

Reconstrução tomográfica em SPECT: correcção da atenuação

Silvia De Francesco, Paulo J. S. G. Ferreira

Resumo – Neste artigo estudam-se certas classes de algoritmos de reconstrução que são especialmente úteis para aplicações em tomografia. Dá-se especial ênfase à modalidade de SPECT, e ao problema da correcção da atenuação. Os diversos algoritmos que têm sido propostos para resolver o problema da atenuação são mencionados, apresentando-se alguns resultados comparativos.

Abstract – This paper studies certain reconstruction algorithms which find application in computerized tomography. Special attention is devoted to SPECT and to the problem of attenuation and its correction. Several algorithms that have been proposed to perform attenuation correction are reviewed and compared.

Palavras chave – Tomografia, algoritmos de reconstrução, SPECT, correcção da atenuação.

I. A CORRECÇÃO DA ATENUAÇÃO EM SPECT

Nesta secção considera-se a reconstrução tomográfica de volumes em SPECT, dando particular realce ao problema da atenuação, e descreve-se a implementação de alguns métodos de reconstrução incluindo diversas formas de compensação da atenuação.

Do ponto de vista da reconstrução, esta modalidade imagiológica desperta particular interesse devido às dimensões reduzidas do problema, relativamente a outras modalidades. Normalmente, uma imagem de SPECT consta de 64×64 pixels contra, por exemplo, os habituais 256×256 de uma imagem de CT. Isto permite a utilização de um mais vasto leque de algoritmos de reconstrução, incluindo os algoritmos algébricos mais dificilmente aplicáveis em outras modalidades.

Além disso, as numerosas técnicas de correcção da atenuação, assim como de outros factores de distorção, alargam as possibilidades de implementação e tornam a investigação em SPECT particularmente interessante. O objectivo principal é a obtenção de imagens quantitativas, ou seja, tais que os valores atribuídos aos voxels em cada secção reconstruída representem com precisão a quantidade de radiofármaco presente no correspondente elemento de volume no corpo. Estas imagens possibilitam a análise automática do volume sob estudo, podendo ser efectuados cálculos dosimétricos e medidas do volume de uma específica região de interesse e da actividade dentro desta região. Isto torna evidente a importância da escolha do método de reconstrução.

Começamos por dar uma descrição do problema da atenuação e de alguns dos métodos propostos para resolver este problema. Em seguida descrevemos o software desenvolvido, que possibilitou a análise de diferentes métodos de reconstrução de volumes de SPECT, entre os quais o algo-

ritmo da retroprojectção filtrada com correcção da atenuação de Kay e Keyes [1] e o algoritmo iterativo conhecido por método de Chang [2], e a avaliação dos resultados obtidos.

A. O problema da atenuação

O fenómeno da atenuação é o maior obstáculo para a análise quantitativa dos volumes em SPECT. Em condições ideais e em ausência de atenuação, a projecções opostas deveria corresponder o mesmo valor. Na realidade isto não acontece, por causa da atenuação e de outros fenómenos devidos às projecções opostas não serem medidas no mesmo instante. Contudo, é possível corrigir os dados (ou a imagem reconstruída) de maneira a limitar os efeitos deste fenómeno.

Considere-se que na ausência de atenuação a projecção $p_\theta(t)$ é dada por [3]

$$p_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) K(x, y, \theta) dx dy, \quad (1)$$

onde

$$K(x, y, \theta) = \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t).$$

Para enquadrar o fenómeno da atenuação no modelo do processo projectivo pode incluir-se em (1) um termo de atenuação exponencial, $e^{-\mu(x, y)l_\theta}$, onde l_θ é a distância entre o ponto (x, y) e a fronteira do meio atenuador ao longo da linha de integração. Isto conduz a

$$p_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-\mu(x, y)l_\theta} K(x, y, \theta) dx dy, \quad (2)$$

ou seja, à transformada atenuada de Radon.

