

# Alternativa ao SPICE para Simulação do Estado Estacionário de Circuitos Não Lineares

Nuno Borges de Carvalho, José Carlos Pedro

**Resumo** - Pretende-se com este artigo propor uma nova técnica de análise de circuitos não lineares no seu estado estacionário que, ao contrário do SPICE, não realize as simulações no domínio temporal, mas, directamente no domínio da frequência.

Desenvolve-se uma nova técnica de mapeamento da frequência para a discretização de espectros contínuos, e uma nova ferramenta de convolução e desconvolução espectral.

Finalmente, demonstra-se a validade desta nova técnica proposta.

**Abstract** - The objective of this paper is to explain a new technique to simulate non-linear steady-state circuits that does not use time domain, like SPICE[12], but spectral domain to do the simulations.

In this paper we develop a new frequency mapping technique to use in the discretization of continuous spectrum and a new tool to do convolution and deconvolution.

Finally we prove the validity of this technique.

## I. INTRODUÇÃO

Normalmente, quando se pretende calcular, ou simular, a resposta de um circuito não linear, utiliza-se o programa comercial SPICE, que efectua cálculos no domínio temporal.

Os inconvenientes do cálculo da resposta estacionária utilizando simulações no domínio temporal são vários, e muitas vezes impossibilitam a simulação de alguns circuitos, quer por total impossibilidade do método, quer pela insuficiência tecnológica dos recursos computacionais existentes.

Para clarificar os problemas associados à análise temporal, considere-se um sinal constituído por dois tons de frequência 1GHz e 1.001GHz. Uma mistura de intermodulação de 2ª ordem provocará a aparição de um tom a 0.001GHz. Se se pretender calcular produtos de intermodulação até à 3ª ordem necessita-se de estudar harmónicas até à frequência 3.003GHz.

A taxa de amostragem temporal deste sinal seria de,  $1/(2f_{\max})$ , de modo a não existir *aliasing* espectral. Como as misturas de intermodulação apresentam tons a 0.001GHz, o número de amostras seria dado por

$$\frac{2f_{\max}}{f_{\min}} = 6006 \text{ amostras, o que tornaria a simulação}$$

bastante lenta.

Neste exemplo desprezou-se, ainda, o tempo necessário para se atingir a condição estacionária, resposta transitória.

Outros problemas prendem-se com a representação espectral do sinal quando este é constituído por um conjunto de frequências não mensuráveis entre si. Nesta situação o cálculo da DFT introduzirá lóbos laterais (correspondentes à convolução de cada tom com uma sinc) à volta dos tons principais o que provoca uma diminuição da gama dinâmica deste tipo de simulação. No ponto II deste artigo estas questões serão discutidas com mais pormenor.

Ainda um problema decorrente das técnicas temporais é a impossibilidade de representar, no domínio temporal, dispositivos electrónicos, como por exemplo linhas de transmissão dispersivas, cujos modelos são definidos quase exclusivamente no domínio espectral.

Devido a todas estas insuficiências, novas técnicas de simulação não linear emergiram. De entre elas devem referir-se a das séries de Volterra[1-2] e a do Balanço Harmónico[3] que tratam a excitação directamente no domínio da frequência. Como a técnica tratada neste artigo, o Balanço Espectral[4-6], é uma implementação particular do Balanço Harmónico, mais geral, apresenta-se na secção II uma breve introdução a este último.

A seguir, na secção III, introduz-se o balanço espectral e propõe-se uma nova implementação e interpretação de alguns passos deste tipo de técnica relativamente a artigos anteriormente publicados. Finalmente, na secção IV apresentam-se alguns exemplos práticos de aplicação da técnica referida, e, em V, discutem-se algumas conclusões interessantes da aplicação deste tipo de técnica.

## II. TÉCNICA DO BALANÇO HARMÓNICO

Exceptuando o SPICE, a técnica mais utilizada para a análise de circuitos não lineares é a técnica de balanço harmónico[3]. Esta técnica baseia-se num método híbrido de análise temporal e espectral. Por esse facto, apresenta problemas de implementação em situações de espectro não periódico, como se verá posteriormente.

Para a aplicação do balanço harmónico, o primeiro passo consiste em dividir o circuito não linear em duas partes. Uma parte onde só se colocam elementos lineares, e outra, onde se colocam elementos lineares e não lineares sem memória, conforme for mais útil para a resolução do problema.(Fig. 1)

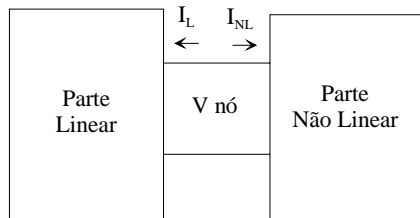


Figura 1 - Separação do circuito em 2 partes.

Estando o circuito assim dividido, calcula-se a corrente linear  $I_L$  por métodos conhecidos, como por exemplo aplicação de técnicas lineares no domínio espectral (Fourier). A corrente não linear ( $I_{NL}$ ) calcula-se realizando para isso uma transformação do vector  $V$ (tensão) para o domínio temporal, por aplicação da transformada inversa de Fourier discreta (IDFT). A análise dos elementos não lineares efectua-se no domínio temporal, realizando a seguir a transformação contrária do vector  $i_{nl}(t)$  para o domínio espectral, aplicando a DFT.

Conhecendo o valor da corrente linear ( $I_L$ ) e da corrente não linear ( $I_{NL}$ ) realiza-se o chamado balanço harmónico. Este não é mais que o resultado da aplicação das leis de Kirchoff ao nó em questão (Fig.1). Obtém-se assim  $F(V)=I_L-I_{NL}$ . A  $F(V)$  chama-se o vector erro, e é o anulamento de  $F(V)$  que permite dizer quando é que o balanço harmónico termina, e se se descobriu uma solução para o problema.

Se o erro  $F(V)$  não é aceitável, (entenda-se por aceitável um erro que ainda não pode ser considerado pequeno relativamente às grandezas envolvidas), então aplicam-se métodos de iteração de modo a descobrir outra estimativa para o vector tensão ( $V$ ) e assim repetir o ciclo de cálculo de  $I_L$  e  $I_{NL}$ , até se reduzir o erro a um nível aceitável.

De entre os vários métodos de iteração possíveis, referir-se-á apenas o método de Newton, visto ser o utilizado, neste artigo, para a implementação de um simulador baseado no balanço harmónico. Quanto aos outros métodos as referências [1],[2] dão uma boa explicação acerca deles.

