

Nota acerca de desmodulação diferencial de sinais CPFSK

A. Gameiro

Resumo- Neste artigo considera-se a desmodulação diferencial de sinais CPFSK com índices de modulação $1/2$ (MSK) e 1 . Usando as envolventes complexas dos sinais, mostra-se que a presença no sinal modulado de componentes discretas com a fase adequada, pode numa operação de desmodulação diferencial servir como referência local. Tal tem vantagens na desmodulação de sinais afectados de interferência entre símbolos (IES). Em geral a natureza não-linear do desmodulador diferencial causa um acréscimo na IES, enquanto que se o sinal contiver uma componente periódica que possa servir de referência tal não acontece. Esta análise permite-nos compreender a superioridade do índice de modulação 1 relativamente a MSK quando se trata de desmodular por atraso e multiplicação sinais deste tipo fortemente filtrados.

Abstract- This paper deals with differential demodulation of CPFSK signals with modulation index $1/2$ (MSK) and 1 . Making use of the signal complex envelopes, we show that the existence of discrete lines with adequate phase in the modulated signal, can be used in a differential demodulation operation as a local reference. This has advantages when demodulating signals with intersymbol interference (ISI). In general because of its non-linear nature the differential demodulator increases the output ISI, unless the signal carries a component that can be used as a reference. This analysis allows us to understand the reasons of the superiority of the modulation index 1 relatively to MSK when demodulating through a delay and multiply structure tightly filtered versions of these signals.

I. INTRODUÇÃO

Modulação CPFSK (Continuous phase frequency shift keying) é um tipo de formatação de sinais digitais por portadora modulada, em que a informação vai transportada na frequência do sinal modulado, cuja fase como o nome indica é contínua.

Este tipo de modulação tem sido bastante estudado e usado em sistema de radiocomunicações [1-4], sendo por exemplo usado hoje em dia nos sistemas de comunicação móvel GSM [5], onde o método de modulação GMSK (Gaussian minimum shift keying) é uma versão filtrada de CPFSK com índice de modulação $1/2$. Mais recentemente este tipo de modulação foi também estudado com bastante detalhe, e utilizado em protótipos no âmbito de sistemas de comunicação ópticos coerentes (ver [6] para referências).

Entre os dois tipos de aplicação há no entanto diferenças significativas. Enquanto que em radiocomunicações devido aos ritmos de transmissão serem relativamente baixos, o uso de detecção coerente que possibilita um

melhor desempenho tem sido quase generalizado, no caso dos sistemas ópticos, os altos débitos para os quais o canal óptico está especialmente vocacionado requerem simplicidade no método de desmodulação, tendo sido usada com bastante frequência detecção diferencial, e os resultados obtidos vieram lançar alguma confusão quanto ao mérito relativo dos vários índices de modulação na sinalização CPFSK. Assim em radiocomunicações com detecção coerente, o sistema está bem estudado e compreendido, e o caso particular de CPFSK com índice de modulação $1/2$, que é geralmente designado por MSK (minimum shift keying), é considerado como um método de modulação eficiente quer em banda quer em potência e bastante tolerante a não-linearidades do canal. O estudo dos desmoduladores diferenciais estudados em comunicações ópticas veio relativizar o mérito de MSK. A primeira diferença surge devido à existência de ruído de fase originado pelos lasers do emissor e do receptor que representa um tipo de distorção significativo ao invés do que sucede em radiocomunicações onde a pureza dos osciladores é suficiente para na maioria dos casos considerar este tipo de ruído como desprezável. O ruído de fase de lasers é geralmente modelado por um processo de Wiener, cuja variância cresce com o tempo de modo que índices de modulação que na detecção diferencial requerem atrasos menores são sob esse aspectos preferíveis, o que significa que se pode conseguir melhores resultados usando índices de modulação superiores a $1/2$. O mérito de índices de modulação elevados está pois associado a um novo tipo de distorção introduzido pelo canal de transmissão sendo tal um facto perfeitamente compreendido que não causa qualquer ambiguidade com os resultados alcançados em radiocomunicações. O resultado mais surpreendente alcançado pela investigação em comunicações ópticas, é a maior tolerância dos índices de modulação elevados (até 1) a operações de filtragem que gerem interferência entre símbolos (IES), mesmo no caso do ruído de fase ser desprezável. Kazovsky e Jacobsen [7] verificaram que para um limite de 1dB na penalidade em potência causada pela IES se requer uma banda passante de $3.7/T$ para MSK e apenas $2.2/T$ para CPFSK com índice de modulação 1 (1-CPFSK), isto embora o primeiro lóbulo do espectro do sinal MSK tenha uma largura de $1.5/T$ enquanto que o de 1-CPFSK tem largura $3/T$. Tais resultados cuja justificação é insatisfatória colidem frontalmente com a noção de ser MSK um método de modulação eficiente em banda.