Na prática, a função atenuação $\mu(x, y)$ é desconhecida. A única maneira de a determinar (pelo menos qualitativamente) é utilizar um sistema que permita adquirir simultaneamente projecções de transmissão e de emissão (estes sistemas começam a aparecer no mercado [4]). Não conhecendo $\mu(x, y)$, não é possível inverter o problema e chegar a uma fórmula analítica de inversão. A única possibilidade é a de fornecer uma estimativa de $\mu(x, y)$ baseada em conhecimentos *a priori* sobre a forma do objecto.

O que se faz habitualmente é aproximar a função $\mu(x, y)$ por uma constante dentro do objecto por reconstruir, o que em alguns casos (por exemplo em imagiologia torácica) constitui uma alteração significativa da realidade. Além disso, quando o algoritmo requer o conhecimento da forma do objecto na secção por reconstruir, esta é normalmente aproximada por uma figura geométrica como, por exemplo, uma elipse. Outras vezes, após uma primeira reconstrução, a forma do objecto é obtida por meio de técnicas de detecção de contornos.

Os vários métodos para a compensação da atenuação podem ser enquadrados nos seguintes grupos [5]:

- métodos multiplicativos da primeira ordem,
- métodos de convolução e técnicas de Fourier com coeficiente de atenuação constante,
- métodos iterativos,
- métodos híbridos.

Existe uma extensa bibliografia sobre o assunto [1], [2], [6–10]. Por razões de concisão, mencionaremos apenas alguns métodos multiplicativos da primeira ordem e um método iterativo proposto por Chang.

A.1 Métodos multiplicativos da primeira ordem

Como se viu a atenuação é uma função exponencial da espessura do meio absorvente, pelo que uma simples correcção multiplicativa, na maior parte dos casos, não será suficiente. Em alguns destes métodos a correcção aplica-se às projecções antes de se efectuar a reconstrução (pré-correcção), em outros é aplicada à imagem reconstruída (pós-correcção).

Média geométrica. É o método mais simples e consiste na determinação da média geométrica entre projecções opostas,

$$p_{\theta}(t) = \sqrt{p_{\theta}(t)p_{\theta+\pi}(-t)}.$$

Não fornece resultados satisfatórios em SPECT, pelo que não é aconselhada a sua utilização por si só.

Correcção com seno hiperbólico. Este método, proposto por Budinger e Gullberg em [9], consiste na correcção com o seno hiperbólico aplicada à média geométrica das projecções opostas.

Consideremos um meio com coeficiente de atenuação constante contendo uma área com actividade uniforme (fig. 1). Se o raio projecção atravessa a espessura L do meio atenuador, e a espessura fL contiver a actividade constante C , a projecção atenuada é dada por

$$p_{\theta}(t) = \int_{m-\frac{fL}{2}}^{m+\frac{fL}{2}} C e^{-\mu(L-l)} dl$$

onde m é a profundidade média da fonte no meio. No entanto, o raio projecção oposto será

$$p_{\theta+\pi}(-t) = \int_{m-\frac{fL}{2}}^{m+\frac{fL}{2}} C e^{-\mu l} dl.$$

Integrando as duas equações e calculando a média geométrica, obtém-se

$$\sqrt{p_{\theta}(t)p_{\theta+\pi}(-t)} = e^{-\frac{\mu L}{2}} \sinh\left(\frac{\mu fL}{2}\right) \frac{2C}{\mu} \quad (3)$$

Em ausência de atenuação o mesmo procedimento teria levado a

$$p'_{\theta}(t) = C f L$$

o que sugere a fórmula de correcção

$$p_{\theta}^{corr}(t) = \sqrt{p_{\theta}(t)p_{\theta+\pi}(-t)} \frac{\mu f L}{2} \frac{e^{\frac{\mu L}{2}}}{\sinh\left(\frac{\mu f L}{2}\right)}.$$

Este método dá resultados razoáveis em presença de fontes uniformes, mas se as regiões de emissão não possuírem actividade uniforme (como acontece na prática) o erro aumenta visivelmente.

Correcção de Kay e Keyes. Trata-se de um método de pré-correcção e foi sugerido por Kay e Keyes [1].