### 1. Método de Newton

Para melhor entender a aplicação do método de Newton considere-se a seguinte curva  $y(t)$ :

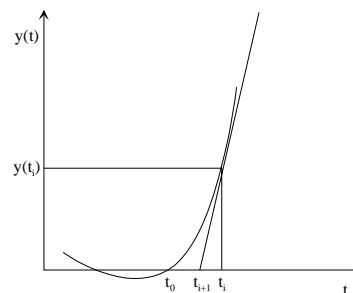


Figura 2- Aplicação do método de Newton.

Se a estimativa inicial para um zero da função  $y(t)$  foi  $t=t_i \neq t_0$  e o erro  $|t_i \neq t_0|$  não é aceitável, o método de Newton diz-nos que:

$$y(t_i) - \left. \frac{\partial y(t)}{\partial t} \right|_{t=t_i} \cdot \Delta t = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta t = t_i - t_{i+1} = y(t_i) \cdot \left( \left. \frac{\partial y(t)}{\partial t} \right|_{t=t_i} \right)^{-1} \Rightarrow \quad (1)$$

$$t_{i+1} = t_i - y(t_i) \cdot \left( \left. \frac{\partial y(t)}{\partial t} \right|_{t=t_i} \right)^{-1}$$

Como se pode observar pela expressão, o método de Newton utiliza a informação da derivada da função no ponto  $t_i$  para o cálculo da próxima iteração,  $t_{i+1}$ .

Aplicando este princípio ao nosso vector de erro  $F(V)$ , de modo a encontrar-se uma solução para  $F(V)=0$ , obter-se-á:

$$V_{i+1} = V_i - F(V_i) \cdot \left( \left. \frac{\partial F(V)}{\partial V} \right|_{V=V_i} \right)^{-1} \quad (2)$$

Como  $F(V)$  é um vector de  $K$  posições  $\frac{\partial F(V)}{\partial V}$  será uma matriz de  $K \times K$  posições à qual se chama de matriz jacobiana.

Devido a  $V$  e, consequentemente,  $F(V)$  estarem definidos na frequência e  $F(V)=I_L+I_{NL}=I_L(f)-\mathcal{F}(i_{nl}(t))$ , então a não linearidade deverá ser derivada no domínio temporal e só depois calculado o espectro do resultado da derivada não linear, obtendo-se assim:

$$\frac{\partial F(V)}{\partial V} = \frac{\partial I_L(j\omega)}{\partial V} - \mathcal{F} \left( \frac{\partial i_{nl}(v(t))}{\partial v(t)} \right) \quad (3)$$

Generalizando a  $N$  nós e  $K$  componentes espectrais a matriz jacobiana virá assim[2]:

$$J_F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{1,0}} & \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{1,1}} & \dots & \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{1,K}} & \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{N,0}} & \frac{\partial F_{1,0}}{\partial V_{N,K}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_{N,K}}{\partial V_{1,0}} & \frac{\partial F_{N,K}}{\partial V_{1,1}} & \dots & \frac{\partial F_{N,K}}{\partial V_{1,K}} & \dots & \frac{\partial F_{N,K}}{\partial V_{N,K}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Entenda-se por  $\frac{\partial F_{a,b}}{\partial V_{c,d}}$  a derivada do vector  $F(V)$  no nó  $a$

harmónica  $b$ , relativamente ao vector  $V$  no nó  $c$  harmónica  $d$ , e

$$\nabla \left( \frac{\partial i_{nl}(v(t))}{\partial v(t)} \right) = \frac{1}{T} \int_{-1/2T}^{1/2T} \frac{\partial i_{nl,a}(t)}{\partial v_c(t)} e^{-j(b-d)\omega_p t} dt \quad (5)$$

com  $T$  o período correspondente à frequência fundamental.

Este método de iteração exhibe por vezes problemas de convergência. Nesses casos, costuma-se usar como método de iteração, não o método de Newton mas um método misto de Newton e fraccionamento da excitação. Este método baseia-se no seguinte pressuposto: conhecido um valor de saída correspondente a um pequeno nível de entrada é sempre possível conhecer o valor de saída para qualquer outro nível, usando passos incrementais do valor de entrada, de dimensão tão pequena quanto se pretenda.

Este tipo de iteração mista aumenta a eficácia e robustez do método, só que torna o seu diagrama de blocos mais complexo. Por isso, e de modo a não complicar demasiado o diagrama, representa-se apenas o diagrama de blocos do balanço harmónico utilizando o método de Newton para a iteração.

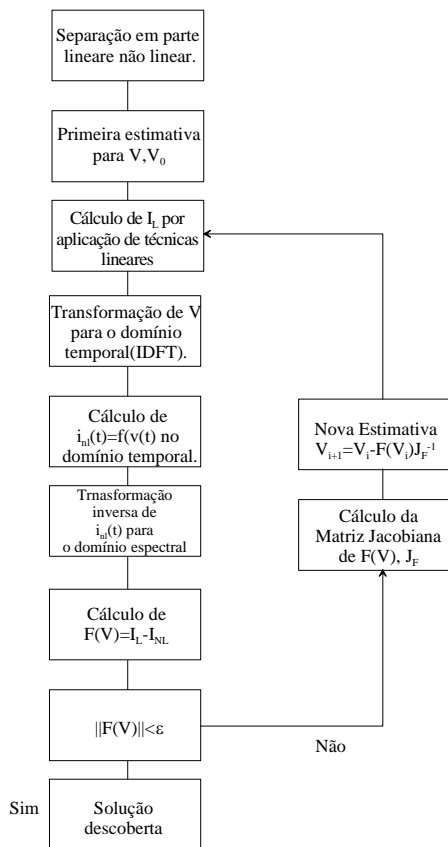


Diagrama 1- Balanço Harmónico.

## 2. Problemas na aplicação da técnica de balanço harmónico

Apesar de se poderem detectar várias dificuldades quando da aplicação desta técnica, como, por exemplo, a escolha de condições iniciais para o vector tensão  $V$ , ou de critérios de fim da análise,  $F(V)$ , a limitação prende-se com a utilização da DFT para o cálculo da corrente não linear. Este problema decorre da aplicação da DFT a sinais que não são periódicos, como é o caso daqueles em que as frequências que os constituem não são proporcionais entre si. Apesar da aplicação desta transformada proporcionar sempre uma estimativa do espectro do sinal, quando os sinais são não proporcionais irá existir o chamado espalhamento do espectro. Este degradará bastante a relação-sinal-ruído e, conseqüentemente, a gama dinâmica da análise do balanço harmónico, um facto partilhado por todas as análises temporais.

