

Sobre o Efeito de Carga da Sonda em Medições com Linha Ranhurada

Armando Rocha

Resumo - Neste artigo é quantificada a contribuição da sonda nos erros de medição do coeficiente de reflexão com a linha ranhurada. É apresentado um método baseado na teoria das transformações bilineares e conformes que possibilita não só a quantificação destes erros na medição da fase e amplitude do coeficiente de reflexão da carga mas também a visualização da interacção do sistema de medida e da sonda recorrendo à representação do coeficiente de reflexão do conjunto na Carta de Smith. Como resultado são sugeridas algumas recomendações experimentais para minimizar estes erros.

Abstract - In this paper the errors caused by probe loading in reflection coefficient measurements using slotted line is quantified. A method based on the theory of conformal bilinear transforms is introduced. It allows the calculation of load reflection coefficient amplitude and phase measurement errors as well as a visual inspection of the interaction between the measuring system and the probe by plotting the full reflection coefficient in a Smith Chart. A few experimental guidelines are suggested to minimise this errors.

I - INTRODUÇÃO

A linha ranhurada é um instrumento de valor pedagógico insubstituível pois coloca os alunos em contacto directo com as consequências do fenómeno de interacção de duas ondas viajando em sentidos contrários. A relação entre o padrão de onda estacionária e desadaptação é imediato, a importância do factor distância em circuitos de alta frequência resulta evidente e, por fim, a medição da impedância com este instrumento exige a compreensão e articulação de um conjunto de conceitos fundamentais na propagação guiada de ondas. Tal como qualquer outro equipamento de medida os resultados experimentais obtidos com linha ranhurada estão sujeitos a erros alguns menos evidentes devido ao processo indirecto de medição.

A linha ranhurada consiste de uma linha de transmissão preparada para o experimentador ter acesso à zona do espaço entre condutores onde a onda se propaga. Uma carruagem móvel transporta uma sonda, sensível ao campo eléctrico, que permite efectuar a medição da amplitude da onda estacionária existente ao longo da linha. As distâncias da sonda ao condutor exterior e interior da linha são determinantes na amplitude do sinal recolhido pelo que se deverão manter invariantes à

posição longitudinal da carruagem. Por conseguinte são exigidos elevados padrões de precisão mecânica e rigidez os quais tornam o equipamento muito mais dispendioso que o seu aspecto permitiria prever.

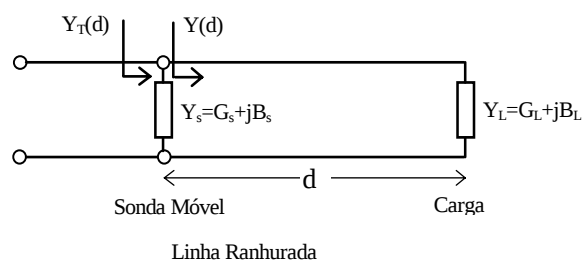
As realizações mais comuns consistem numa linha coaxial com uma ranhura longitudinal ou, alternativamente, uma linha cujo condutor exterior degenera em dois planos paralelos. Esta última implementação é mais tolerante ao efeito de imprecisões mecânicas na precisão das medidas [1] pelo que a respectiva arquitectura, denominada "slab line", se generalizou.

A sonda, à semelhança de qualquer outro aparelho de medida, perturba a grandeza a medir e a sua influência já foi analisada [2]. Neste artigo propõe-se uma nova metodologia que facilita a interpretação e a quantificação dos erros introduzidos recorrendo à teoria das transformações bilineares e à conhecida Carta de Smith.

II - UM MODELO PARA O SISTEMA DE MEDIDA

A sonda recolhe um sinal cuja potência é proporcional ao quadrado da tensão que nela se faz sentir. Esta potência é difícil de quantificar, nem é normalmente importante determiná-la, mas depende seguramente da localização da sonda na linha (distância ao condutor central) e restantes circuitos que condicionam o sinal recolhido. O sinal é detectado num detector de lei quadrática e a corrente de saída medida por um galvanómetro ou por um equipamento apropriado que possibilita a leitura imediata do VSWR. Linhas que funcionam em banda larga têm normalmente a facilidade de sintonizar a sonda o que permite maximizar o sinal de saída do detector.