Efectuando a soma das projecções opostas teremos

$$p_{\theta}(t) + p_{\theta+\pi}(-t) = \int_0^L f(t, s, \theta)(e^{-\mu s} + e^{-\mu(L-s)}) ds$$

onde $f(t, s, \theta)$ é a distribuição da fonte radioactiva vista segundo o ângulo θ e L é a espessura do meio atenuador atravessado pela linha. Se determinarmos

$$\min_{0 \leq s \leq L} (e^{-\mu s} + e^{-\mu(L-s)}) = 2 e^{-\mu L/2}$$

$$\max_{0 \leq s \leq L} (e^{-\mu s} + e^{-\mu(L-s)}) = 1 + e^{-\mu L}$$

e efectuarmos a média entre estes valores, a aproximação para a projecção corrigida segundo o método de Kay e Keyes é

$$p_{\theta}^{corr}(t) = \frac{2(p_{\theta}(t) + p_{\theta+\pi}(-t))}{(1 + e^{-\mu L} + 2e^{-\mu L/2})}. \quad (4)$$

Alguns autores [2] referem-se ao método de Kay e Keyes dizendo que esta correcção consiste em efectuar a simples *média aritmética* entre projecções opostas. Obviamente o resultado não é o mesmo e nem sequer é satisfatório. Contudo, essa versão aproximada do método de Kay e Keyes continua a ser utilizada em alguns casos pela sua simplicidade computacional.

Média do factor exponencial. Esta técnica de pré-correcção foi proposta por Budinger em [10]. Calculando a média do factor $[e^{-\mu s} + e^{-\mu(L-s)}]$ no intervalo $0 \leq s \leq L$, obtém-se

$$\langle e^{-\mu s} + e^{-\mu(L-s)} \rangle = \frac{4e^{-\frac{\mu L}{2}}}{\mu L} \sinh\left(\frac{\mu L}{2}\right)$$

para $0 \leq s \leq L$. As projecções corrigidas serão dadas por

$$p_{\theta}^{corr} = \frac{\mu L [p_{\theta}(t) + p_{\theta+\pi}(-t)]}{4e^{-\frac{\mu L}{2}} \sinh\left(\frac{\mu L}{2}\right)}.$$

Correcção de primeira ordem de Chang. Este método de pós-correcção baseia-se numa matriz de correcção construída tendo em conta a forma do meio atenuador e foi utilizado por Chang como primeiro passo para um método iterativo [2], [11].

Supondo que a forma do meio atenuador seja conhecida e que o coeficiente de atenuação seja uniforme, a correcção é obtida multiplicando o valor de cada pixel da imagem reconstruída para um factor de correcção. Este factor é deduzido a partir da aplicação do algoritmo das retroprojecções filtradas ao caso de uma fonte pontual num meio atenuador.

Considere-se uma fonte pontual localizada num meio com coeficiente de atenuação constante μ , e suponha-se que a

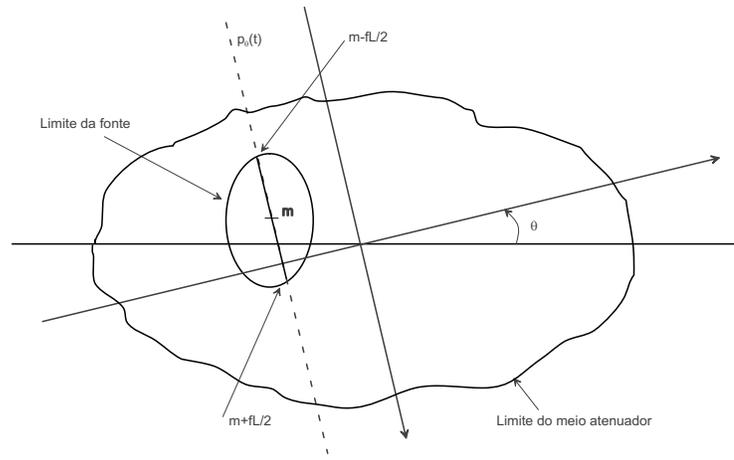


Figura 1 - Meio com coeficiente de atenuação constante contendo uma área com actividade uniforme.

forma do meio atenuador é conhecida. Então a função por reconstruir pode ser expressa por

$$f(x, y) = A\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$$

onde (x_0, y_0) é a localização da fonte pontual e A representa a actividade da fonte. A projecção obtida para o ângulo θ é dada por

$$p_\theta(t) = A\delta(t - x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta)e^{-\mu l_\theta} \quad (5)$$

onde l_θ é a distância entre o ponto (x_0, y_0) e a superfície do meio atenuador calculada ao longo da direcção θ .