Para exemplificar este problema, considere-se um sinal constituído por três tons harmonicamente não proporcionais entre si, mas bastante próximos (Fig. 3a)). Se se escolher um ritmo de amostragem bastante elevado de modo a não existir *aliasing* espectral, e um tempo de observação temporal também bastante elevado, observa-se (Fig. 3b)), que existirá sempre um lóbo lateral à volta de cada tom que será tanto mais largo, quanto mais espalhamento espectral de potência de cada tom existir à sua volta.

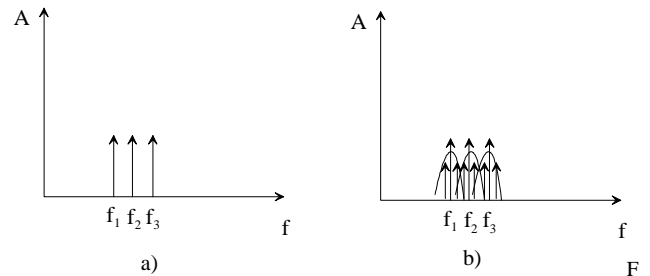


Figura 3- Espectro discreto de tons não proporcionais entre si.

Este lóbo lateral diminuirá a gama dinâmica da técnica de análise, já que, por exemplo, tons de mistura de intermodulação de ordem ímpar que caíam relativamente perto dos tons principais serão absorvidos e mascarados pelo lóbo lateral gerado pelo espalhamento espectral.

Num trabalho interno[11] efectua-se um estudo mais detalhado acerca do aparecimento deste tipo de 'lóbo laterais'.

Outro problema inerente ao uso da DFT prende-se com a análise de tons relativamente perto uns dos outros, pois os produtos de intermodulação de ordem par criarão misturas com períodos bastante longos,  $(f_2 - f_1 \approx 0)$ . Estes irão exigir um tempo de observação consideravelmente elevado e, conseqüentemente, um vector de amostras nada eficiente, como já previamente se referiu para a análise temporal.

Para a minimização destes problemas, duas novas técnicas de análise foram propostas. Uma continua a

utilizar um método híbrido entre o domínio temporal e espectral, só que substitui o uso da DFT pela utilização da Transformada de Fourier Quase Periódica. Esta nova técnica de transformação entre domínios, ao contrário da DFT, apenas calcula as componentes espectrais que são do nosso interesse, evitando assim cálculos desnecessários quando as constantes de tempo envolvidas são bastante elevadas. A técnica continua a ter a si associada uma baixa gama dinâmica, pois o cálculo de componentes espectrais não proporcionais é realizado através de estimativas[7]-[8].

Outro método é o chamado Balanço Espectral. Ao contrário dos outros métodos, prescinde da utilização de DFT ou qualquer outra técnica de transformação entre domínios. Devido à realização de todos os cálculos no domínio espectral, consegue assim uma gama dinâmica mais elevada relativamente às técnicas anteriores.

O problema associado a este método prende-se com a necessidade de calcular o espectro da corrente não linear. Como a não linearidade está, naturalmente definida no domínio temporal, necessita-se, para o cálculo do seu espectro, da sua representação numa forma da qual seja relativamente simples inferir o resultado de operações entre espectros.

## II- IMPLEMENTAÇÃO DA TÉCNICA DE BALANÇO ESPECTRAL

Tendo o problema de representação sido superado[9], pelo uso de aproximações polinomiais ou racionais, outra dificuldade deriva da forma de representação do espectro e implementação das necessárias convoluções espectrais (produtos múltiplos no tempo).

### *Representação do sinal e Convoluções Espectrais.*

Consideremos um sinal genérico representado no domínio da frequência. Para a aplicação da técnica do balanço espectral teremos de discretizar este espectro. Na discretização do espectro duas hipóteses se levantam: ou se realiza uma discretização uniforme, ou uma discretização não uniforme. Se o espectro for contínuo é indiferente o tipo de discretização, pois ambas terão a si associadas um certo erro. Se o espectro for não contínuo então a discretização não uniforme será a mais aconselhada, de modo a contabilizar todos os tons presentes no espectro discreto.

Se a discretização for uniforme, o problema da convolução estará resolvido, pois, analogamente ao domínio temporal, onde este tipo de discretização é comum, a convolução a utilizar pode ser semelhante à utilizada para o domínio temporal.

Esta discretização uniforme do espectro mostra-se indicada para sinais de banda larga, i. e., sinais onde a largura de banda relativa,  $B_r = \frac{f_{MAX} - f_{MIN}}{f_{MIN}}$ , é igual ou

superior a 100%. No entanto, quando aplicada aos sinais normalmente usados em rádio comunicações, ou seja, sinais tipo passa banda de largura de banda relativa  $B_r$ , muito baixa, produz um grande número de amostras de valor zero, o que torna a convolução utilizada normalmente inútil, pois perde-se a maioria do tempo no cálculo de produtos dos quais se sabe *a-priori* que são zeros.

A constatação anterior leva-nos imediatamente à utilização, relativamente óbvia, de técnicas aplicáveis às matrizes esparsas, pois essas técnicas aproveitam o facto das matrizes serem constituídas por variadíssimos zeros.

Estas técnicas poderiam, e são de facto, aplicadas no cálculo das convoluções e operações do balanço espectral. Mas, quando se pretende aplicá-las à maior matriz do problema, a matriz jacobiana, não se ganha muito, já que ela não é assim tão esparsa. Esta fraca densidade de zeros decorre da maneira como ela é construída. Recordando a construção da matriz jacobiana, expressão (4), pode-se verificar que, por nó, a sua diagonal é constituída pela função de transferência linear, e as cordas paralelas à diagonal principal são constituídas pela função transferência de  $k^a$  ordem. Portanto, se a não linearidade a estudar exigir que se contabilizem termos de misturas de intermodulação até à  $n^a$  ordem, existirão  $n$  bandas paralelas completamente preenchidas com valores não nulos. Na figura seguinte pode-se observar a densidade de zeros típica de uma matriz jacobiana, na qual a discretização utilizada foi uniforme. Os pontos escuros correspondem a valores preenchidos, e os outros a valores nulos.