Fig 1 - Circuito equivalente do sistema de medida



Um circuito equivalente, no ponto de medida, poderá consistir no paralelo da impedância da sonda Z_s , ou admitância $Y_s = G_s + jB_s$, com a impedância de entrada da linha de transmissão a jusante do sistema de medida, $Y(d)$,

Fig 1. A linha de transmissão está terminada com uma admitância de carga Y_L .

A admitância no ponto de medida é dada por

$$Y_T(d) = Y_S + Y(d) . \quad \text{Eq 1}$$

A expressão para o cálculo de $Y(d)$ é bem conhecida.

O coeficiente de reflexão no ponto de medida depende agora também da admitância da sonda e é dado por

$$\rho_T(d) = \frac{1 - (y(d) + y_s)}{1 + (y(d) + y_s)} \quad \text{Eq 2}$$

onde y significa admitância normalizada à admitância característica da linha ranhurada.

II - INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA AMPLITUDE DO SINAL DETECTADO

A tensão no ponto de colocação da sonda (cuja amplitude é a amplitude da onda estacionária) é dada por

$$V(d) = k(1 + \rho_T(d)) \quad \text{Eq 3}$$

com k uma constante independente de d , ou seja é proporcional ao vector $V(d)$ - soma do vector $-1+j0$ com o vector $\rho_T(d)$ - Fig 2. O vector $\rho_T(d)$, para uma linha ranhurada sem perdas e sonda com admitância nula, consiste numa circunferência cujo centro é o centro da carta de Smith e cujo raio é igual ao módulo do coeficiente de reflexão.

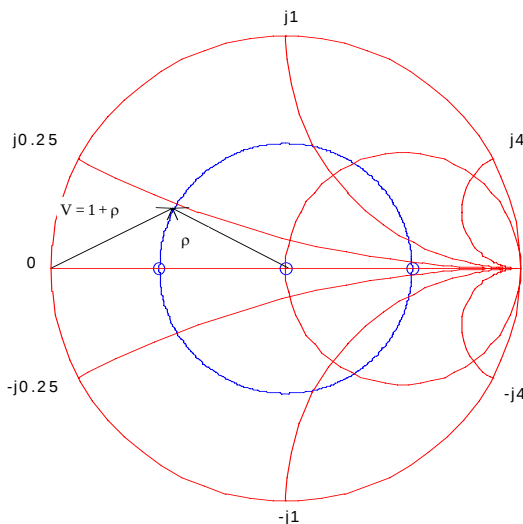


Fig 2 - Interpretação geométrica da amplitude da onda estacionária

III - CÁLCULO DA INFLUÊNCIA DA SONDA

Pretende-se determinar o percurso geométrico do vector ρ na carta de Smith e, consequentemente, a variação do módulo de $V(d)$, considerando agora a contribuição de uma sonda com admitância não desprezável. Embora uma

previsão deste local, utilizando a carta de Smith para admitâncias, seja mais ou menos directa uma descrição matemática do percurso é desejável pois permite generalizar a análise.

A. Fundamentos Matemáticos

A transformação genérica

$$w = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta} \quad \alpha\delta \neq \beta\gamma \quad \text{Eq 4}$$

onde ω e z são duas variáveis complexas, é uma transformação bilinear [3] que transforma um conjunto de pontos no plano complexo Z num conjunto de pontos no plano complexo W . Os conjuntos de pontos são imagem um do outro. A transformação é ainda dita *conforme* pois duas curvas do plano Z , que se intersectam com um determinado ângulo, são transformadas no plano W em duas curvas que se intersectam também com o mesmo ângulo.

Uma transformação deste tipo pode ser ainda encarada como a aplicação sucessiva de transformações elementares mais simples tais como: translação, rotação-ampliação e inversão. Cada uma destas transformações converte uma circunferência (eventualmente de raio infinito) noutra circunferência. A relação entre os parâmetros da circunferência original e imagem não se encontra, para todas as transformações elementares, na literatura referida mas são fáceis de deduzir.

Repare-se que na carta de Smith as circunferências de resistência e reactância constante cruzam-se perpendicularmente à semelhança do que acontece no plano das impedâncias.

Alguns problemas de electrostática [4], à semelhança de outros problemas de valor fronteira em diferentes campos da Física, podem ser resolvidos usando transformações conformes.