Assumindo que seja utilizado um filtro em rampa com frequência de Nyquist ω_M , a projecção filtrada calculada para o ângulo θ será

$$Q_\theta(t) = \int_{-\omega_M}^{\omega_M} F[p_\theta(t)] |\omega| e^{j2\pi\omega t} d\omega. \quad (6)$$

Substituindo (5) em (6), obtém-se

$$Q_\theta(t) = \int_{-\omega_M}^{\omega_M} A e^{-j2\pi\omega(x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta - t)} e^{-\mu l_\theta} |\omega| d\omega. \quad (7)$$

Assim, a imagem retroprojectada num ponto (x, y) será

$$f(x, y) = \int_0^\pi \int_{-\omega_M}^{\omega_M} A e^{j2\pi\omega[(x-x_0) \cos \theta + (y-y_0) \sin \theta]} \times e^{-\mu l_\theta} |\omega| d\omega d\theta \quad (8)$$

e no ponto (x_0, y_0)

$$\begin{aligned} f(x_0, y_0) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\omega_M} A e^{-\mu l_\theta} \omega d\omega d\theta \\ &= \pi \omega_M^2 A \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{(-\mu l_\theta)} d\theta \right]. \end{aligned}$$

O efeito da atenuação, neste caso particular, poderá ser corrigido aplicando no ponto (x_0, y_0) o factor de correcção

$$\begin{aligned} C(x_0, y_0) &= \frac{f^{\mu=0}(x_0, y_0)}{f^{\mu>0}(x_0, y_0)} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{(-\mu l_\theta)} d\theta} \approx \frac{N}{\sum_{i=1}^N e^{-\mu l_{\theta_i}}} \quad (9) \end{aligned}$$

onde N é o número total de projecções obtidas em 360° .

No caso de fontes não pontuais o factor de correcção (9) pode ser calculado para cada um dos pontos da imagem constituindo uma matriz de correcção. A aplicação da matriz de correcção conduz a sobre-correcção em algumas partes da imagem e a sub-correcção em outras dependendo da distribuição da fonte. Por isso torna-se necessária a correcção secundária, conforme o esquema iterativo proposto pelo mesmo Chang.

A.2 Métodos iterativos

Os métodos iterativos permitem incluir no algoritmo a informação conhecida *a priori* sobre a distribuição do coeficiente de atenuação no corpo. Parte-se de uma imagem reconstruída utilizando o método das retroprojectões filtradas, e à qual é aplicada uma correcção multiplicativa de primeira ordem. Calculam-se então as projecções a partir desta imagem corrigida, tendo em conta o efeito da atenuação em cada raio projecção. A diferença entre estas projecções e as projecções reais é utilizada para corrigir a imagem inicial.

Existe também a possibilidade de adaptar os algoritmos de reconstrução iterativos (ART, SIRT, ML-EM) de maneira a considerar o efeito da atenuação na construção da matriz de projecção [6], [12–14].

Método de Chang. O primeiro passo deste algoritmo é a correcção de primeira ordem de Chang, obtida por aplicação da matriz de correcção (9) à imagem previamente reconstruída utilizando o algoritmo das retroprojectões filtradas. Mencionámos já que esta correcção produz efeitos de sub-correcção e sobre-correcção em vários pontos da imagem.

O processo iterativo sugerido por Chang [2], [11] para melhorar a qualidade da imagem, pormenores do qual serão analisados na secção II-D, é constituído pelos seguintes passos (figura 5):

- Reconstrução da secção e aplicação da matriz de correcção.
- Retroprojectão da imagem, considerando a forma do objecto e o efeito da atenuação.

