número de bandas e do espaçamento das frequências centrais de cada filtro mas, na prática, esta tem de ser escolhida atendendo ao facto que terá de haver sobreposição entre bandas e se o seu valor for muito baixo (entre .5 e 1), a soma atrás mencionada tomará valores que tenderão a dar um ganho muito maior ou muito menor (conforme as bandas adjacentes tiverem ganho ou sejam atenuadas) em relação ao escolhido pelo utilizador. Por outro lado, quanto menor for esta relação (maior espaçamento entre frequência superior e inferior de corte dos filtros), menor será o ripple na banda de passagem do equalizador. Portanto, a sua escolha é o resultado de uma solução de compromisso

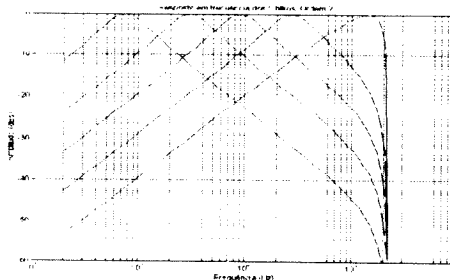


Figura 6 EIR : Resposta em frequência dos filtros

entre os dois efeitos mencionados. Decidimos optar, para o equalizador de 5 bandas, pelo valor 1.15 e utilizá-lo em todos os testes.

Poderíamos simplificar o problema do *ripple* para ganhos iguais de todas as bandas, afirmando que este não existe porque o equalizador foi desenhado para trabalhar à volta de ganhos unitários (0dB), em que o *ripple* é igual a zero. O utilizador, se quiser só ganhos ou só atenuações poderá fazê-lo aumentando ou diminuindo o volume no amplificador, não utilizando o equalizador para tal fim (pondo este com equalização à volta dos zeros dB, e não apresentando *ripple*).

Os resultados obtidos são bastante elucidativos: o filtro de Butterworth, que não pede variáveis de entrada, apresenta melhores resultados que os outros filtros, com um processo computacional mais simples (e logo mais rápido), só se alcançando resultados iguais através do filtro de Chebyshev tipo II. Utilizando este desenho, o *ripple* de equalização, para ganhos iguais em todas as bandas (iguais a 1 dB), situa-se em .4dBs.

Quanto a esta última variável de saída, o atraso de grupo, e para as mesmas condições em que foi medido o valor do *ripple* de equalização, obtivemos valores praticamente idênticos para os diferentes métodos, decaindo o seu valor sempre para zero, sendo quase nulo para valores de variação angular superiores a .25rad/seg (1.75 KHz), o que significa que, mesmo para trabalhar em condições que se pretenda sincronismo entre som e imagem, este não constitui qualquer ameaça.

De seguida, mostramos alguns resultados práticos obtidos com a versão final do equalizador EIIR.

## V. EXPERIÊNCIAS COM SONS

Após a conclusão do projecto dos dois equalizadores, previa-se a sua implementação em DSP, de modo a podermos testá-los em tempo real. Devido ao facto de não terem sido reunidas as condições necessárias para a execução desta etapa, optámos por fazer a equalização de pequenos trechos de música através da gravação em ficheiros.

Para esta fase do trabalho, deparámos com um novo conjunto de dificuldades, entre as quais se encontram a conversão de formatos de som e o enorme tamanho dos ficheiros (recorde-se que 1 segundo de som de um CD corresponde a 44100 amostras). Para tornejar estes problemas, seguimos várias etapas :

1 - Gravar o trecho de som do CD para um ficheiro em formato *.aiff* da Silicon Graphics, utilizando uma aplicação da máquina;

2 - Converter estes ficheiros para formato *.snd* da NeXT com a função *soundfiler* da Silicon Graphics;

3 - Utilizando a função *tomono* desenvolvida na NeXT, convertemos o trecho stereo para mono.

4 - Com a função *toascii*, convertemos o ficheiro do formato *.snd* para *ascii*, de modo a podermos importá-lo para uma variável do *MatLab*. Esta função atribui valores entre  $-2^{exp15}$  e  $2^{exp15}$  (32827), tendo que ser normalizado para valores entre -1 e 1, para evitar distorção;

5 - No *MatLab*, efectuamos as operações de equalização dos trechos e gravamos o resultado num novo ficheiro em formato *ascii*;

6 - De novo no NeXT, efectuamos a conversão de formato *ascii* para *.snd*, de modo a podermos ouvir os resultados. Esta conversão é feita utilizando uma função chamada *sndconvert* existente no sistema. A função deve ser utilizada com os seguintes parâmetros :

```
sndconvert -o "file".snd -f 6 -s 44100 -c 1 -a "file".ascii
```

Estes parâmetros fazem a conversão para float (-f 6), frequência de amostragem de 44100 Hz (-s 44100) e mono (-c 1) de um ficheiro em formato *ascii* (-a).

Um outro problema neste tipo de simulações, prende-se com o facto de um ficheiro de som ter um tamanho considerável (tipicamente, acima de 1 M, dependendo do tempo de gravação). Quando carregamos esse ficheiro para uma variável do *MatLab*, esta vai ocupar um espaço em memória que é proporcional ao tempo de duração do trecho musical, além do tempo de processamento também aumentar consideravelmente. Assim, tivemos de nos restringir a trechos com duração inferior a 2 ou 3 segundos.

Quanto a resultados, foram bastante satisfatórios, se atendermos ao facto de que é difícil analisar trechos musicais com 2 segundos de duração! Apesar deste facto, é notória a diferença entre o trecho original e o trecho equalizado, sendo perceptível, por exemplo, a ênfase dada aos agudos numa das equalizações que fizemos.

