Estudo das Características de Distorção Não Linear de Intermodulação de Desmoduladores de FM por PLL

Nuno Borges Carvalho, Raquel Castro Madureira, José Carlos Pedro

Resumo- **A distorção não linear de um desmodulador de FM por PLL, é estudada usando uma aproximação por séries de Volterra. Esta técnica permite analisar o sistema não linear no domínio da frequência sujeito a sinais periódicos, não periódicos e aleatórios. O estudo das não linearidades considerará, o VCO e o detector de fase (PD), não lineares. Propõe-se ainda, uma hipótese de linearização para este sistema.**

Abstract- **The nonlinear distortion of a PLL frequency discriminator is addressed using the Volterra Series approach. The analysis, made entirely in the frequency domain, allows distortion calculations for periodic and non-periodic sets of discrete excitation frequencies (harmonic and intermodulation distortion up to 3rd order) and random inputs. It also includes, simultaneously, the two major sources of distortion in a PLL: Phase Detector and VCO.**
In addiction a method for reduction of non-linear distortion is investigated.

I. MOTIVAÇÃO*

Um dos possíveis cenários para futuras redes móveis, baseia-se num elevado número de células de pequenas dimensões suportadas por emissores receptores, denominados Estação-Base. Estas serão depois ligadas à rede em nós, Estação-Central, que, por razões de rentabilidade, deverão concentrar o máximo de funções.

Nesta situação as Estações-Base serão somente constituídas por um emissor e receptor, não fazendo qualquer processamento de banda base ou desmodulação. Isto significa que no caminho entre a Estação-Central e a Estação-Base concentra-se um elevado número de canais, correspondendo a cada um uma certa frequência de portadora (FDM). Uma das mais importantes desvantagens deste sistema é a distorção não linear de intermodulação que provoca interferência entre canais distintos. Esta distorção pode ser atribuída, fundamentalmente, ao processo de modulação de amplitude da luz no díodo LASER, que ilumina a fibra óptica, constituinte do suporte físico da ligação.

Uma forma de atenuar este fenómeno consiste em substituir o sinal no formato FDM por um modulado em frequência, FM, que, não tendo amplitude variável, é mais insensível aquele tipo de distorção não linear. A desvantagem da FM reside na sua maior complexidade, e, por outro lado, nas não linearidades residuais do modulador, um VCO (*Voltage Controlled Oscillator*) e do desmodulador, uma PLL (*Phase Locked Loop*).

II. INTRODUÇÃO

As PLL's, são extensivamente utilizadas como discriminadores de frequência, devido ao acrescido valor do limiar da relação sinal-ruído[2], razão pela qual, o seu desempenho neste tipo de utilização já foi estudado por vários autores[2-6]. Destes trabalhos, apenas a análise de VanTrees[3], foi realizada usando a técnica das séries de Volterra. Esta técnica permite o tratamento da distorção harmónica e de intermodulação de um sinal de espectro de frequências arbitrário e, se necessário, em presença de ruído.

Note-se que a técnica de balanço harmónico utilizada por Takahashi[6], que é uma técnica híbrida de tempo e frequência, foi apenas desenvolvida para sinais periódicos.

Outra vantagem das séries de Volterra, consiste na obtenção de soluções analíticas fechadas, o que representa, claramente, uma melhoria relativamente a outras técnicas de análise não linear. Por outro lado, é reconhecido que o seu maior inconveniente decorre dos laboriosos cálculos necessários[7,8].

A associação deste árduo trabalho com a expansão em série de Taylor das funções características do PD e VCO, torna esta análise inadequada à previsão do comportamento não linear de ordens superiores à 3ª, o que, normalmente, também não é necessário em sistemas reais.

O estudo tratado neste artigo é, segundo o nosso conhecimento, uma extensão a outros trabalhos, pois inclui uma completa análise do modelo da PLL, considerando o detector de fase e o VCO ambos não lineares. As Funções de Transferência Não Lineares, FTNL, de primeira, segunda e terceira ordens calculadas, são depois utilizadas para prever a distorção não linear de intermodulação. Os resultados assim obtidos são comparados com simulações no domínio do tempo, utilizando o SIMULAB[9], de forma a avaliar a validade do método.

Com base nessas FTNL's são calculadas as FTNL's de dois blocos em cascata, modulador e desmodulador,

*Parte deste trabalho foi inserido no âmbito da disciplina de projecto[1].

inferindo assim conclusões acerca da possibilidade de linearização de todo o sistema de transmissão de FM.

III. MODELO NÃO LINEAR DA PLL

A montagem da PLL como desmodulador de FM é apresentada na Fig. 1. Considera-se que o detector de fase pode ser descrito por $V_1=g(\Theta_e)$; o filtro da malha é passivo ou activo, mas linear, com resposta impulsional f(t) e função de transferência F(s), e o VCO apresenta uma frequência de saída, Ω_0, que depende instantaneamente da tensão, apresentada à sua entrada, V_2, segundo a lei : $\Omega_0=x(V_2)$.

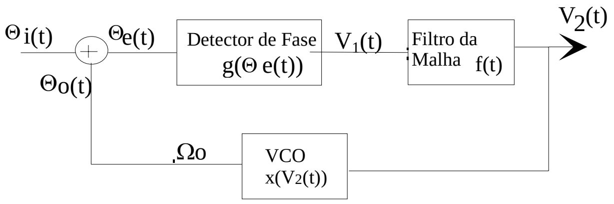

Fig. 1 - Modelo da PLL.