- Determinação das projecções de erro, subtraindo as retroprojectões das projecções originais.
- Reconstrução da imagem de erro e aplicação da matriz de correcção.
- Soma da imagem de erro à imagem original.

O ciclo pode ser repetido. Segundo Chang, a convergência seria de tal maneira rápida que na maior parte dos casos não seria necessário realizar mais iterações. Discutiremos este facto quando testarmos a nossa implementação deste algoritmo.

II. ALGORITMOS IMPLEMENTADOS

A geometria do tomógrafo é um elemento essencial para a reconstrução tomográfica. Os dados utilizados no âmbito deste trabalho foram recolhidos segundo geometria paralela (figura 2).

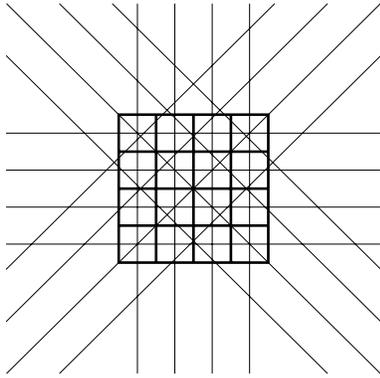


Figura 2 - A geometria considerada, para o caso simples de 4 projecções e imagem de 4×4 elementos.

Os dados fornecidos pela câmara- γ estavam organizados num ficheiro contendo, após um cabeçalho de 1408 bytes, a sequência das imagens projecção captadas durante a rotação de 360° em torno do alvo de observação. Normalmente são adquiridas 64 imagens, sendo a informação relativa a cada *pixel*, ou seja o número de contagens recebidas pelo correspondente elemento de detecção, representada por um *unsigned short*.

Na prática, antes de poder reconstruir uma secção transversal, será necessário extrair do ficheiro as projecções correspondentes ao plano que define a secção, reunindo-as numa estrutura de dados apropriada.

Para poder testar os algoritmos implementados e poder calcular o erro de reconstrução geraram-se imagens de teste simulando secções transversais de volumes de SPECT. Estas imagens, semelhantes às da figura 3, representam uma elipse, no interior da qual o nível de actividade é uniforme, num fundo de actividade nula. O bordo da elipse, de espessura variável, pode ter um nível de actividade diferente e no interior da elipse encontram-se quatro círculos, de posição e raio variáveis, apresentando diversos níveis de actividade.

A partir das imagens de teste, utilizando a função *GetProjectionsfromImage* (secção II-E.1) que simula o processo projectivo operado pela câmara- γ sobre uma secção do corpo, foram geradas as projecções atenuadas necessárias para o teste dos diferentes algoritmos de reconstrução. Na nossa simulação a função atenuação é considerada constante sen-

do $\mu = 0.13 \text{ cm}^{-1}$ (uma aproximação aceite em imagiologia cerebral), e as projecções obtidas são reunidas numa estrutura de dados, igual à que seria lida a partir de dados fornecidos pelo tomógrafo.

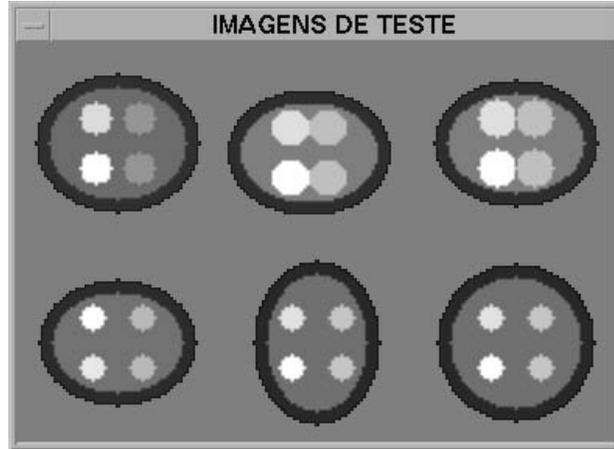


Figura 3 - Algumas das imagens de teste utilizadas (a cor de fundo foi realçada para se poder distinguir as elipses).