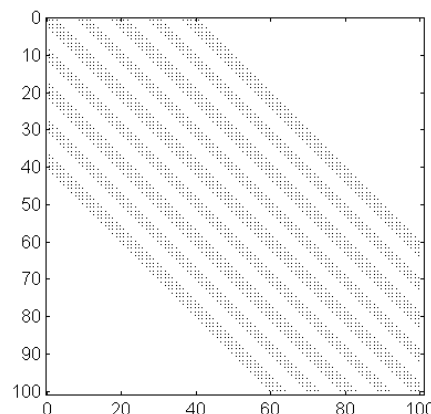


Figura 4 - Densidade de zeros típica de uma matriz jacobiana.

Com efeito, implementou-se um algoritmo utilizando as propriedades das matrizes esparsas, constatando-se que a velocidade de toda a simulação não era muito afectada.

Para se ter uma ideia do número de operações necessárias, considere-se dois sinais, um a 1GHz e outro a 1.001GHz. De modo a contabilizar produtos de mistura até à terceira ordem, necessita-se de contabilizar produtos a 3.003GHz e a 0.001GHz. Desse modo obtém-se um vector espectral de 3003 posições, (resultantes da discretização uniforme com taxa de amostragem a

0.001GHz), e um jacobiano de  $9 \times 10^6$ , posições por nó. Isto mostra que tal método de discretização torna o balanço espectral totalmente insuficiente nos casos em que o espectro apresente uma banda relativa muito estreita. Com efeito, ganha-se apenas um factor de 2 relativamente ao número de pontos utilizados pelas técnicas temporais.

Utilizando a informação anterior, parece intuitivo que, ignorando aquelas posições das quais se sabe *a-priori* serem zeros, tornaria o cálculo do balanço espectral bastante mais eficiente, pois, usando o caso do exemplo anterior, apenas teríamos de calcular 13 posições espectrais.

De forma a tentar implementar esta ideia, um problema se levanta imediatamente. Esse problema tem a ver com a determinação das posições que nos interessa calcular, e quais aquelas que irão ser nulas ou bastante pequenas.

Considerem-se 3 tons, 1GHz, (1+a)GHz, (1+b)GHz. As misturas até à 3ª ordem destes 3 tons cairão a:

mistura	valor
$f_2-f_1$	a
$f_3-f_1$	b
$f_3-f_2$	a-b
$f_1$	1
$f_2$	1+a
$f_3$	1+b
$2f_1$	2
$2f_2$	2+2a
$2f_3$	2+2b
$f_1+f_2$	2+a
$f_1+f_3$	2+b
$3f_1$	3
$3f_2$	3+3a
...	...

Tabela 1 - Misturas entre 3 tons não proporcionais.

Como se pode observar é bastante difícil descobrir o sítio nos quais os tons vão cair e se existem 2 misturas que caem sobre o mesmo tom. No exemplo do caso anterior, se  $a=0.1\text{GHz}$  e  $b=0.2\text{GHz}$ , contabilizam-se duas posições, a  $f_2-f_1=0.1\text{GHz}$  e a  $f_3-f_2=0.1\text{GHz}$ , que, em termos de componentes espectrais, caem sobre o mesmo tom. Se o número de tons iniciais aumentar, e se existir um mínimo múltiplo comum entre eles, obteremos um número de situações semelhantes mais elevado, o que irá estar a desperdiçar memória, e, conseqüentemente, tempo computacional.

Se, por outro lado, se considerar que o espectro é discretizado da seguinte maneira: 1GHz, 1+aGHz, 1+2aGHz, ou seja uma discretização uniforme a partir de uma frequência fixa  $f_x$ , observa-se que os produtos de mistura irão cair a:

$$f_{\text{central}} = \begin{cases} \left( \frac{f_m + f_{m+1}}{2} \right) \cdot c, & \text{se número de tons par} \\ (f_m) \cdot c, & \text{se número de tons impar} \end{cases} \quad (6)$$

com  $f_m$  e  $f_{m+1}$  as frequências centrais do vector espectral inicial e  $c$  o número de ordem da mistura a efectuar. Por exemplo, 3ª ordem  $\Rightarrow c=3$ .

O alargamento espectral à volta de cada  $f_{\text{central}}$  devido aos produtos cruzados é dado por :

$$n^\circ \text{ de riscas espalhadas} = c \cdot n - (c-1), \quad (7)$$

com  $n$  o número de riscas originais. Cada risca de espalhamento está separada da anterior de  $a$ , onde  $a$  é o passo de discretização na frequência.

Constata-se ainda que os espalhamentos procedentes de igual ordem de paridade têm o mesmo valor que a ordem máxima de igual paridade.

Para exemplificar esta formulação considerem-se 3 tons a 1GHz, 1.001GHz e 1.002GHz e uma mistura até à 3ª ordem, obtêm-se assim:

centro de 2ª ordem=2.002GHz  
 espalhamento 2ª ordem=5

centro de 3ª ordem=3.003GHz  
 espalhamento 3ª ordem=7

o vector de mistura será:

<b>0</b>	0.001	0.002				
0.998	0.999	1	<b>1.001</b>	1.002	1.003	1.004
2	2.001	<b>2.002</b>	2.003	2.004		
3	3.001	3.002	<b>3.003</b>	3.004	3.005	3.006

Tabela 2 - Mistura de 3 tons discretizados uniformemente a partir de  $f_x$  até à 3ª ordem.

Deste modo conseguiu-se utilizar apenas um vector espectral com 22 posições, ao contrário das 3006 da discretização totalmente uniforme, e das 26 posições que existiriam se se considerasse uma distribuição sem restrições, como exemplificado com a tabela 1.

De um modo relativamente simples foi desenvolvida uma ferramenta que permite criar o mapeamento espectral, desde que o espectro seja discretizado uniformemente a partir de uma frequência  $f_x$ .

Como agora a discretização não é uniforme desde DC, a ferramenta de convolução utilizada até aqui, análoga à convolução temporal, não poderá mais ser utilizada. Desse modo, e tendo conhecimento das propriedades e simetrias do espectro, tem-se de construir uma nova ferramenta de convolução espectral, que permita calcular a convolução entre dois vectores de frequências não uniformemente espaçadas.