## VI. CONCLUSÕES

Chega agora a altura de compararmos as duas implementações do equalizador e de fazermos uma análise aos resultados obtidos ao longo deste estudo.

No que se refere aos equalizadores implementados, estes têm características algo diferentes. Podemos comparar, essencialmente, duas delas: o módulo da resposta em frequência e o atraso de grupo. As figuras 7 e 8 mostram os resultados obtidos em simulações com as mesmas especificações para os dois equalizadores.

Quanto à primeira característica, o EFIR tem uma resposta em frequência mais plana e segue mais de perto as indicações dadas pelo utilizador. O IIR tem uma resposta mais curva, mas não consegue, por vezes, seguir as especificações de entrada, especialmente quando se verifica a sobreposição entre bandas adjacentes, sendo este problema ultrapassável, como foi referido em V. Em relação ao EFIR, o facto da resposta ser plana poderá não ser tão agradável para o ouvido como para a vista, embora, com os ficheiros de som que equalizámos este problema não tenha sido notado. No entanto, no caso de se verificar que as transições entre bandas adjacentes são muito bruscas, isto poderá ser ultrapassado se a banda de transição dos filtros DC e HP for mais larga.

O atraso de grupo, no EFIR, é praticamente constante, e está dentro de valores perfeitamente aceitáveis para aplicações áudio. No entanto, se aumentarmos o número de bandas, poderemos cair em valores inaceitáveis para aplicações em tempo real. No EIIR, o atraso de grupo assume valores baixos, mas não é constante em toda a

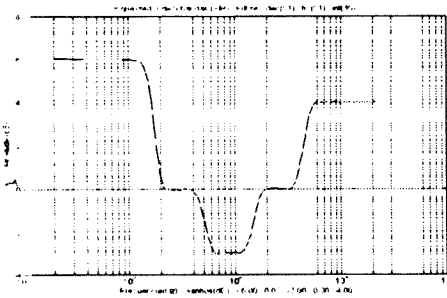


Figura 7 Simulação EFIR : Resposta em frequência

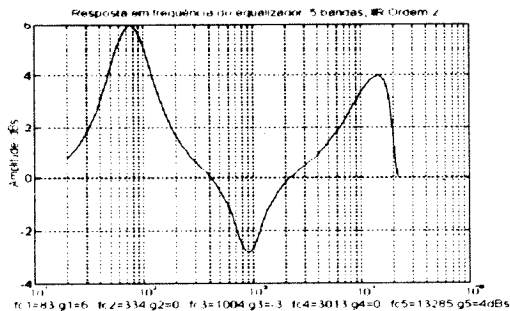


Figura 8 Simulação EIIR : Resposta em frequência

gama de frequências. Um melhoramento possível passa por introduzir filtros que tornem a fase linear na banda passante (e consequentemente melhoram o atraso de grupo).

Um exemplo típico deste tipo de filtros é o de desenho *Bessel*. Contudo, para obtermos tais resultados teríamos de sacrificar a ordem para conseguirmos atenuações dentro dos valores alcançados com ordem 2 nos filtros de desenho *Butterworth* (estando contudo outros tipos de desenho disponíveis e outras tantas opções no programa implementado).

Numa análise final aos resultados obtidos, consideramos que estes se enquadraram dentro daquilo que estava previsto inicialmente, ultrapassando as expectativas em

alguns pontos. As equalizações que fizemos a ficheiros de som apresentaram resultados bastante promissores para uma futura implementação em DSP. Alguns problemas que possam surgir nessa implementação (em termos de arquitectura e projecto dos equalizadores) poderão, eventualmente, ser ultrapassados com as sugestões atrás referidas.

## REFERÊNCIAS

- [1] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, "Multirate Digital Signal Processing", Prentice Hall, 1983
- [2] Dennis A. Bohn, "Accelerated Slope Tone Equalizers", *Journal of the Audio Engineering Society*, vol 40, nº12, December 1992
- [3] José Vieira, "Controlo de Tonalidade para um Amplificador Áudio", Dep. Electrónica e Telecomunicações, Universidade de Aveiro, 1993
- [4] A. Z. Adkins, "An All-Digital Audio Equalizer Design", University of Florida, 1989
- [5] "Digital Stereo 10 band Graphic Equalizer using the DSP56001", Motorola Inc, 1988
- [6] Childers and Durling, "Digital filtering and Signal Processing", West Publishing Co, 1985
- [7] Fred Mintzer, "On half-band, third-band and Nth-band FIR filters and their design", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol ASSP30, nº 5
- [8] H. J. Blinichoff and A. I. Zverev, "Filtering in the time and frequency domain", John Wiley and Sons, 1976
- [9] V. K. Jain and R. E. Crochiere, "A Novel Approach to the Design of Analysis/Synthesis Filter Banks", *Proc. 1983, IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Processing*, April 1983
- [10] A. V. Oppenheim and R. W. Shafer, "Digital Signal Processing", Prentice Hall, 1975
- [11] J. D. Johnston, "A Filter Family Design for use in Quadrature Mirror Filter Banks", *Proc. 1980, IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Processing*, April 1980
- [12] Roman Kuc, "Introduction to Digital Signal Processing", McGraw Hill book Company, 1988
- [13] J. Dattorro, "The Implementation of Digital Filters for High Fidelity Audio", *AES 7th International Conference*
- [14] R. Hooke and T. A. Jeeves, "Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems", Westinghouse Research Laboratories, 1960
- [15] V. K. Jain and R. E. Crochiere, "Quadrature Mirror Filter Design in The Time Domain", *Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol ASSP32, nº2, 1984