Comparámos os resultados dos seguintes métodos:

- Retroprojectão filtrada sem correcção da atenuação (função *GenNoAttCorrImage*).
- Retroprojectão filtrada com correcção da atenuação de média aritmética simples aplicada às projecções opostas (função *GenMeanCorrImage*).
- Retroprojectão filtrada com correcção da atenuação de Kay e Keyes (função *GenKayCorrImage*).
- Algoritmo iterativo de Chang (função *GenChangImage*).

Analisaremos de forma breve alguns pormenores da realização.

A. GenNoAttCorrImage

Esta função realiza o algoritmo de retroprojectão filtrada (comum a todos os métodos escolhidos). É permitido escolher [15] o tipo de filtro que se pretende utilizar de entre a seguinte lista:

- Janela de Ramachandran-Lakshminarayanan \times rampa.
- Janela de Shepp-Logan \times rampa.
- Janela de Shepp-Logan modificada \times rampa.
- Janela de Hanning \times rampa.
- Janela de Hamming \times rampa.
- Janela de Butterworth \times rampa.
- Janela Gaussiana \times rampa.

B. GenMeanCorrImage

Como vimos, a correcção da atenuação é neste caso efectuada antes de se reconstruir a imagem e consiste no cálculo da média aritmética entre projecções opostas,

$$p'_\theta(t) = \frac{p_\theta(t) + p_{\theta+\pi}(-t)}{2}.$$

As projecções opostas ficam iguais após a correcção, o que permite reduzir o tempo de cálculo a cerca de meta-

de (durante a reconstrução, efectuada utilizando o algoritmo de retroprojectão filtrada, basta considerar apenas as projecções relativas a meia rotação da câmara- γ).

C. GenKayCorrImage

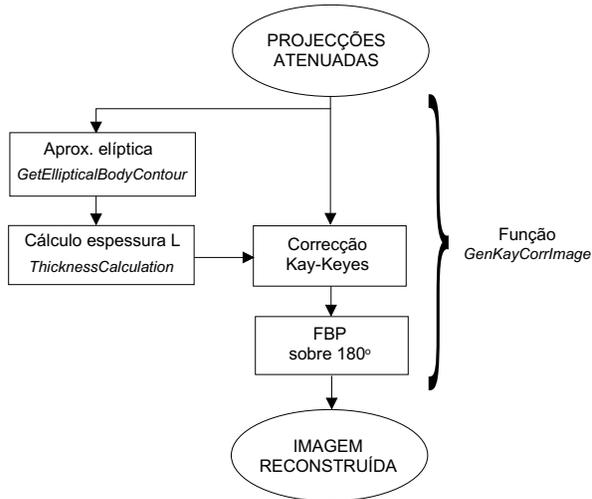


Figura 4 - A função *GenKayCorrImage*.

O algoritmo implementado nesta função (retroprojectão filtrada com correcção da atenuação de Kay e Keyes) consiste em efectuar a correcção da atenuação aplicando (4) às projecções para depois reconstruir a imagem a partir das projecções corrigidas.

O primeiro passo para se poder realizar (4) é calcular, para cada raio projecção considerado, a espessura L do meio atenuador atravessado, o que implica o conhecimento da forma do objecto. No que se refere às imagens de teste por nós geradas, sabemos que a forma do “objecto” é elíptica. No entanto, num caso real, podemos só aproximar uma secção do corpo humano por uma figura geométrica, tendo sido escolhida por este fim a elipse. Em ambos os casos o cálculo dos eixos e do centro da elipse é efectuada pela função *GetEllipticalBodyContour* como será descrito na secção II-E.2.

Uma vez determinada a geometria da elipse, calcula-se o comprimento L do segmento intersecção entre o raio e a elipse, por meio da função *ThicknessCalculation*, e efectua-se a correcção segundo (4).

Também neste caso as projecções opostas resultam iguais após a correcção, pelo que se reconstrói a imagem tomando em consideração apenas as projecções relativas a 180° de rotação da câmara- γ .