Para melhor compreender a razão da não utilização da convolução clássica, considere-se a convolução circular clássica:

$$a(j) = \sum_{i=-N}^N y(i)x(j-i) \tag{8}$$

Representando esta convolução graficamente para X=Y, por exemplo, vectores espectrais com dois tons e preenchidos até à 2ª ordem: A=X\*Y

Os vectores, X e Y, a convoluir serão:

X=Y=

-2f <sub>2</sub>	0
-f <sub>2</sub> -f <sub>1</sub>	0
-2f <sub>1</sub>	0
-f <sub>2</sub>	j*
-f <sub>1</sub>	j*
f <sub>1</sub> -f <sub>2</sub>	0
0	0
f <sub>2</sub> -f <sub>1</sub>	0
f <sub>1</sub>	j
f <sub>2</sub>	j
2f <sub>1</sub>	0
f <sub>1</sub> +f <sub>2</sub>	0
2f <sub>2</sub>	0

Tabela 3 - Vector espectral X,Y.

A convolução é representada graficamente<sup>1</sup> por:

y→	0	0	0	j*	j*	0	0	0	j	j	0	0	0	a↓
x→	0													0
x→	0	0												0
x→	0	0	0											0
x→	j*	0	0	0										0
x→	j*	j*	0	0	0									0
x→	0	j*	j*	0	0	0								0
x→	0	0	j*	j*	0	0	0							-1
x→	0	0	0	j*	j*	0	0	0						-2
x→	j	0	0	0	j*	j*	0	0	0					-1
x→	j	j	0	0	0	j*	j*	0	0	0				0
x→	0	j	j	0	0	0	j*	j*	0	0	0			0
x→	0	0	j	j	0	0	0	j*	j*	0	0	0		2
x→	0	0	0	j	j	0	0	0	j*	j*	0	0	0	4
x→		0	0	0	j	j	0	0	0	j*	j*	0	0	2
x→			0	0	0	j	j	0	0	0	j*	j*	0	0
x→				0	0	0	j	j	0	0	0	j*	j*	0
x→					0	0	0	j	j	0	0	0	j*	-1
x→						0	0	0	j	j	0	0	0	-2
x→							0	0	0	j	j	0	0	-1
x→								0	0	0	j	j	0	0
x→									0	0	0	j	0	0
x→										0	0	0	0	0
x→											0	0	0	0
x→												0	0	0
x→													0	0

Tabela 4 - Representação gráfica da convolução espectral circular.

<sup>1</sup> A tabela 4 corresponde a uma visualização da expressão n°8 sendo cada linha correspondente a um diferente valor de j.

Como se pode observar pela figura anterior, a zona entre o tracejado corresponde à chamada matriz convolução. Essa matriz pode definir-se por:

$$X*Y=T_X.Y, \text{ com } T_X \text{ a dita matriz convolução.}$$

No caso do vector espectral estar discretizado uniformemente, a matriz obtida anteriormente é válida, pois cada posição da convolução irá cair na frequência respectiva. Exemplifiquemos esta afirmação:

Se se tiver o vector x=0 0 0 j\* j\* 0 0 0 j j 0 0 0, o vector de componentes espectrais associado a ele está representado na tabela 3.

Construindo a matriz de frequências, obtém-se as frequências correspondentes a cada passo da convolução:

	-2f <sub>2</sub>	-f <sub>2</sub> -f <sub>1</sub>	-2f <sub>1</sub>	-f <sub>2</sub>	-f <sub>1</sub>	...	
j=7	0	f <sub>1</sub> -f <sub>2</sub>	-f <sub>1</sub>	-f <sub>2</sub>	-2f <sub>1</sub>	...	-2f <sub>2</sub> ;-3f <sub>1</sub>
j=8	f <sub>2</sub> -f <sub>1</sub>	0	f <sub>1</sub> -f <sub>2</sub>	-f <sub>1</sub>	-f <sub>2</sub>	...	-f <sub>2</sub> -f <sub>1</sub>
j=9	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub> -f <sub>1</sub>	0	f <sub>1</sub> -f <sub>2</sub>	-f <sub>1</sub>	...	f <sub>1</sub> -2f <sub>2</sub> ;-2f <sub>1</sub>
j=10	f <sub>2</sub>	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub> -f <sub>1</sub>	0	f <sub>1</sub> -f <sub>2</sub>	...	-f <sub>2</sub> ;-3f <sub>1</sub> +f <sub>2</sub>

Tabela 5 - Representação de cada frequência mistura, para cada passo da convolução.

Como se vê existem produtos, (-2f<sub>2</sub>;-3f<sub>1</sub>) na mesma linha da convolução, logo cairão à mesma componente espectral. Se a discretização for uniforme desde DC, f<sub>1</sub>=2aHz e f<sub>2</sub>=3aHz com a o ritmo de discretização, então -2f<sub>2</sub>=-2a=-3f<sub>1</sub>=-6a e a convolução será efectuada correctamente. Por outro lado se f<sub>1</sub>=a≠f<sub>2</sub>=b então apesar de corresponderem à mesma linha, j, não produzem a mesma frequência de mistura, e a convolução estará incorrecta. Portanto, esses produtos têm de ser tratados de acordo com a posição aos quais correspondem. Por análise das tabelas de frequências anteriores (tabela 3) verifica-se ainda que as frequências que caem noutras posições não pertencem ao mapeamento previamente realizado de todas as misturas possíveis. Desse modo, a matriz de convolução deverá ser construída por simples deslocação sucessiva do vector espectral a convoluir, e, de seguida deve-se ignorar (anular) as posições referentes a misturas que se sabe previamente não fazerem parte do mapeamento de frequência.

Deste modo, está construída uma ferramenta de convolução bastante geral, seja o espectro discretizado uniformemente ou não. Esta ferramenta de convolução é apenas dependente do vector mistura, ou mapeamento na frequência, pois esse vector mistura é que impõe se uma frequência mistura pertence, ou não, ao mapeamento previamente definido.