Para se aplicar a técnica das séries de Volterra, é necessário decompor em série de Taylor, à volta de algum ponto de repouso (Θ_{eQ},V_{2Q}), as funções $g(\Theta_e)$ e $x(V_2)$. Desse modo, obtêm-se para o detector de fase:

$$V_1\left(\Theta_e,\Theta_{eQ}\right)=g\left(\Theta_{eQ}\right)+\left.\frac{dg\left(\Theta_{eQ}\right)}{d\Theta_e}\right|_{\Theta_{eQ}}\left(\Theta_e-\Theta_{eQ}\right)+$$
$$+\frac{1}{2!}\left.\frac{d^2g\left(\Theta_e\right)}{d\Theta_e^2}\right|_{\Theta_{eQ}}\left(\Theta_e-\Theta_{eQ}\right)^2+ \qquad (1)$$
$$+\frac{1}{3!}\left.\frac{d^3g\left(\Theta_e\right)}{d\Theta_e^3}\right|_{\Theta_{eQ}}\left(\Theta_e-\Theta_{eQ}\right)^3+\cdots$$

Ou, em termos duma tensão incremental, $v_1=V_1(\Theta_e,\Theta_{eQ})-g(\Theta_{eQ})$, e erro de fase $\theta_e=\Theta_e-\Theta_{eQ}$:

$$v_1\left(\theta_e\right)=c_1\theta_e+c_2\theta_e^2+c_3\theta_e^3+\cdots \qquad (2)$$

De igual modo, para o VCO obtêm-se:

$$\Omega_0\left(V_2,V_{2Q}\right)=x\left(V_{2Q}\right)+\left.\frac{dx\left(V_2\right)}{dV_2}\right|_{V_{2Q}}\left(V_2-V_{2Q}\right)+$$
$$+\frac{1}{2!}\left.\frac{d^2x\left(V_2\right)}{dV_2^2}\right|_{V_{2Q}}\left(V_2-V_{2Q}\right)^2+ \qquad (3)$$
$$+\frac{1}{3!}\left.\frac{d^3x\left(V_2\right)}{dV_2^3}\right|_{V_{2Q}}\left(V_2-V_{2Q}\right)^3+\cdots$$

e

$$\omega_0\left(v_2\right)=d_1v_2+d_2v_2^2+d_3v_2^3+\cdots, \qquad (4)$$

onde as variáveis incrementais são definidas como $\omega_0=\Omega_0(V_2,V_{2Q})-x(V_{2Q})$ e $v_2=V_2-V_{2Q}$.

A determinação de c_K e d_K em (2) e (4) requer o conhecimento do estado de repouso da PLL: $\left(\theta_{eQ},V_{2Q}\right)$.

Quando o VCO tem de seguir determinada frequência de entrada, Ω_i, necessita de uma tensão estática de controlo $V_{2Q}=x^{-1}\left(\Omega_i-\Omega_{oc}\right)$, para a qual um erro de fase $\Theta_{eQ}=g^{-1}\left[\frac{V_{2Q}}{F(0)}\right]=g^{-1}\left[\frac{x^{-1}\left(\Omega_i-\Omega_{oc}\right)}{F(0)}\right]$ deve existir.

Por exemplo, quando um detector de fase é um misturador analógico com uma função de transferência sinusoidal, $V_1=K_d\sin\left(\Theta_e\right)$, e o VCO tem uma frequência livre, Ω_0, então

$$\Theta_{eQ}=\arcsin\left[\frac{x^{-1}\left(\Omega_i-\Omega_{oc}\right)}{K_dF(0)}\right],$$ que não é mais do que o seu ponto estático.

Porque o comportamento dinâmico da PLL é descrito mais convenientemente em termos de fase de entrada do que em termos de frequência, e a passagem de frequência para fase é imediata, será esta a abordagem a utilizar neste artigo.

O comportamento dinâmico da PLL, que relaciona a fase de saída incremental $\theta_0(t)$, erro de fase $\theta_e(t)$ ou tensão de saída $v_2(t)$, com fase de entrada $\theta_i(t)$, pode ser directamente determinado no domínio temporal, como um sistema de equações integrais não lineares:

$$v_2(t)=v_0(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)v_1(t-\tau)d\tau=$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\left[c_1\theta_e(t-\tau)+c_2\theta_e(t-\tau)^2+c_3\theta_e(t-\tau)^3\right]d\tau \qquad (5)$$

$$\theta_e(t)=\theta_i(t)-\theta_0(t), \qquad (6)$$

$$\theta_0(t)=\int_{-\infty}^{t}\left[d_1v_2(u)+d_2v_2(u)^2+d_3v_2(u)^3\right]du. \qquad (7)$$

Quando a fase de entrada no domínio da frequência, pode ser representada por uma soma de sinusóides da forma:

$$\theta_i(t)=\frac{1}{2}\sum_{\substack{q=-Q\\ q\neq 0}}^{Q}\Theta_{s,q}e^{j\omega_q t}. \qquad (8)$$

a teoria de Volterra-Wiener[7,8], diz que a tensão de saída pode ser obtida pela seguinte série de funções seguinte:

$$v_0(t)=\sum_{n=1}^{N}v_0^{(n)}(t), \qquad (9)$$

Onde a tensão de saída não linear de n'ésima ordem é dada por:

$$v_0^{(n)}(t) = \frac{1}{2^n} \sum_{q_1=-Q}^{Q} \cdots \sum_{q_n=-Q}^{Q} \Theta_{s,q_1} \cdots \Theta_{s,q_n} \cdot H^{(n)}\left(\omega_{q1}, \ldots, \omega_{qn}\right) e^{j\left(\omega_{q1}+\ldots+\omega_{qn}\right)t} \quad (10)$$

Sendo assim, a resposta do sistema de n'ésima ordem é completamente identificada pela função de transferência não linear de n'ésima ordem $H^{(n)}\left(\omega_{q1}, \ldots, \omega_{qn}\right)$.

Um dos métodos utilizados para calcular as sucessivas $H^{(n)}\left(\omega_{q1}, \ldots, \omega_{qn}\right)$ é conhecido como método de prova (*harmonic input* ou *probing method)*[7,8]. Esta é a técnica utilizada nas próximas secções para o cálculo da resposta de ordem n do sistema:

$$v_0^{(n)}(t) = n!\,H^{(n)}\left(s_1, \ldots, s_n\right) e^{(s_1+\ldots+s_n)t}, \quad (11)$$

quando a entrada é uma soma de exponenciais complexas do tipo:

$$\theta_i(t) = e^{s_1 t} + \ldots + e^{s_n t}. \quad (12)$$

IV. CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA NÃO LINEARES DO SISTEMA (FTNL'S)

A. Modulador (VCO)

Como modulador utiliza-se um simples VCO, descrito pela função característica (3,4).