B. Aplicação ao problema

No nosso caso precisamos de averiguar o resultado da transformação

$$\rho_T(d) = \frac{1 - y_T(d)}{1 + y_T(d)} = -1 + 2 \frac{1}{1 + y_T(d)} \quad \text{Eq 5}$$

que transforma um conjunto de pontos no plano complexo Y_T , representando a soma da admitância da sonda com a admitância normalizada de entrada da linha de transmissão num percurso de $\lambda/2$, num conjunto de pontos imagem no plano complexo ρ_T .

A transformação pode ser vista como o resultado da aplicação das transformações elementares descritas na equação 6,

$$\begin{aligned} y_T &\xrightarrow{\text{Transl}} \chi = y_T + 1 \xrightarrow{\text{Inv}} t = \frac{1}{\chi} \\ &\xrightarrow{\text{Rot-Ampl}} \zeta = 2t \xrightarrow{\text{Transl}} \rho_T = -1 + \zeta \end{aligned} \quad \text{Eq 6}$$

onde t , χ , ζ são variáveis complexas.

C. Desenvolvimento

É fácil demonstrar que a admitância normalizada de entrada de uma linha de transmissão sem perdas, terminada na admitância normalizada de carga $y_L = y_r + jy_i$ se situa, no plano y , sobre uma circunferência cujo raio e centro são dados pela equação

$$\begin{cases} R = \sqrt{\frac{(|y_L|^2 + 1)^2 - 4y_r^2}{4y_r^2}} \\ C = C_r + jC_i = \left(\frac{|y|^2 + 1}{2y_r}, 0\right) \end{cases} \quad \text{Eq 7}$$

Resta calcular o raio e o centro da circunferência que, no plano ρ_T , representa a imagem desta circunferência.

O raio e centro da circunferência respeitante à admitância total da linha+sonda, $y_T(d)$, são dados por:

$$\begin{cases} R_0 = R \\ C_0 = C_{0r} + jC_{0i} = (C_r + 1) + jC_i \end{cases} \quad \text{Eq 8}$$

Efectuando a transformação de ordem n obtemos sucessivamente o raio R_n e centro $C_n = C_{nr} + jC_{ni}$ da circunferência imagem.

Seguindo as etapas especificadas pela equação 6 teremos a translação

$$\begin{cases} R_1 = R_0 \\ C_1 = C_{1r} + jC_{1i} = (C_{0r} + 1) + jC_{0i} \end{cases} \quad \text{Eq 9}$$

a inversão,

$$\begin{cases} R_2 = \frac{R_1}{|C_1|^2 - R_1^2} \\ C_2 = C_{2r} + jC_{2i} = \frac{C_{1r}}{|C_1|^2 - R_1^2} - j \frac{C_{1i}}{|C_1|^2 - R_1^2} \end{cases} \quad \text{Eq 10}$$

a rotação-ampliação

$$\begin{cases} R_3 = 2R_2 \\ C_3 = C_{3r} + jC_{3i} = 2C_{2r} + j2C_{2i} \end{cases} \quad \text{Eq 11}$$

e finalmente a última translação

$$\begin{cases} R_4 = R_3 \\ C_4 = C_{4r} + jC_{4i} = (C_{3r} - 1) + jC_{3i} \end{cases} \quad \text{Eq 12}$$

A equação 12 é a circunferência que representa numa carta de Smith (um subconjunto de pontos do plano ρ) o coeficiente de reflexão considerando o carregamento da sonda. O centro da circunferência não coincide com o centro da carta de Smith, pois de um modo geral $C_{4r} \neq 0$ e/ou $C_{4i} \neq 0$.

Um procedimento semelhante pode ser aplicado para uma variedade de problemas semelhantes envolvendo diversos parâmetros relacionados com quadripolos de microondas.

D. Alguns exemplos

A curva C da Fig 3 representa o coeficiente de reflexão da carga e as curvas C1 e C2 o coeficiente de reflexão levando em conta a admitância da sonda. Os pontos marcados com 'o' representam a localização dos extremos da onda estacionária ou o centro das circunferências.