D. GenChangImage

O primeiro passo do algoritmo iterativo de Chang realiza-se nesta função é o cálculo da matriz de correcção. Para este fim, uma vez determinada a equação da elipse no plano da imagem, utiliza-se a função *ChangMatrixComputation*.

Voltando a considerar as projecções originais, gera-se agora uma primeira imagem reconstruída utilizando o algoritmo de retroprojectão filtrada e efectua-se a correcção multiplicando ponto a ponto a imagem pela matriz de Chang. A

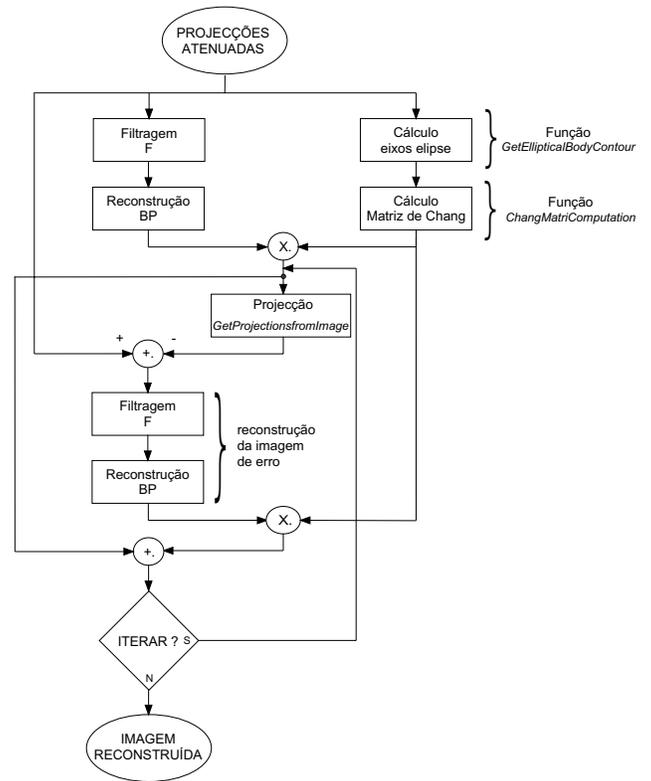


Figura 5 - O algoritmo de reconstrução de Chang.

imagem obtida, que chamaremos “imagem primária” apresenta zonas de sub-correcção e zonas de sobre-correcção.

Conforme a figura 5, reprojecta-se a imagem obtida tendo em conta o efeito de atenuação. Em outras palavras, geram-se as projecções atenuadas utilizando (2) (função *GetProjectionsfromImage*).

Geram-se por subtracção as projecções de erro, a partir das quais se reconstrói a imagem de erro (sempre utilizando o algoritmo de retroprojectão filtrada). A imagem de erro é corrigida para eliminar o efeito da atenuação, utilizando mais uma vez a matriz de Chang calculada anteriormente, e o resultado é somado à imagem primária. A imagem assim obtida passa a ser a imagem primária e o processo pode ser repetido até obter o desejado nível de precisão.

E. Sobre os algoritmos

E.1 Projecção – *GetProjectionsfromImage*

A projecção é efectuada segundo a filosofia *ray caster*, ou seja os raios projecção são percorridos um de cada vez numa sequência de pontos regularmente espaçados. Para cada ponto, se incluído na área da imagem por reconstruir, determina-se o *pixel* cujo centro se encontra mais próximo e o valor deste *pixel* é somado ao valor da projecção correspondente àquele raio.