O algoritmo para criar a matriz convolução dado um mapeamento é:

```

for i=1 até total de misturas
  for j=i até total de misturas
    if frequência de x(j-i+(total de misturas)/2)+y(i)
      pertence ao mapeamento then
        Tx(j,i)=x(j-i+(total de misturas)/2).
      endif
    endfor
  endfor
endfor
    
```

Por outro lado, da observação da maneira como foi construída a matriz convolução, existem bastantes pontos que se estão a desperdiçar. Isto porque, como se está a tratar de sistemas reais o espectro é simétrico relativamente a DC. Desse modo, a matriz convolução, não precisa de contabilizar o espectro negativo, necessitando apenas de contabilizar a parte positiva. Considere-se de novo o vector  $x=0\ 0\ 0\ j^* \ j^* \ 0\ 0\ 0\ j \ j \ 0\ 0\ 0$ , e a respectiva matriz convolução:

0	0	0	$j^*$	$j^*$	0	0	0	j	j	0	0	0	
0	0	$j^*$	$j^*$	0	0	0							-1
0	0	0	$j^*$	$j^*$	0	0	0						-2
j	0	0	0	$j^*$	$j^*$	0	0	0					-1
j	j	0	0	0	$j^*$	$j^*$	0	0	0				0
0	j	j	0	0	0	$j^*$	$j^*$	0	0	0			0
0	0	j	j	0	0	0	$j^*$	$j^*$	0	0	0		2
<hr/>													
0	0	0	j	j	0	0	0	$j^*$	$j^*$	0	0	0	4
	0	0	0	j	j	0	0	0	$j^*$	$j^*$	0	0	2
		0	0	0	j	j	0	0	0	$j^*$	$j^*$	0	0
			0	0	0	$j$	j	0	0	0	$j^*$	$j^*$	0
				0	0	0	j	j	0	0	0	$j^*$	-1
					0	0	0	j	j	0	0	0	-2
						0	0	0	j	j	0	0	-1

Tabela 6 - Matriz convolução, A sombreado parte de espectro positivo.

Como se pode observar, se se trancar a matriz utilizando apenas a parte inferior da dupla linha obtêm-se apenas as componentes positivas do resultado  $X*Y$ . Mesmo assim, é necessário ter uma matriz com informação da parte do espectro negativo de X. Se o objectivo é apenas considerar as componentes de frequência positiva, então a matriz convolução não é mais do que a apresentada na figura 6 a sombreado, tendo em atenção que a matriz sombreada foi construída eliminando a parte superior da matriz original. Ainda assim, existem componentes, (parte não sombreada abaixo do duplo traço contínuo), que têm de ser contabilizadas. De modo a considerar esses valores rebate-se a parte de frequências negativas para as positivas. A matriz convolução de frequências positivas é assim dada pelas posições referentes às frequências positivas e negativas como se apresenta na figura seguinte:

0	0	j	j	0	0	0	
0	0	$j^*+j^*$	$j^*+j^*$	0	0	0	4
0	0	0	$j^*+j^*$	$j^*+j^*$	0	0	2
j	j	0	0	$j^*+j^*$	$j^*+j^*$	0	0
j	j	0	0	0	1	1	0
0	j	j	0	0	0	1	-1
0	0	j	j	0	0	0	-2
0	0	0	j	j	0	0	-1

Tabela 7 - Matriz convolução espectral, contabilizando apenas espectro positivo.

Consegue-se assim uma eficiência computacional de quatro vezes relativamente à matriz de convolução inicial.

Outra utilidade da matriz de convolução é que em convoluções sucessivas se pode gerar a matriz apenas uma vez, e reutiliza-la a seguir. Considere-se que se pretende calcular a convolução  $X*X*X$ , gera-se inicialmente a matriz  $T_X$  utilizando X e a seguir realiza-se as multiplicações da seguinte maneira:

$$a=X*X=T_X.X$$

$$b=X*X*X=T_X.(X*X)=T_X.a \tag{9}$$

Deste modo em convoluções sucessivas ganha-se bastante tempo de processamento.

A matriz de convolução utiliza-se ainda para se realizar a desconvolução. A desconvolução é uma ferramenta que serve para calcular o espectro de uma função do género  $\frac{x(t)}{y(t)}$ .

Considere-se  $z(t) = \frac{x(t)}{y(t)}$ . Sabendo que se conhece o

espectro de x(t) e o espectro de y(t) o objectivo é calcular o espectro de z(t).

Considerando  $y(t) \neq 0$  ter-se-á:

$$z(t)y(t) = x(t) \Rightarrow Z(f) * Y(f) = X(f), \text{ como o}$$

desconhecido é Z(f) e se pode calcular a convolução por  $T_Y Z(f)=X(f)$ , então  $Z(f)=T_Y^{-1}X(f)$ , à operação realizada chamar-se-á de desconvolução. O problema mais evidente será quando a matriz  $T_Y$  não permitir inversa. Nesse caso não será possível realizar a desconvolução a não ser por métodos aproximados[10]. No caso em questão do uso da desconvolução para a análise do balanço espectral, e de acordo com as várias simulações realizadas na prática e ainda com a literatura estudada, nunca ocorreu a situação de  $\det(T_Y)=0$ , razão pela qual não foi dada muita importância a este problema.

Com a ferramenta de convolução e o mapeamento na frequência, acima descritos, conseguiu-se reduzir uma situação de milhões de pontos para milhares de pontos, ou mesmo centenas de pontos. Mesmo assim, se o objectivo for calcular, por exemplo 10 tons, cada um com misturas até à 3ª ordem, ter-se-á de calcular aproximadamente 84 pontos o que cria uma matriz jacobiana de 7056 pontos por nó.

Por outro lado ,como se sabe, os termos de mais alta ordem irão criar componentes espectrais a  $c f_{central}$ . No caso em que o próprio funcionamento do circuito se possa considerar um passa baixo até  $c/2f_{central}$ , as componentes espectrais superiores a  $c/2f_{central}$  serão bastante atenuadas, não sendo necessário o seu cálculo. Então, o passo seguinte ao mapeamento na frequência, será a eliminação de termos de frequências superiores a  $c/2f_{central}$ .

No caso anterior de 10 tons até à 3ª ordem, se o circuito se comportar como um passa baixo com largura de banda igual a  $2f_{central}$ , então o número de pontos a calcular será de 56, ao contrário dos 84, e a matriz jacobiana terá 3136 pontos por nó, contra os anteriores 7056. O problema torna-se mais crítico para ordens superiores.

Finalmente, o diagrama de fluxo do algoritmo de balanço espectral é apresentado na figura seguinte. Nele pode observar-se que o ponto mais crítico é o da geração do

mapeamento das frequências iniciais. Uma vez criado esse mapeamento na frequência, é relativamente simples a construção da matriz de convolução e jacobiana.