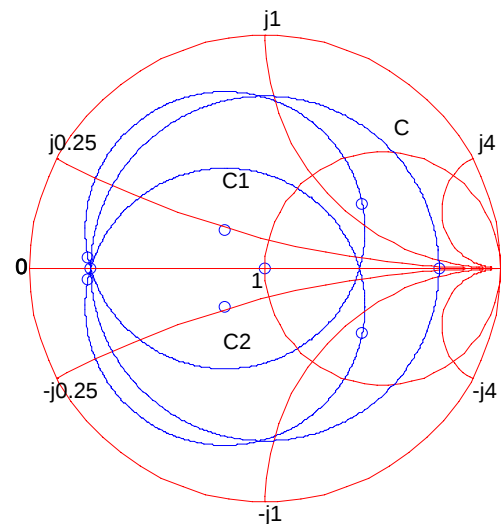


Fig 3 - Representação dos coeficientes de reflexão. Valores usados: $y_L = 0.1$, $y_s = 0.15$ (C), $y_s = 0.15 + j0.9$ (C1) e $y_s = 0.15 - j0.9$ (C2).

É fácil concluir que o erro na medição da amplitude do máximo é bastante superior ao erro na medição do mínimo. Nos casos C1 e C2, em que a susceptância da sonda é não nula, a posição dos extremos da onda estacionária, (representados por 'o' na respectiva circunferência), não coincide com o eixo real ou seja não ocorre nos pontos em que a linha e sonda constituem um circuito ressonante.

O maior desvio do máximo em relação ao do mínimo é fácil de compreender analisando as características da admitância de uma linha de transmissão sem o efeito da sonda. Um máximo deverá ocorrer próximo do local onde a linha isolada apresentaria uma ressonância paralela. Contudo como nestes pontos a susceptância e condutância da linha são pequenas e variam lentamente com a

distância d , ao contrário do que acontece nos pontos de mínimo onde a condutância é elevada e condutância e susceptância variam rapidamente, o ponto favorável apresentará desvios mais significativos que os pontos de mínimo.

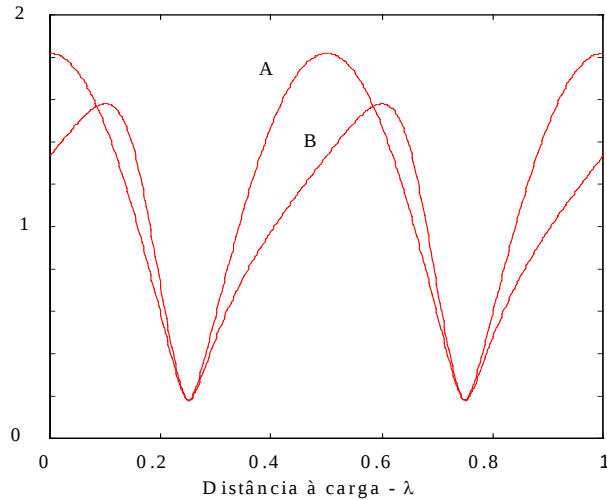


Fig 4 - Amplitude da onda estacionária sem o efeito da sonda (A) e com sonda (B). Valores usados: $y_s = 0.1 - j0.9$ e $y_L = 0.1$.

Os pontos de máximo e mínimo poderão não se apresentar equi-distanciados de $\lambda/4$. Teremos então também um erro na medição da fase do coeficiente de reflexão pois um ponto de mínimo não coincide com um ponto de admitância real. O padrão de onda estacionária pode apresentar uma acentuada distorção, Fig 4.

III - QUANTIFICAÇÃO DOS ERROS DE MEDIDA

Podemos agora quantificar os erros induzidos pelo carregamento da sonda. A potência medida pelo detector de lei quadrática é proporcional à potência dissipada na condutância da sonda, ou seja

$$P(d) = k|1 + \rho_T(d)|^2 g_s \quad \text{Eq 13}$$

O segundo factor da equação é o quadrado da distância do ponto $(-1+j0)$ à circunferência dada pela equação 12. A posição dos extremos da onda estacionária poderá, de um modo geral, ser determinada resolvendo a equação

$$\frac{\partial P}{\partial \rho_{Tr}} = \frac{\partial}{\partial \rho_{Tr}} \left((\rho_{Tr} + 1)^2 + \rho_{Ti}^2 \right) = 0 \quad \text{Eq 14}$$

com ρ_{Tr} e ρ_{Ti} ligados pela equação 12.