É objectivo deste artigo esclarecer esta ambiguidade, e justificar de maneira rigorosa a fraca tolerância de CPFSK com baixos índices de modulação a operações de filtragem que gerem IES. O artigo está organizado do seguinte modo. Na secção seguinte é apresentado o modelo da modulação CPFSK. Na secção III apresenta-se o comportamento de sinalização MSK e 1-CPFSK com desmodulação diferencial e clarificam-se as contradições quanto ao mérito dos vários tipos de modulação consoante o tipo de detecção. Finalmente na secção IV são apresentadas as conclusões principais deste trabalho.

I. A SINALIZAÇÃO CPFSK

CPFSK pertence à classe de esquemas de modulação com amplitude constante, sendo a expressão do sinal modulado

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)) \quad (1)$$

A informação está contida na fase da portadora

$$\varphi(t) = 2\pi h \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k q(t - kT) \quad (2)$$

onde $q(t)$, que representa o impulso elementar da sequência de informação passado por um integrador, é normalizado de modo que $q(\infty) = 1/2$. No caso de modulação CPFSK, $q(t)$ é um impulso rectangular de duração T igual ao inverso do ritmo de transmissão. Nessas condições, a variação de fase em cada intervalo de símbolo é $\pm h\pi$, e o desvio de frequência $\pm h/2T$, no caso de $a_k \in \{-1, 1\}$.

A derivação da densidades espectral de potência de sinais CPFSK já foi extensivamente tratada na literatura, e

em particular nos dois casos que vamos estar especialmente interessados, MSK e 1-CPFSK, obtém-se

$$\begin{cases} S_{1-CPFSK} = \frac{E_b}{4T} \left(\delta\left(f - \frac{1}{2T}\right) + \delta\left(f + \frac{1}{2T}\right) \right) + \\ \quad + E_b \frac{4}{\pi^2} \frac{\cos^2(\pi f T)}{(1 - (2fT)^2)^2} \\ S_{MSK} = E_b \frac{16}{\pi^2} \frac{\cos^2(2\pi f T)}{(1 - (4fT)^2)^2} \end{cases} \quad (3)$$

que estão representados na Figura 1.

É pois de notar que a parte contínua do espectro tem a mesma forma para ambos os tipos de modulação, com uma expansão na escala das abcissas de um factor de 2 para 1-CPFSK. Este último apresenta ainda uma componente discreta às frequências $f_0 \pm 1/(2T)$ que transporta metade da potência.

Observando os dois espectros da Figura 1, seria intuitivamente de esperar que para a mesma largura de banda no filtro passa-banda a distorção sofrida por um sinal MSK fosse menor que a de um sinal 1-CPFSK. Tal é relativamente fácil de confirmar se usarmos um detector coerente simples (translação de frequências), no entanto para o caso da detecção diferencial tal não sucede como já foi referido anteriormente. A justificação de Kazovsky e Jacobsen foi "o sinal 1-CPFSK tem lóbulos inferiores aos de MSK". Uma tal afirmação não é óbvia em face da observação da Figura 1, e além disso carece de rigor. Como o que nos interessa é a distorção em instantes de tempo específicos e não a distorção média ao longo do tempo, a informação contida no espectro não é a mais adequada, e uma análise rigorosa deveria considerar a soma das várias repetições do espectro ("folded-spectrum"), o que daria efectivamente uma fórmula para cálculo da IES no caso de um desmodulador coerente simples. Para o caso do desmodulador diferencial, uma vez que a operação deste desmodulador não se resume a uma simples translação de frequências, a análise é ainda mais complicada e não pode ser reduzida a uma simples comparação de espectros. Na secção seguinte iremos esclarecer este aspecto.