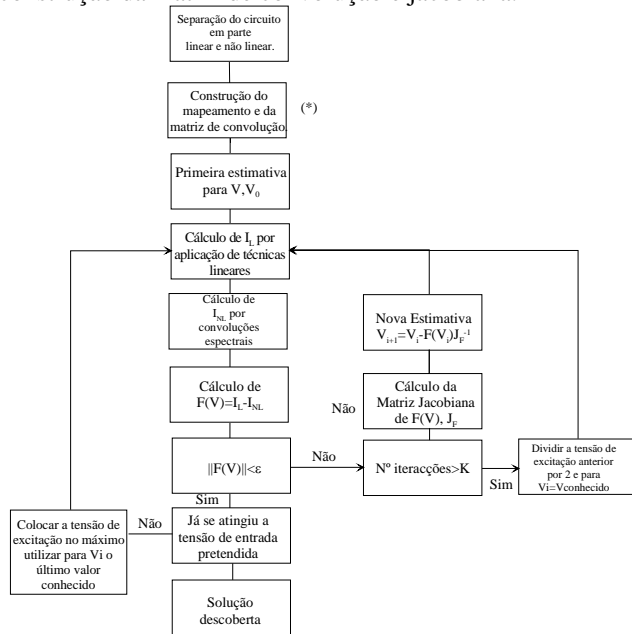


Figura 5- Diagrama de blocos total da técnica de

Balanco Espectral<sup>(\*)</sup>

IV. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Com o objectivo de demonstrar a eficácia do método proposto para a simulação de circuitos não lineares, realizaram-se algumas experiências, utilizando para isso um amplificador de alta-frequência não linear, no qual o elemento activo é um MESFET.

O circuito implementado é o representado na figura seguinte:

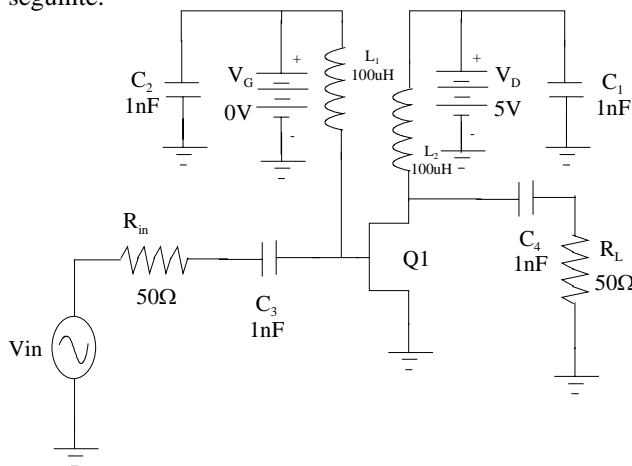


Figura 6 - Circuito a utilizar para realizar as simulações.

<sup>(\*)</sup> O segundo bloco deste diagrama de fluxo cria o mapeamento necessário à simulação, e o mapa de posições, para o computador ter conhecimento de como criar a matriz de convolução. Neste diagrama de fluxo pode-se observar a técnica de iteração mista de Newton e fraccionamento da excitação.

De modo a validar a técnica proposta neste artigo, foram realizadas três simulações distintas:

1. Sinal de tom único. As simulações foram efectuadas utilizando dois tipos de técnicas de análise, análise balanço harmónico e balanço espectral.

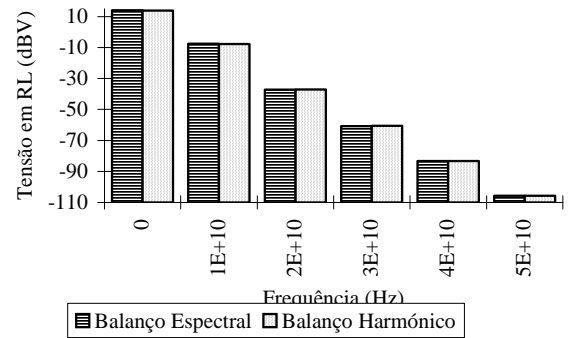


Figura 7 - Comparação a 1 tom.

1. Espectro discreto de dois tons, um a 10GHz e outro a 10.001GHz. As simulações foram efectuadas utilizando um simulador comercial, o qual implementa a simulação utilizando a técnica do balanço harmónico, *almost periodic*; e a técnica proposta neste artigo. Os resultados obtidos estão representados na figura seguinte para os dois tipos de simulação.

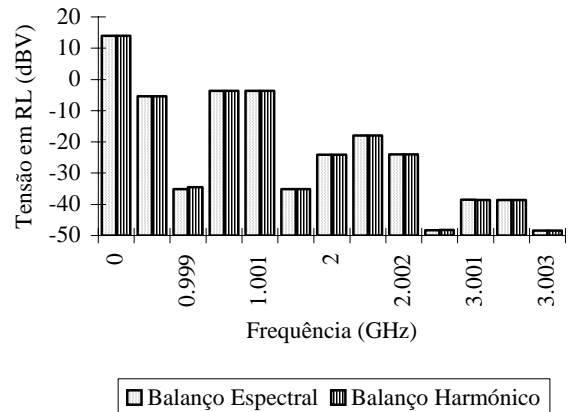


Figura 8 - Teste a 2 tons.

3. Finalmente foi realizado um teste utilizando uma simulação semelhante ao encontrado num canal de comunicações móveis, fig.13.

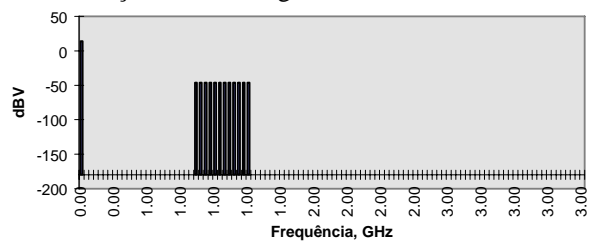


Figura 9 - Espectro de entrada.

Os resultados estão apresentados na figura seguinte. Como se pode observar, aparece à volta dos sinais um



espalhamento do espectro, ao que se chama de *spectral regrowth*.

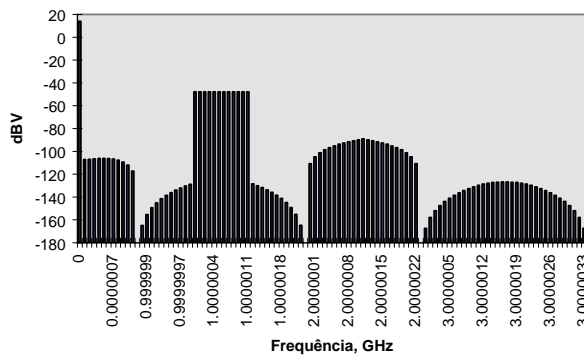


Figura 10 - Teste de simulação para espectro densamente povoado.