As coordenadas do coeficiente de reflexão correspondentes ao máximo são dadas por

$$\begin{cases} \rho_{Tr \max} = C_{4r} + R_4 \sqrt{\frac{(1 + C_{4r})^2}{C_{4i}^2 + (1 + C_{4r})^2}} \\ \rho_{Ti \max} = C_{4i} \left(1 + R_4 \sqrt{\frac{1}{C_{4i}^2 + (1 + C_{4r})^2}} \right) \end{cases} \quad \text{Eq 15}$$

e para um mínimo por

$$\begin{cases} \rho_{Tr \min} = C_{4r} - R_4 \sqrt{\frac{(1 + C_{4r})^2}{C_{4i}^2 + (1 + C_{4r})^2}} \\ \rho_{Ti \min} = C_{4i} \left(1 - R_4 \sqrt{\frac{1}{C_{4i}^2 + (1 + C_{4r})^2}} \right) \end{cases} \quad \text{Eq 16}$$

Estes dois pontos são colineares com a recta formada pelo ponto $-1+j0$ e C_4 , como seria de esperar.

Os parâmetros habitualmente medidos com a linha ranhurada são o VSWR, que permite calcular o módulo do coeficiente de reflexão, e a posição dos extremos que permitem obter a fase do coeficiente de reflexão.

O VSWR medido pela linha ranhurada será

$$VSWR_T = \frac{|1 + \rho_{Tr \max} + j\rho_{Ti \max}|}{|1 + \rho_{Tr \min} + j\rho_{Ti \min}|} \quad \text{Eq 17}$$

e o desvio da posição dos extremos

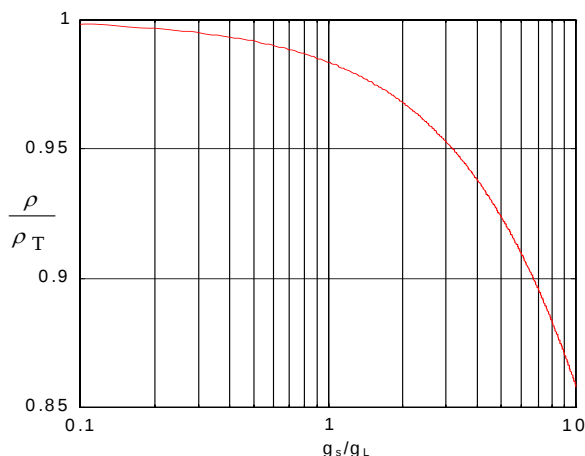
$$\begin{aligned} \frac{\Lambda_{\max}}{\lambda} &= \frac{1}{4\pi} \arctg \frac{\rho_{Ti \max}}{\rho_{Tr \max}} \\ \frac{\Lambda_{\min}}{\lambda} &= \frac{1}{4\pi} \arctg \frac{\rho_{Ti \min}}{\rho_{Tr \min}} \end{aligned} \quad \text{Eq 18}$$

IV - ALGUNS RESULTADOS

Os erros na determinação do fator coeficiente de reflexão resultam dos erros de medição do VSWR e da posição dos extremos. A Fig 5 apresenta o erro de medição do coeficiente de reflexão para uma sonda com admitância puramente real em função da relação condutância da sonda/condutância da carga.

É interessante observar que uma condutância da sonda da ordem da condutância de carga origina, nesta situação particular, um erro inferior a 2.5 %.

A Fig 6 apresenta o erro na determinação da posição dos extremos da onda estacionária para uma admitância de carga puramente real em função da relação condutância/susceptância da sonda.

Fig 5 - Erro relativo na medição do coeficiente de reflexão ($y_L=0.1$).

Resulta evidente que o erro na determinação da posição do máximo é sempre mais importante que o da posição do mínimo. Os mínimos deverão, sem dúvida, ser usados como referência nas medições de fase. A posição dos máximos e mínimos não está sujeita a erros quando medida por uma sonda apresentando admitância puramente real.