III DETECÇÃO DIFERENCIAL DE SINAIS CPFSK

O diagrama de blocos de um desmodulador diferencial de sinais CPFSK está representado na Figura 2.

Na nossa análise usaremos o equivalente banda-base (envolvente complexa) dos sinais modulados o que permite representar a operação do desmodulador diferencial de acordo com o diagrama de blocos da Figura 3 [8] onde $g(t)$ é o equivalente banda-base do filtro passa-banda.

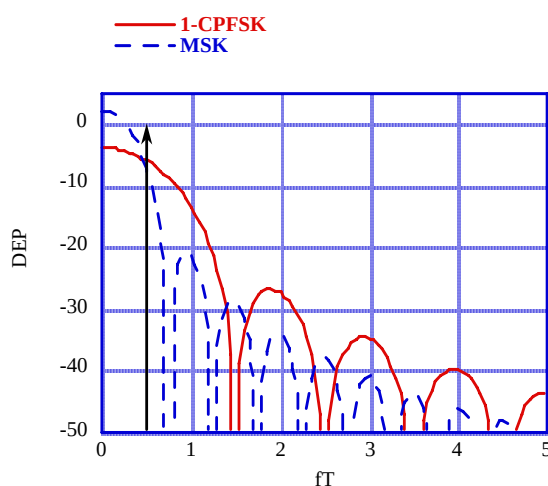


Fig. 1 Densidades espectrais de potência (equivalente banda-base) de 1-CPFSK e MSK.

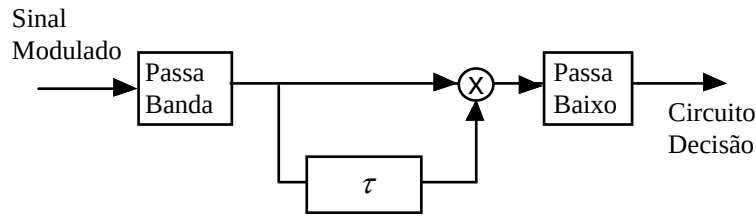


Fig. 2 Diagrama de blocos de um desmodulador diferencial

Assim em notação complexa

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \operatorname{Re}[e^{j(2\pi f_d t + \varphi(t))}] \quad (8)$$

(4)

e logo a envolvente complexa $v(t)$ vem dada por

$$v(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} e^{j\varphi(t)} \quad (5)$$

Para o caso de sinalização MSK, é possível demonstrar que se tem

$$v(t) = \sqrt{\frac{E_b}{T}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k h(t - kT) \quad (6)$$

onde E_b é a energia do sinal por bit, T a duração de um intervalo de símbolo, $h(t)$ o impulso elementar dado por

$$h(t) = \begin{cases} \cos(\frac{\pi t}{2T}) & -T \leq t \leq T \\ 0 & \text{outros } t \end{cases} \quad (7)$$

e $\{\gamma_k\}$ é uma sequência de símbolos complexos relacionados com a sequência de informação $\{a_k\}$, através de

$$\gamma_k = ja_k \gamma_{k-1}$$

Quando $a_k \in \{-1, 1\}$, γ_k toma alternativamente valores reais e imaginários, i.e. $\gamma_{2k} \in \{-1, 1\}$ e $\gamma_{2k+1} \in \{-j, j\}$, supondo que γ_0 é real.

Para o sinal 1-CPFSK, obtém-se

$$v(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \left(-\sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) + j \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k a_k h_1(t - kT) \right) \quad (9)$$

onde

$$h_1(t) = \begin{cases} \cos(\frac{\pi t}{T}) & |t| < T/2 \\ 0 & \text{outros } t \end{cases} \quad (10)$$