Neste caso, a simulação foi apenas realizada utilizando para o efeito a técnica proposta neste artigo, pois a técnica de balanço harmónico utilizada pelo simulador comercial MDS[13], devolve um erro de excesso de alocação de memória para sinais com mais do que 10 tons de excitação. A técnica temporal neste caso torna-se muito mais dispendiosa em termos de memória, tempo e número de pontos a calcular.

## V. CONCLUSÕES

Como se pode observar pelas figuras 7-8, a técnica de balanço harmónico, (quando é possível realizar), e a técnica exemplificada neste artigo, produzem o mesmo tipo de resultados. A diferença reside, como já se tinha constatado teoricamente, no tempo de simulação necessário pelas diferentes técnicas. Além disso, o número de pontos que é necessário calcular para, por exemplo, o caso nº1, se fosse efectuada a análise temporal, é consideravelmente maior, do que o previsto teoricamente para o estado estacionário. Este facto deve-se ao número de pontos e tempo de simulação necessários ao desvanecimento da resposta transitória, e que não foram considerados na análise teórica prévia.

Analisando agora o segundo caso proposto, observa-se que a semelhança entre os resultados da técnica do balanço espectral e da do balanço harmónico é significativa. Neste caso, observou-se ainda que o balanço espectral calculou o valor de saída com muito menor número de pontos que o balanço harmónico, pelas razões previamente discutidas neste artigo.

Finalmente, a simulação do último caso mostrou-se impossível com as implementações disponíveis dos métodos temporais[12] e híbridos (balanço harmónico convencional) [13], o que inviabilizou qualquer comparação.

Apesar de se obter uma melhoria significativa, relativamente à análise temporal, o balanço espectral apresenta alguns problemas quando o sinal a analisar é de grande potência, devido a problemas de convergência. Outras técnicas de iteração são presentemente fonte de estudo, como já foi previamente abordado neste artigo.

De modo a aplicar a técnica de análise acima proposta, o espectro tem de ser discretizado, desse modo, e, depois de toda a teoria, explanada, pode-se fazer um resumo do tipo de discretização necessária conforme o tipo de espectro.

### 1. Espectro contínuo de banda larga relativa.

Entenda-se por espectro contínuo de banda larga aquele que apresenta componentes desde DC até uma frequência  $f_x$ . Neste caso a discretização deverá ser uniforme, sendo DC a 1ª frequência a ser considerada, e todas as outras são calculadas utilizando a fórmula  $f_i = i * \Delta h$  com  $\Delta h$  o ritmo de amostragem na frequência.  $\Delta h$  deverá ser tal que permita contabilizar todas as particularidades do espectro a analisar, sem perder informação útil.

### 2. Espectro contínuo de banda estreita relativa.

O espectro contínuo de banda estreita define-se como aquele que apenas tem componentes numa curta banda do espectro útil. A discretização deste tipo de espectro é realizada também uniformemente, só que, além de DC, as outras componentes começarão a ser discretizadas a partir de  $f_0$ , ficando assim:  $f_i = f_0 + \Delta h(i-1)$

DC é sempre considerado, independentemente do tipo de espectro, pois as misturas de ordem par caem sempre em DC, por exemplo,  $f_1 - f_1$ .

Este tipo de discretização permite, como já foi visto, uma melhor utilização do algoritmo de balanço espectral.

### 3. Espectro discreto com tons não proporcionais entre si

Neste caso o espectro já está discretizado, figura 3. O problema no uso deste espectro, reside na dificuldade de criação de um mapeamento no domínio espectral, automaticamente, tornando assim o algoritmo de balanço espectral pouco eficiente, a não ser que exista informação sobre o mapeamento na frequência.

Como conclusão final, pode-se afirmar que o balanço espectral é mais rápido, aloca menos memória do que a análise temporal, tipo SPICE, e calcula directamente o estado estacionário para simular circuitos não lineares no domínio espectral.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos à JNICT pelo financiamento do 1º autor com uma bolsa de doutoramento, PRAXIS XXI/BD/5630/95, e do projecto LIRA, 2496/TIT/95, no qual este trabalho foi desenvolvido.

## REFERÊNCIAS

- [1] Steve Maas, "Nonlinear Analysis in RF Design", RF Design, March, 1995 pp. 58,63.
- [2] Maas, "Nonlinear Microwave Circuits", Artech House, 1988.
- [3] Michael S. Nakhla, Jiri Vlach, "A Piecewise Harmonic Balance Technique for Determination of Periodic Response of Nonlinear

- Systems”, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol.23, February,1976, pp.85-91.
- [4] Tapari Närhi, “Frequency-Domain Analysis of Strongly Nonlinear Circuits Using a Consistent Large-Signal Model”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 44, nº2 February 1996, pp182-192.
- [5] Chao-Reng Chang, Michael B. Steer, George W. Rhyne, “Frequency-Domain Spectral Balance Using the Arithmetic Operator Method”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1989, Vol.37 November
- [6] Chao-Ren Chang, Patrick L. Heron, Michael B. Steer, “ Harmonic Balance and Frequency Domain Simulation of Nonlinear Microwave Circuits Using the Block Newton Method”, IEEE-Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1990, Vol.38 April, pp.431-434.
- [7] Leon O.Chua, Ako Ushida, “Algorithms for computing Almost periodic Steady-State Response of Nonlinear Systems to Multiple input Frequencies”, IEEE-Transactions on Circuits and Systems, 1981, Vol.28 October pp.953-971.
- [8] Ngoya, Jean Rousset, Michel Gayral, Raymond Quere, Juan Obregon, “ Efficient Algorithms for Spectra Calculations in Nonlinear Microwave Circuits Simulators”, IEEE-Transactions on Circuits and Systems, Vol 37, November 1990, pp 1339-1355.
- [9] Nuno Borges de Carvalho, “Interpolação”, Relatório interno, Março 1996, Instituto de Telecomunicações-Pólo de Aveiro, Aveiro.
- [10] Remy Prost and Robert Goutte, “Deconvolution When the Convolution Kernel Has No Inverse”, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol ASSP-25, Nº6, December 1977.pp542-549.
- [11] Nuno Borges de Carvalho, “Técnica de Análise de Circuito Não Lineares”, Relatório interno, Fevereiro 1996, Instituto de Telecomunicações-Pólo de Aveiro, Aveiro.
- [12] Lawrence W. Nagel, “Spice 2: A Computer Program to Simulate Semiconductor Circuits”, ERL, University of California, Berkeley, May, 1975.
- [13] MDS, HP 85150B Microwave and RF Design Systems, Hewlett Packard, 1994