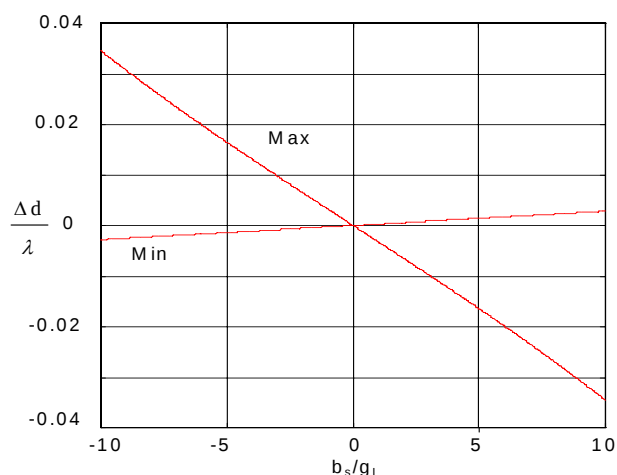


Fig 6 - Erro na medição da posição dos extremos da onda estacionária.

Os erros aqui indicados não são casos extremos mas apenas exemplos. Não se deve inferir também que os erros dependem apenas das relações apresentadas no eixo XX.

V - ASPECTOS PRÁTICOS

Numa situação típica não conhecemos o valor da admitância da sonda caso contrário seria possível, pelo menos teoricamente, obter o verdadeiro valor da impedância de carga. Contudo os seguintes cuidados podem minimizar os erros de medição:

- A linha ranhurada deverá ser terminada com uma carga adaptada. A sintonia da sonda deverá ser efectuada o que se consegue quando se observa a máxima deflexão no medidor de VSWR. Assim os

erros na medição da posição dos extremos é minimizada.

- A sintonia da sonda, desde que tenha sido efectuada para a frequência de medida, tem ainda como vantagem o facto de funcionar como filtro. O sinal proveniente de harmónicas e espúrias criadas pelo gerador serão parcialmente rejeitados pelo circuito de sintonia antes de alcançar o detector de lei quadrática.
- A medição da posição dos mínimos, em alternativa à posição dos máximos, é claramente aconselhável.
- Uma melhor precisão na medição do VSWR apenas se poderá conseguir pela redução da susceptância da sonda. O VSWR provocado pela carga deverá ser medido nas condições iniciais. A penetração da sonda deverá, de seguida, ser reduzida efectuando de novo os procedimentos do primeiro ponto. Repete-se a medição do VSWR e compara-se com o medido inicialmente. Caso os valores sejam semelhantes podemos concluir que a sonda, ou eventualmente a lei de resposta do detector, não está a afectar significativamente a medição.
- Se o sinal do gerador possuir baixa amplitude e o VSWR for elevado poderá não ser possível medir a amplitude do mínimo com precisão devido ao ruído. Neste caso dever-se-á aumentar a penetração da sonda e usar o método dos 3 dB.

Algumas fontes de sinal, por exemplo díodos Gunn em certas circunstâncias, geram espúrias com razoável amplitude, que produzem severas distorções no padrão de onda estacionária quando medido com um detector de lei quadrática. Contudo a onda estacionária apresenta normalmente uma amplitude bastante irregular com a distância pelo que as duas situações são, de um modo geral, distinguíveis.

Os modernos geradores usados em laboratório produzem um sinal de qualidade suficiente para evitar os erros mais triviais provocados pelo sinal de teste em medições com linha ranhurada que usem um detector de lei quadrática.

VI - CONCLUSÕES

Os erros na medição do padrão de onda estacionária provocados pela sonda foram analisados. A influência da sonda foi quantificada por uma admitância equivalente em paralelo com a impedância de entrada da linha. Usando a teoria das transformações bilineares conformes o coeficiente de reflexão, incluindo os efeitos da sonda, foi representado na carta de Smith possibilitando uma análise qualitativa do problema. Uma análise quantitativa permitiu determinar os erros na localização dos extremos da onda estacionária e no cálculo do coeficiente de reflexão. Como consequência foram apresentados procedimentos para aferir ou melhorar a qualidade das medidas experimentais.

REFERÊNCIAS

- [1] W. B. Wholey, W. N. Eldred, “ A New Type of Slotted Line Section”, Proceedings of IRE, March, 1950
- [2] W. Altar, F. B. Marshall, L. P. Hunter, “Probe Error in Standing Wave Detectors”, Proceedings of The IRE, January, 1946
- [3] M. R. Spiegel, “Variáveis Complexas”, Coleção Schaum, Editora McGraw-Hill do Brasil, 1977
- [4] S. Ramo, J. R. Whinnery, T. Duzer, “Fields and Waves in Communication Electronics”, Cap 7, John Wiley & Sons, 2ª Edition, 1984