Vamos começar por considerar que o filtro passa-banda não distorce o sinal, e que o filtro passa-baixo apenas elimina as componentes à frequência dupla. Nessa situação com sinalização MSK, obtemos para $\tau = T$ e com f_o e T relacionados de forma a que $e^{j2\pi f_o T} = -j$

$$y_k = \operatorname{Im}[v(kT)v^*(kT + T)] \quad (11)$$

Sendo o impulso elementar $h(t)$ um impulso livre de IES, obtemos

$$y_k = \operatorname{Im}[\gamma_k \gamma_{k-1}^*] = a_k$$

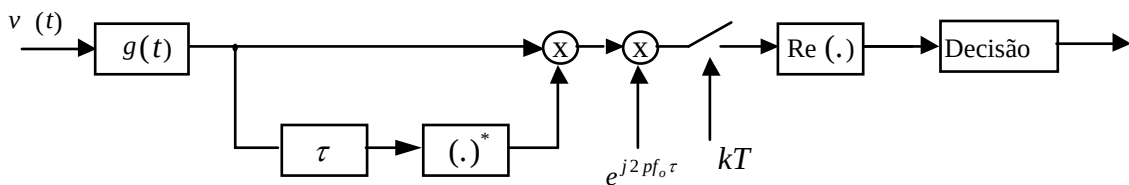


Fig. 3 Diagrama de blocos do equivalente banda-base do desmodulador diferencial.

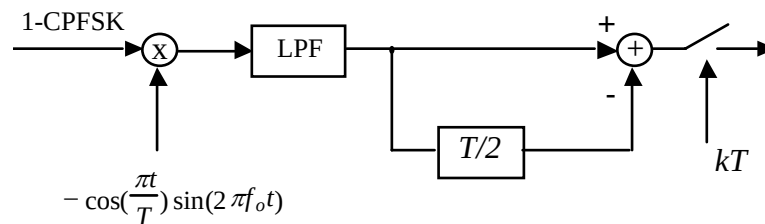


Fig. 4 Representação equivalente do desmodulador diferencial para o sinal 1-CPFSK.

(12)

Se usarmos 1-CPFSK, o atraso deve ser reduzido para $T/2$ e temos para $e^{j2\pi f_o T/2} = -j$

$$y_k = \text{Im}[v(kT)]\text{Re}[v(kT - T/2)] - \text{Re}[v(kT)]\text{Im}[v(kT - T/2)] \quad (13)$$

De (7), sabemos que para 1-CPFSK $\text{Re}[v(t)]$ é uma componente periódica $(-\sin(\pi t/T))$ enquanto que $\text{Im}[v(t)]$, representa o sinal de informação. Temos pois que a saída do desmodulador diferencial é o produto de uma onda sinusoidal por um sinal de informação, ou por outras palavras que as componentes discretas às frequências $f_o \pm \frac{1}{2T}$, funcionam como referência na desmodulação diferencial de um sinal 1-CPFSK. Tal significa que para sinalização 1-CPFSK o desmodulador diferencial é equivalente (esta equivalência já não é válida se incluirmos ruído) ao diagrama de blocos da Figura 4. É esta característica do sinal 1-CPFSK, de transportar uma componente periódica que vai servir como referência na desmodulação diferencial que lhe confere maior imunidade a IES entre símbolos eventualmente causada por operações de filtragem banda-base. Embora o cálculo exacto da IES para uma operação de filtragem passa-banda arbitrária não seja excessivamente difícil recorrendo à formulação usada neste artigo, neste momento apenas estamos interessados na análise qualitativa do problema e não vamos efectuar cálculos precisos.

Assim considere-se para o caso de sinalização MSK, que uma operação de filtragem (filtro $g(t)$ na Fig. 4) dá origem ao sinal desejado S afectado por IES D . Num dos ramos do desmodulador vamos ter $S_1 + D_1$, e no outro $S_2 + D_2$. O sinal de saída virá então dado por

$$Y = \text{Im}[S_1 S_2^*] + \text{Im}[S_1 D_2^*] + \text{Im}[S_2 D_1^*] + \text{Im}[D_1 D_2^*] \quad (14)$$

No caso de sinalização 1-CPFSK se tivermos à saída do passa-banda $C + S' + D'$, onde C representa a componente periódica, obtemos na saída

$$Y' = C_{90}(S' + D')$$

(15)

onde C_{90} representa a componente periódica à saída do passa-banda com um desfaseamento de 90° .