1. FTNL de 1ª ordem

Assume-se uma excitação de entrada de 1ª ordem

$$v_i(t) = e^{st}, \quad (13)$$

e procura-se uma saída de 1ª ordem:

$$\theta_0^{(1)}(t) = H_M^{(1)}(s) e^{st}, \quad (14)$$

então, substituindo (13) e (14) em (7) obtém-se[1]:

$$H_M^{(1)}(s) = \frac{d_{1M}}{s}. \quad (15)$$

Esta expressão não é mais do que a função de transferência do VCO, resultante duma análise linear convencional.

2. FTNL de 2ª ordem

A excitação de 2ª ordem é:

$$v_i(t) = e^{s_1 t} + e^{s_2 t}, \quad (16)$$

que produz uma saída de 2ª ordem do tipo

$$\theta_0^{(2)}(t) = 2!\,H_M^{(2)}(s_1, s_2) e^{(s_1+s_2)t}. \quad (17)$$

Por substituição de (16) e (17) em (7), e escolhendo apenas os termos de 2ª ordem obtém-se:

$$H_M^{(2)}(s_1, s_2) = \frac{d_{2M}}{s_1 + s_2}. \quad (18)$$

3. FTNL de 3ª ordem

Para a 3ª ordem, tem-se como excitação de entrada:

$$v_i(t) = e^{s_1 t} + e^{s_2 t} + e^{s_3 t}, \quad (19)$$

que produz uma saída:

$$\theta_0^{(3)}(t) = 3!\,H_M^{(3)}(s_1, s_2, s_3) e^{(s_1+s_2+s_3)t}. \quad (20)$$

De igual modo, por substituição de (19) e (20) em (7), e escolhendo os termos de 3ª ordem obtém-se:

$$H_M^{(3)}(s_1, s_2, s_3) = \frac{d_{3M}}{s_1 + s_2 + s_3}. \quad (21)$$

B. Desmodulador (PLL)

Como desmodulador de FM utiliza-se uma PLL, na configuração da Fig.1.

1. FTNL de 1ª ordem

De modo similar ao seguido para o modulador, utiliza-se uma excitação de entrada:

$$\theta_i(t) = e^{st}, \quad (22)$$

procurando termos de saída do tipo $v_0^{(1)}(t) = H_D^{(1)}(s) e^{st}$ (23)

Obtém-se, por substituição de (22) e (23) em (5)-(7), a expressão para FTNL de 1ªordem :

$$H^{(1)}(s) = \frac{s \cdot c_1 F(s)}{s + c_1 d_1 F(s)}. \quad (23)$$

que se reconhece como a expressão resultante de uma técnica linear de análise.

2. FTNL de 2ª ordem

Novamente, usando uma excitação $\theta_i(t) = e^{s_1 t} + e^{s_2 t}$ (24)

e pretendendo obter termos em:

$$v_0^{(2)}(t) = 2!\,H_D^{(2)}\left(s_1, s_2\right) e^{(s_1+s_2)t}, \quad (25)$$

substitui-se (24) e (25) em (5)-(7) resultando para FTNL de 2ª ordem:

$$H_D^{(2)}\left(s_1, s_2\right) = \frac{\left(s_1+s_2\right)F\left(s_1+s_2\right)}{s_1+s_2+c_1 d_{1D} F\left(s_1+s_2\right)} \Bigg[c_2 + c_2 d_{1D}^2 \frac{H_D^{(1)}\left(s_1\right) H_D^{(1)}\left(s_2\right)}{s_1 s_2} - c_2 d_{1D} \left(\frac{H_D^{(1)}\left(s_1\right)}{s_1} + \frac{H_D^{(1)}\left(s_2\right)}{s_2} \right) - c_1 d_{2D} \frac{H_D^{(1)}\left(s_1\right) H_D^{(1)}\left(s_2\right)}{s_1 + s_2} \Bigg] \quad (26)$$

---

[1] Nota: d_{1M}, d_{2M} e d_{3M} correspondem aos coeficientes da expressão(4) do VCO do modulador. d_{1D}, d_{2D} e d_{3D} correspondem aos coeficientes da expressão (4) do VCO do desmodulador.

3. FTNL de 3ª ordem

Para a 3ª ordem a excitação é:

$$\theta_i(t) = e^{s_1 t} + e^{s_2 t} + e^{s_3 t} \quad (27)$$

procurando-se termos da forma:

$$v_0^{(3)}(t) = 3!\,H_D^{(3)}(s_1, s_2, s_3)e^{(s_1+s_2+s_3)t} \quad (28)$$

De novo, substituindo (27) e (28) em (5)-(7), tem-se para FTNL de 3ª ordem:

$$\begin{aligned}
H_D^{(3)}(s_1,s_2,s_3) = {} & \frac{(s_1+s_2+s_3)F(s_1+s_2+s_3)}{s_1+s_2+s_3+c_1 d_{1D} F(s_1+s_2+s_3)} \cdot \Bigg[-\frac{1}{3}\frac{c_1 d_{2D}}{s_1+s_2+s_3} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \sum_{\substack{k=1 \\ i\neq j\neq k}}^{3} H_D^{(1)}(s_i) H_D^{(2)}(s_j, s_k) + \\
& + c_1 d_{3D} \frac{H_D^{(1)}(s_1) H_D^{(1)}(s_2) H_D^{(1)}(s_3)}{s_1+s_2+s_3} - \frac{1}{3} c_2 d_{1D} \sum_{i=1}^{3} \sum_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{3} \frac{H_D^{(2)}(s_i, s_j)}{s_i + s_j} - \frac{1}{3} c_2 d_2 \sum_{i=1}^{3} \sum_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{3} \frac{H_D^{(1)}(s_i) H_D^{(1)}(s_j)}{s_i + s_j} + \\
& + \frac{1}{3} c_2 d_{1D} d_{2D} H_D^{(1)}(s_1) H_D^{(1)}(s_2) H_D^{(1)}(s_3) \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \sum_{\substack{k=1 \\ i\neq j\neq k}}^{3} \frac{1}{s_i(s_j+s_k)} + c_3 - \frac{1}{3} c_2 d_{1D}^2 \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \sum_{\substack{k=1 \\ i\neq j\neq k}}^{3} \frac{H_D^{(1)}(s_i) H_D^{(2)}(s_j, s_k)}{s_i \cdot (s_j + s_k)} - \\
& - c_3 d_{1D}^3 \frac{H_D^{(1)}(s_1) H_D^{(1)}(s_2) H_D^{(1)}(s_3)}{s_1+s_2+s_3} - \frac{1}{2} c_3 d_{1D}^2 \sum_{i=1}^{3} \sum_{\substack{j=1 \\ i\neq j}}^{3} \frac{H_D^{(1)}(s_i) H_D^{(1)}(s_j)}{s_i \cdot s_j} + c_3 d_{1D} \sum_{i=1}^{3} \frac{H_D^{(1)}(s_i)}{s_i} \Bigg]
\end{aligned} \quad (29)$$

V. VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA AS FTNL'S

Por forma a analisar os resultados obtidos para as FTNL's, no desempenho da PLL, implementou-se um programa baseado na linguagem MATLAB[9], que utiliza as expressões das FTNL deduzidas. Usando valores para a expansão em série de Taylor do PD e VCO, obtidos por via experimental, calcularam-se valores para a distorção não linear do sistema modulador e desmodulador.

Para validar estes resultados compararam-se com outros calculados usando um simulador que usa técnicas de análise no domínio do tempo, SIMULAB[9].

Foi utilizado um detector de fase, PD, sinusoidal com K_d=0.79V/rad e um VCO baseado num circuito LC, de frequência central f_0=13MHz e K_0=1.4Mrad/(Vs).

Com vista a uma maior generalidade, assumiu-se que a frequência central do VCO modulador era ligeiramente diferente, Δf=22.9KHz. Usando este ponto estático obtiveram-se para parâmetros não lineares de (2) e (4):

c_1=0.78V/rad c_2=-0.05V/rad^2 c_3=-0.13V/rad^3
d_1=1.4Mrad/(Vs) d_2=-49.4Krad/(V^2s) d_3=937.8rad/(V^3s)

Para filtro da malha escolheu-se um filtro RC de pólo único:

$$F(s) = \frac{1}{1+sRC}, \quad (30)$$

o qual tem uma frequência de corte ω_c=250Krad/s e impõe uma frequência natural de ω_n=530.3Krad/s na PLL.

Devido aos conhecidos problemas dos simuladores no domínio do tempo no tratamento de frequências não comensuráveis, limitamos as nossas comparações à distorção harmónica. Neste caso, como modulador, utilizamos um VCO linear, de modo a observar a distorção introduzida pelo desmodulador de FM por PLL. As figuras Fig(2) a Fig(4) representam os resultados da 1ª, 2ª e 3ª harmónicas de tensão (dBV) em função da tensão de entrada[2] (dBV). Estes resultados foram estendidos até V_0=0.6V, ponto para o qual a PLL começa a perder sincronismo, o qual pode ser considerado como o nível até ao qual a PLL serve como desmodulador de FM.

Da observação destas figuras pode concluir-se que a aplicação das séries de Volterra, é perfeitamente justificável em quase toda a gama de utilização, excepto para a zona superior de níveis da 2ª harmónica. Isto significa que os maiores problemas das séries de Volterra apresentados na introdução, não são muito severos.

As figuras, Fig(5) a Fig(7), apresentam a 1ª, 2ª e 3ª ordem de distorção harmónica em ordem à frequência de entrada para uma amplitude fixa de entrada de V_i=0.1V. A equivalência entre as duas simulações é agora evidente. Este resultados, associados ao facto de as FTNL's serem

[2] Fixou-se a frequência de excitação em 30KHz.

do tipo forma fechada, e, em consequência, computacionalmente muito mais eficientes, demonstram a utilidade, do uso das técnicas de séries de Volterra na análise do comportamento não linear de PLL's.

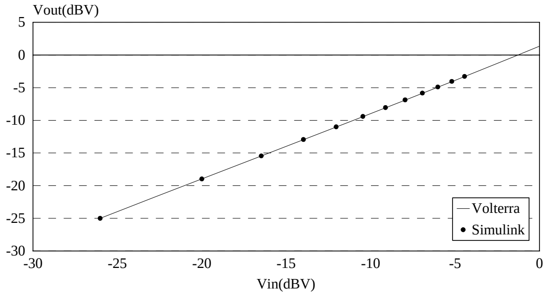

Fig. 2 - Comparação da fundamental da tensão de saída usando simulação por Volterra e no domínio do tempo.

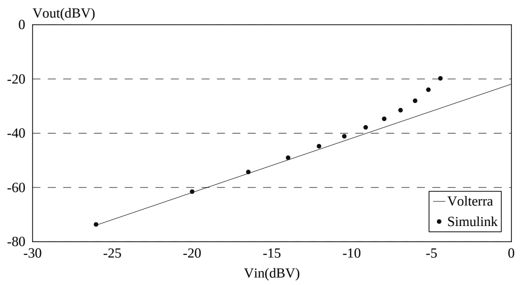

Fig. 3 - Comparação da 2ª harmónica da tensão de saída usando simulação por Volterra e no domínio do tempo

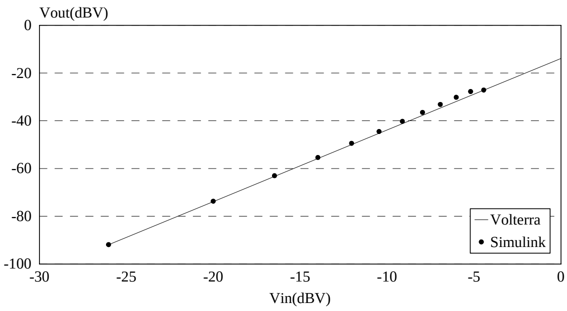

Fig. 4 - Comparação da 3ª harmónica da tensão de saída usando simulação por Volterra e no domínio do tempo

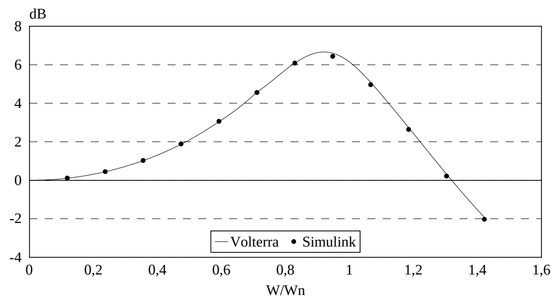

Fig. 5 - Comparação da fundamental da tensão de saída em ordem à frequência usando simulação por Volterra e no domínio do tempo

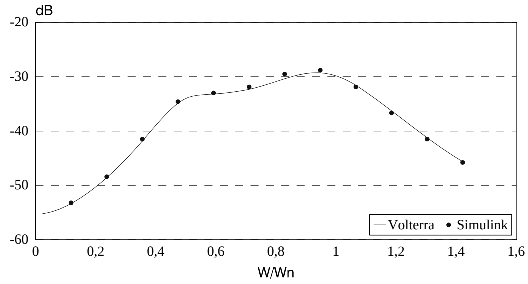

Fig. 6 - Comparação da 2ª harmónica da tensão de saída em ordem à frequência usando simulação por Volterra e no domínio do tempo

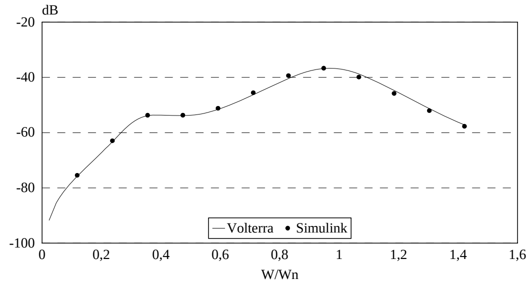

Fig. 7 - Comparação da 3ª harmónica da tensão de saída em ordem à frequência usando simulação por Volterra e no domínio do tempo

VI. LINEARIZAÇÃO DO SISTEMA

Considere-se dois blocos (A e B) não lineares em cascata. Utilizando o método de prova, obtém-se para as expressões não lineares de 1ª, 2ª e 3ª ordem, as seguintes expressões:

$$H_{1T}(s)=H_{1A}(s)\cdot H_{1B}(s);$$

$$H_{2T}(s_1,s_2)=H_{2A}(s_1,s_2)\cdot H_{1B}(s_1+s_2)+H_{1A}(s_1)\cdot H_{1A}(s_2).H_{2B}(s_1,s_2)$$

$$\begin{aligned}
&H_{3T}(s_1,s_2,s_3)=H_{3B}(s_1,s_2,s_3)H_{1A}(s_1)H_{1A}(s_2)H_{1A}(s_3)+\\
&+2/3H_{2B}(s_3,s_1+s_2).H_{1A}(s_3).H_{2A}(s_1,s_2)+\\
&+2/3\ H_{2B}(s_2,s_1+s_3).H_{1A}(s_2).H_{2A}(s_1,s_3)+\\
&+2/3\ H_{2B}(s_1,s_3+s_2).H_{1A}(s_1).H_{2A}(s_3,s_2)+\\
&+H_{1B}(s_1+s_2+s_3)H_{3A}(s_1,s_2,s_3).
\end{aligned}$$

Como se pode observar pelas expressões anteriores, a expressão do 3º operador não linear, é bastante complexa, mesmo nesta sua forma mais simples.

Um estudo realizado em base em simulações (Fig.8) revelou, como de resto já havia sido afirmado por outros autores, para a situação de PD e VCO não lineares mas não simultâneos[2], que as não linearidades associadas à característica sinusoidal do PD, são determinantes na resposta de 3ª ordem de PLL's com VCO's normalmente utilizados na prática.

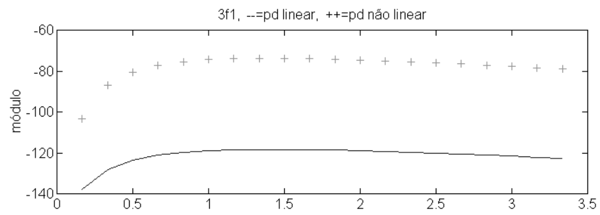

Fig. 8 - Comparação da distorção harmónica não linear de 3ª ordem entre PD linear e PD não linear.

Assim, se se visa linearizar o sistema de transmissão, está claro que a primeira coisa a fazer é substituir o PD sinusoidal por um triangular. Neste caso c_2=c_3=0 e uma solução analítica menos complexa da cascata é já possível.

A. VCO's não lineares, PD linear

Num sistema de transmissão de FM com VCO e PLL seria de esperar que, qualitativamente, o sistema fosse linear se VCO_M e VCO_D fossem iguais. Com efeito, a condição de sincronismo da PLL impõe que, para cada desvio de frequência, a PLL é obrigada a desenvolver uma tensão de saída exactamente igual, em cada instante, à tensão de entrada aplicada ao VCO modulador.

Com esta ideia em mente, calcularam-se as FTNL's dos dois blocos em cascata, obtendo-se para 1ª, 2ª e 3ª FTNL totais as seguintes expressões:

$$H^{(1)}(s) = \frac{c_1 d_{1M} F(s)}{s + c_1 d_{1D} F(s)}, \tag{31}$$

$$H^{(2)}(s_1,s_2) = \frac{d_{2M}}{d_{1M}} H^{(1)}(s_1+s_2)\cdot \left[1 - \frac{d_{2D}}{d_{2M}} H^{(1)}(s_1) H^{(1)}(s_2)\right] \tag{32}$$

$$H^{(3)}(s_1,s_2,s_3) = \frac{d_{3M}}{d_{1M}} H^{(1)}(s_1+s_2+s_3)\cdot \left\{\left[1 - \frac{d_{3D}}{d_{3M}} H^{(1)}(s_1)H^{(1)}(s_2)H^{(1)}(s_3)\right] - \frac{2}{3}\frac{d_{2D}}{d_{3M}}\cdot \left[H^{(1)}(s_1)H^{(2)}(s_2,s_3) + H^{(1)}(s_2)H^{(2)}(s_1,s_3) + H^{(1)}(s_3)H^{(2)}(s_2,s_1)\right]\right\} \tag{33}$$

Por observação das expressões anteriores, conclui-se que o sistema é linearizado para:

d_{1M}=d_{1D}, d_{2M}=d_{2D}, d_{3M}=d_{3D}

Confirma-se assim que a ideia original é válida, apesar de se ter de obedecer às seguintes imposições:

$H^{(1)}(s_1)\cdot H^{(1)}(s_2) = 1$, linearização de 2ª ordem;

$H^{(1)}(s_1)\cdot H^{(1)}(s_2)\cdot H^{(1)}(s_3) = 1$, linearização de 3ª ordem.