Sendo, no caso de MSK as potências médias de S_1 e S_2 iguais e também as variâncias de D_1 e D_2 , é imediato concluir que para relações sinal/IES iguais à saída do filtro passa-banda, i.e. $S/D = S'/D'$, o sinal MSK apresenta à saída do desmodulador diferencial uma maior distorção devida a IES causada por filtragem passa-banda. A saída vai estar afectada pela IES de cada um dos ramos e ainda por um termo que representa a interacção entre elas. Uma medida não exacta mas também não excessivamente grosseira é de que esse excesso de distorção é de aproximadamente 3dB. É de notar ainda que filtros passa-banda idênticos provocam em geral níveis de IES diferentes em MSK ou 1-CPFSK, e consequentemente na decisão a distorção induzida pela IES é devida ao efeito conjugado de dois factores. Primeiro há a operação de filtragem passa-banda que introduz IES cujo nível depende da resposta do equivalente banda-base desse filtro à envolvente complexa do sinal $(g(t) * h(t))$ ou $g(t) * h_1(t)$. Segundo há a operação do desmodulador diferencial que por se tratar de uma operação não linear (na representação em banda-base) irá na maioria dos casos provocar um aumento da distorção devida a IES, a menos que o sinal tenha uma estrutura tal que permita explorar a operação de desmodulação diferencial sem provocar acréscimo de IES, situação que acontece com 1-CPFSK, onde o termo que não se anula é o produto do sinal periódico de um dos ramos pelo sinal de informação do outro ramo.

Finalmente uma referência quanto a geração de IES pela operação de filtragem passa-banda. Não é possível generalizar e dizer que filtragem de banda limitada irá afectar mais um ou outro tipo de sinal. O resultado depende do tipo de filtro e largura de banda. Assim uma operação de filtragem rectangular provoca para a maioria das larguras de banda maior IES no sinal MSK que no sinal 1-CPFSK, embora haja algumas larguras de banda ($<1/T$) para as quais o inverso se verifica, e consequentemente a causa fundamental da superioridade de 1-CPFSK filtrado com desmodulação diferencial deve-se fundamentalmente à operação do detector diferencial ser mais adaptada a este tipo de sinal.

IV CONCLUSÕES

Neste artigo tratámos da desmodulação diferencial de sinais CPFSK com índices de modulação de 1/2 e 1. A motivação para este trabalho, foi o facto de resultados recentes terem apontado para a superioridade do índice 1 quando se efectua filtragem de banda limitada seguida de uma desmodulação diferencial, o que numa primeira observação contradiz a convicção corrente de MSK ser um método de modulação eficiente em banda. Recorrendo às expressões da envolvente complexa dos dois tipos de sinais, explicou-se que tal sucede devido ao facto de 1-CPFSK ter uma componente periódica que na operação de desmodulação diferencial vai funcionar como referência local, e logo o desmodulador não introduz nenhuma IES adicional ao contrário do que sucede com a sinalização MSK.

Esta interpretação, para além da explicação deste caso específico pode ter interesse no projecto de técnicas de modulação especialmente vocacionadas para desmodulação diferencial.

REFERÊNCIAS

- [1] C.E. Sundberg, "Continuous Phase Modulation", IEEE Commun. Mag., April 1986, pp.25-38
- [2] R. De Buda, "Coherent demodulation of frequency shift keying with low deviation ratio", IEEE Trans. Com., , June 1972, pp.429-435.
- [3] K. Hirade et al, "Error-rate performance of digital FM with differential detection in land mobile radio channels", IEEE Trans. Veh. Tech. June 1979, pp.204-212.
- [4] J. H. Lodge, M. L. Moher and S. N. Crozier, "A comparison of data modulation techniques for land mobile satellite channels", IEEE Trans. Veh. Tech, Feb. 1987, pp. 28-37.
- [5] D. J. Goodman, "Trends in cellular and cordless communications", IEEE Com. Mag., June 1991, pp.31-40.
- [6] G. Jacobsen, Noise in Digital Optical Transmission Systems, Artech House 1994.
- [7] L. G. Kazovsky and G. Jacobsen, "Multichannel CPFSK coherent optical communications systems", IEEE J. Light Tech., June 1989, pp. 972-982.
- [8] J. C. Bic, D. Duponteil and J. C. Imbeaux, Elements of Digital Communications, Willey 1991.