Para se obter $H^{(1)}(s_1)\cdot H^{(1)}(s_2) = 1$, $H^{(1)}(s_1)$ tem de obedecer às seguintes condições:

$\left|H^{(1)}(s_1)\right|\cdot\left|H^{(1)}(s_2)\right| = 1$ e $\underline{\left|H^{(1)}(s_1)\right.} + \underline{\left|H^{(1)}(s_2)\right.} = 0º$

Se se considerar que $s_1 \approx s_2$, então:

$$\left|H^{(1)}(s_1)\right|^2 = 1 \Rightarrow \left|H^{(1)}(s_1)\right| = 1 \text{ e}$$

$$2\cdot \underline{\left|H^{(1)}(s_1) = 0º\right.} \Rightarrow \underline{\left|H^{(1)}(s_1) = 0º\right.}$$

Pelo que, para se obter a linearização total, ou seja $H^{(2)}(s_1,s_2)$=0, deve-se ter $H^{(1)}(s_1) = 1\underline{|0º}$. O mesmo se verifica quando se pretende a linearização de 3ª ordem.

Para se contabilizar a influência de pequenos desvios da condição ideal, considerou-se que: $H^{(1)}(s) = (1-\delta)\underline{|\theta º}$, com δ um pequeno desvio da unidade e θ um pequeno desvio de 0º. Obteve-se assim para a distorção de 2ª ordem, considerando $s_1 \approx s_2$, a menos de um factor de escala:

$$1 - H^{(1)}(s_1)H^{(1)}(s_2) = 1 - H^{(1)}(s_1)^2 = 1 - (1-\delta)^2\underline{|2\theta} =$$
$$1 - (1-2\delta)\cos(2\theta) - j(1-2\delta)\sin(2\theta)$$

A expressão anterior, supõe que se δ«1 => $(1-\delta)^2 \approx 1-2\delta$.

O resultado é assim:

$$\left|1 - H^{(1)}(s)\cdot H^{(1)}(s)\right| =$$
$$\sqrt{\left[1-(1-2\delta)\cos(2\theta)\right]^2 + \left[(1-2\delta)\sin(2\theta)\right]^2}$$

Variando agora δ e θ obteve-se:

δ dB	θº	$\left\|1 - H^{(1)}(s)\cdot H^{(1)}(s)\right\|$
0	0	$-\infty$ dB
0	1	-29.14 dB
0	5	-15.17 dB
0	10	-9.18 dB
0	15	-5.72 dB
0	20	-3.29 dB
0.01	0	-34 dB
0.05	0	-20 dB
0.1	0	-14 dB
0.5	0	0 dB
0	90	6 dB

Como se pode observar pela tabela acima, tanto uma pequena variação de δ como de θ, torna esta técnica de linearização[3] inútil. Isto porque um desvio tão pequeno

[3]Por linearização entenda-se um aumento da relação entre a portadora e intermodulação relativamente ao caso em que o VCO_M é não linear e a PLL é linear $H^{(2)}(s_1,s_2) = \frac{d_{2M}}{d_{1M}} H^{(1)}(s_1+s_2)\cdot$.

como δ=0.1dB provoca uma linearização de apenas 14dB, e um atraso de fase de 5º, uma linearização de apenas 15dB.

Portanto, o objectivo a atingir, de modo a melhorar a eficácia do método, é tornar o operador não linear de 1ª ordem unitário com fase 0º, na gama de frequências de interesse.

Como a fase da FTNL de 1ª ordem é bastante dependente do filtro da malha, será realizado, a seguir, um estudo comparativo de vários filtros, usados normalmente em PLL's. Como referências de comparação usam-se duas situações distintas, uma com o VCO_M linear e a PLL não linear, e outra com o VCO_M não linear e a PLL linear. Com estas duas condições, simulam-se as situações mais críticas em que os VCO´s são mais diferentes.

B. Análise do desempenho da linearização por utilização de diferentes tipos de filtros

Considere-se o filtro F(s) do tipo:

$$F(s)=\frac{A(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_n)}{B(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}.$$

Obtém-se para a FTNL de 1ª ordem:

$$H^{(1)}(s)=\frac{c_1d_1A(s-z_1)\cdots(s-z_n)}{Bs(s-p_1)\cdots(s-p_n)+c_1d_1A(s-z_1)\cdots(s-z_n)}$$

Como se pode observar pela expressão anterior, se o termo $Bs(s-p_1)\cdots(s-p_n)\text{«}c_1d_1A(s-z_1)\cdots(s-z_n)$, então atinge-se o pretendido, que é a condição na qual a FTNL de 1ª ordem tem módulo unitário e fase nula.

Particulariza-se agora para diferentes tipos de filtros, escolhidos entre os mais usuais em PLL's.

1. Filtro pólo único

Considerando um filtro do tipo:

$$F(s)=\frac{A}{B(s-p_1)},\ \text{então:}$$

$$H^{(1)}(s)=\frac{c_1d_1A}{Bs(s-p_1)+c_1d_1A}=\frac{c_1d_1\,A/B}{s^2-p_1s+c_1d_1\,A/B}$$

Das expressões anteriores retira-se o valor de $\omega_n=\sqrt{c_1d_1\frac{A}{B}}$ e $2\xi\omega_n=-p_1$. Considerando A/B uma constante K (filtro passivo), chega-se à conclusão de que apenas se consegue controlar ξ, perdendo-se o controlo de ω_n, para c_1 e d_1 fixos, ficando assim com uma largura de banda fixa. Portanto, o controlo de ξ, de modo a não se ter pico da resposta na frequência e assim obter uma característica o mais plana possível, apresenta como desvantagem, neste tipo de filtro, uma largura de banda fixa.

2. Filtro pólo-zero

A função de transferência deste filtro é:

$$F(s)=\frac{A(s-z_1)}{B(s-p_1)},\ \text{obtendo-se:}$$

$$H^{(1)}(s)=\frac{c_1d_1A(s-z_1)}{Bs(s-p_1)+c_1d_1A(s-z_1)}=$$

$$\frac{c_1d_1sA/B-c_1d_1z_1\,A/B}{s^2+s(-p_1+c_1d_1\,A/B)-c_1d_1z_1\,A/B}$$

Novamente, considerando A/B constante, obtém-se para $\omega_n=\sqrt{-c_1d_1z_1K}$ e $2\xi\omega_n=-p_1+c_1d_1K$. Com este filtro já é possível controlar independentemente a largura de banda, alterando a posição de z_1, e o factor de amortecimento, alterando p_1. Mas, como se pode observar pelos gráficos (Fig.9), este filtro produz ainda, na gama de frequências desejada, um atraso de fase considerável.

Em resumo, este filtro fornece ω_n e ξ controláveis, mas tem o mesmo problema de atraso de fase do anterior.

3. Filtro pólo zero, com 1 pólo em DC

$$F(s)=\frac{A(s-z_1)}{Bs},\ \text{então:}$$

$$H^{(1)}(s)=\frac{c_1d_1A(s-z_1)}{Bs^2+c_1d_1A(s-z_1)}=\frac{c_1d_1\,A/B(s-z_1)}{s^2+c_1d_1\,A/B(s-z_1)}$$

pelo que $\omega_n=\sqrt{-c_1d_1z_1\frac{A}{B}}$ e $2\xi\omega_n=c_1d_1\frac{A}{B}$.

Neste caso pode-se alterar ω_n variando a posição de z_1. E, por controlo de A/B, pois este filtro é activo, alterar o valor de ξ, de modo a obter-se o ganho mais plano possível na gama de frequências pretendida. O problema do atraso de fase é minorado por utilização deste tipo de filtro, pois não existe nenhum termo no denominador, além do s^2, que seja diferente do numerador. Verifica-se assim, mais facilmente, a condição de linearização $Bs^2\text{«}c_1d_1A(s-z_1)$ anteriormente deduzida.

4. Considerações.

Foram feitas várias simulações para os dois últimos filtros estudados. Desenharam-se alguns gráficos para melhor interpretar os resultados (Fig.9-Fig.14).

Pela análise destes, observa-se que o melhor resultado para a distorção não linear de intermodulação, se obtém para f_2-f_1. Neste caso, quando $f_2\approx f_1$ os factores das expressões, 32 e 33, transformam-se em:

$1-H(s_1)H(-s_1)=1-H(s_1)H^*(s_1)=1-|H(s_1)|^2$. Como se pode verificar, a alteração é apenas devida a variações de δ e não de θ. Pela comparação entre os gráficos representativos dos diferentes filtros, observa-se que o 3º filtro é o que apresenta melhores resultados numa gama de frequências que se estende até ω_n. Aí podem conseguir-se melhorias superiores a 15dBc, para a relação sinal distorção de 2ªordem. Quanto à distorção de 3ª ordem, a nossa atenção debruçou-se preferencialmente sobre as componentes à frequência de $2f_1$-f_2, e $2f_2$-f_1, pois para um sistema de banda modulada, são as únicas componentes de intermodulação que caiem dentro da banda. Neste caso, e de modo semelhante ao já verificado para a 2ª ordem, consegue-se o melhor resultado para o 3º filtro, em que melhorias de relação sinal distorção de cerca de 10dBc são possíveis ate ω_n.

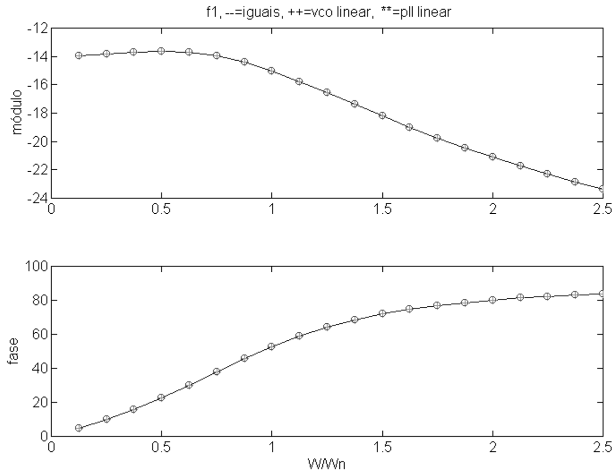

Fig. 9 - FTNL de 1ª ordem, para filtro pólo-zero.

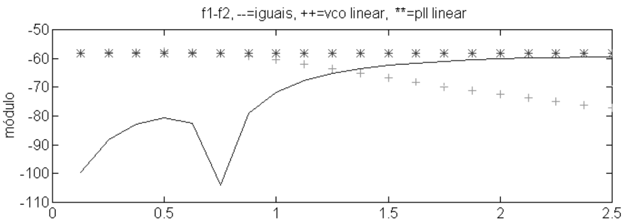

Fig. 10 - FTNL de 2ª ordem, à componente f1-f2, para filtro pólo-zero.

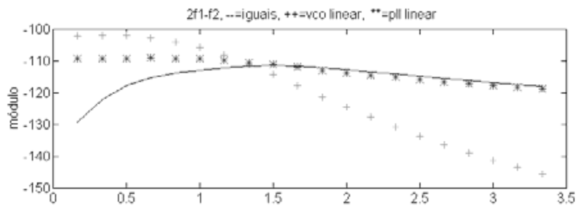

Fig. 11 - FTNL de 3ª ordem, à componente 2f1-f2, para filtro pólo-zero.

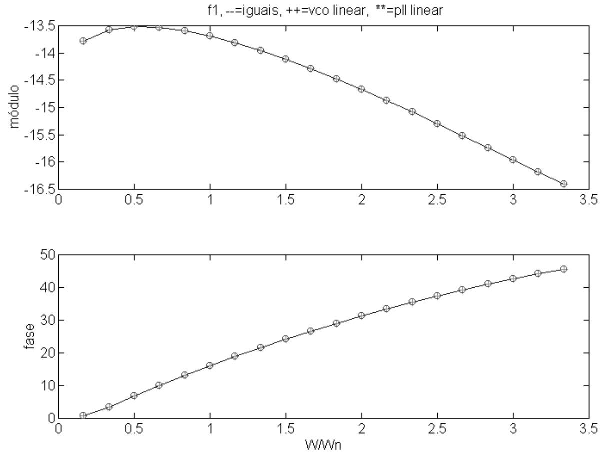

Fig. 12 - FTNL para filtro pólo-zero, com pólo em DC.

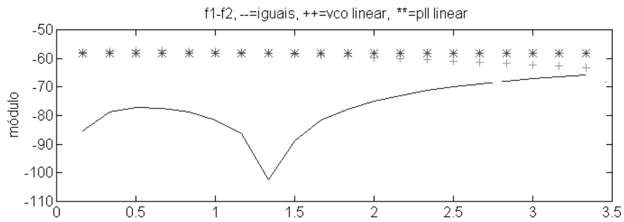

Fig. 13 - FTNL de 2ª ordem, componente em f1-f2, para filtro pólo-zero, com pólo em DC.

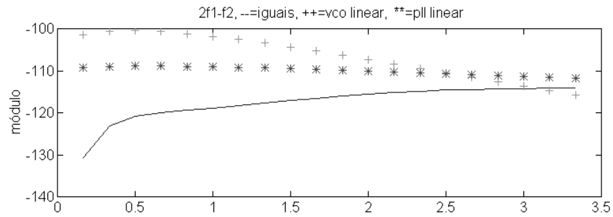

Fig. 14 - FTNL de 3ª ordem, componente em 2f1-f2, com filtro pólo-zero, com pólo a DC.

C. VCO's lineares e PD não linear

Apesar de toda a análise anterior ter sido calculada considerando o detector de fase linear, verifica-se que a ideia qualitativa inicial de linearização é válida, mesmo que o detector de fase seja não linear, como se demonstra utilizando as expressões seguintes.

Se considerarmos os VCO's iguais e lineares, e o detector de fase não linear, obtêm-se:

$$\lim_{s=j\omega\to 0} H_1(s) = 1$$

$$\lim_{s=j\omega\to 0} H_2(s_1, s_2) =$$

$$-c_1 \frac{c_2}{c_1} H_1(s_1) H_1(s_2) + c_2 H_1(s_1) H_1(s_2) = 0$$

$$\lim_{s=j\omega\to 0} H_{3T}\left(s_1,s_2,s_3\right)=-c_3 H_{1D}\left(s_1\right)H_{1D}\left(s_2\right)H_{1D}\left(s_3\right)-$$

$$-\frac{2}{3}c_2\sum_{i=1}^{3}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j\neq k}}^{3}\sum_{k=1}^{3}H_{1D}\left(s_i\right)H_{2D}\left(s_j,s_k\right)+$$

$$+c_3 H_{1D}\left(s_1\right)H_{1D}\left(s_2\right)H_{1D}\left(s_3\right)+$$

$$+\frac{2}{3}c_2\sum_{i=1}^{3}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j\neq k}}^{3}\sum_{k=1}^{3}H_{1D}\left(s_i\right)H_{2D}\left(s_j,s_k\right)=0$$

Está então teoricamente provado, que se consegue linearizar um sistema modulador, VCO, e desmodulador, PLL, desde que os VCO's sejam exactamente iguais e $\omega \to 0$, pois é nessa situação que o detector de fase não tem influência na distorção não linear e a FTNL de 1ª ordem tem módulo unitário e fase nula.

VII. CONCLUSÕES

No início deste trabalho foi proposta a modelação não linear de um sistema de modulação/desmodulação de FM, por VCO e PLL. Atingiram-se estes objectivos, e confrontaram-se os seus resultados com os obtidos, usando um simulador do domínio do tempo. Verificou-se que a utilização de séries de Volterra é perfeitamente justificável, sendo ainda mais eficiente devido à sua forma fechada.

Aproveitando as potencialidades proporcionadas pelo tipo de solução analítica encontrada, investigou-se, ainda, a possibilidade de linearização de um sistema de modulação, desmodulação, de FM por PLL, baseada na ideia qualitativa da utilização de dois VCO's iguais.

Conclui-se que, efectivamente, a utilização de dois VCO's iguais, lineariza o sistema, desde que a resposta da PLL cumpra algumas condições. Verificou-se ainda, que a ideia original, também é válida para detectores de fase não lineares, quando $\omega \to 0$.

Por análise de vários filtros de malha conclui-se que o filtro pólo-zero com pólo a DC, é aquele que fornece melhores resultados até uma gama de frequências de ω_n.

Conseguem-se assim, obter melhorias da relação portadora distorção superiores a 15dBc para a 2ª ordem, e 10dBc para a 3ª ordem, até frequências perto de ω_n.

REFERÊNCIAS

[1] Nuno Borges de Carvalho e Raquel Castro Madureira, Relatório da disciplina de Projecto do 5ºAno, 1994/1995.

[2] D. Schilling and M. Smirlock, "Intermodulation Distortion of a Phase Locked Loop Demodulator", IEEE Trans. on Communications Technology, Vol. COM-15, No. 2, pp.222-228, April 1967.

[3] H. Van Trees, "Functional Techniques for the Analysis of the Nonlinear Behavior of Phase-Locked Loop", Proc. IEEE, Vol. 52, pp.894-911, Aug. 1964.

[4] J. Klapper and J. Frankle, Phase-Locked and Frequency Feedback Systems, New York: Academic, 1972.

[5] A. Blanchard, Phase-Locked Loops - Application to Coherent Receiver Design, John Wiley & Sons, Inc., 1976.

[6] Y. Takahashi and H. Ohmori, "Harmonic Distortion of a PLL FM Demodulator for Periodic Signals", IEEE Trans. on Communications, Vol. COM-28, No. 9, pp.1753-1757, Sep. 1980.

[7] S. Maas, Nonlinear Microwave Circuits, Artech House, Inc., Norwood, MA, 1988.

[8] D. Weiner and J. Spina, Sinusoidal Analysis and Modelling of Weakly Nonlinear Circuits, Van Nostrand, NY, 1980.

[9] Simulab User's Guide, The Math Works, Inc., Natick, MA, Dec. 1991.