Dado um ponto no sistema de coordenadas rotativo das projecções, a determinação do *pixel* cujo centro se encontra mais próximo implica uma mudança de referencial. Para este fim e segundo a convenção da figura 6, considerando que a transformação entre o sistema ROS e o sistema XOY é constituída por uma translação de $-h$ (onde h é o lado da imagem) e uma rotação de $\theta + \pi$, e ainda con-

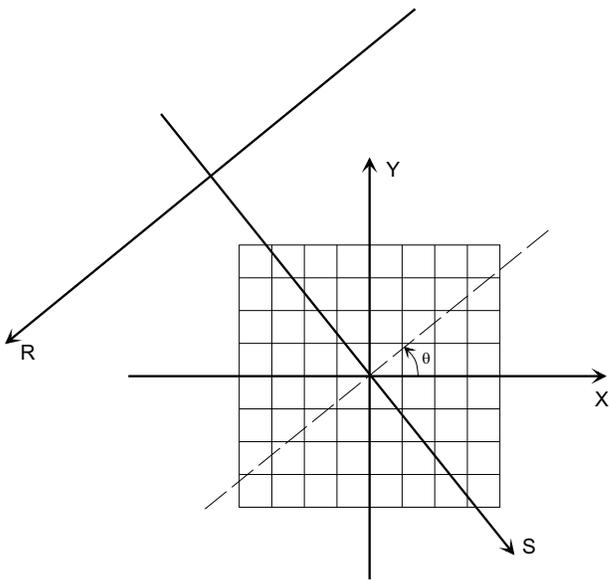


Figura 6 - O referencial rotativo das projecções, *ROS*, e o referencial da imagem *XOY*.

considerando as regras para as transformações compostas entre sistemas de coordenadas homogêneas [16], obtém-se a fórmula de transformação matricial

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta & \sin \theta & -h \sin \theta \\ -\sin \theta & -\cos \theta & h \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ s \\ 1 \end{bmatrix}.$$

A função *GetProjectionsfromImage* gera as projecções incluindo ou não o efeito da atenuação. Se forem pretendidas projecções atenuadas, para cada ponto considerado ao longo do raio projecção é necessário calcular a sua distância ao ponto de intersecção entre o raio e a elipse (função *DistanceCalculation*). A distância calculada determina a atenuação a aplicar.

E.2 Aproximação elíptica – *GetEllipticalBodycontour*

Sendo que a forma geométrica escolhida para aproximar uma secção do objecto por reconstruir é a elipse, para determinarmos os eixos e o centro consideramos as projecções frontal e lateral. Uma vez fixado o limiar de distinção entre radiação de fundo e radiação emitida pelo objecto, procuram-se as fronteiras do objecto nas tais projecções. Para sermos mais precisos, efectua-se uma média entre as fronteiras detectadas nas projecções frontais, anterior e posterior, e entre as detectadas nas projecções laterais, esquerda e direita.

E.3 Correção de Kay e Keyes – *ThicknessCalculation*

O cálculo da espessura do corpo (aproximado pela elipse) atravessado para cada raio projecção constitui a parte mais delicada do algoritmo de correção de atenuação de Kay e Keyes. O método escolhido para levar a termo esta tarefa (função *ThicknessCalculation*) é baseado em considerações puramente geométricas. Consiste na resolução do sistema constituído pela equação da recta que representa o raio

projecção e pela equação da elipse que representa o objecto por reconstruir.

E.4 Cálculo da matriz de Chang – *ChangMatrixComputation*

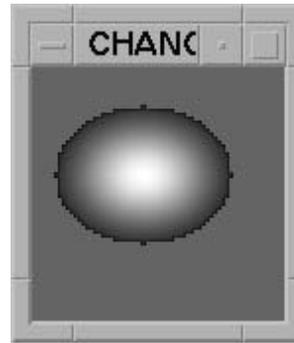


Figura 7 - Representação gráfica da matriz de Chang.

O cálculo da matriz de Chang constitui uma tarefa computacionalmente pesada. A elementos da matriz correspondentes a *pixels* fora da elipse que aproxima o objecto é atribuído o valor nulo. Quando o elemento se encontra no interior da elipse, é necessário somar os termos exponenciais $e^{-\mu l_{\theta_i}}$. Para isso, para cada ângulo de projecção θ_i , é calculada a distância l_{θ_i} entre o centro do *pixel* e a fronteira da elipse ao longo da recta tendo direcção θ_i e passando pelo centro do *pixel*. Por último, uma vez obtida a soma, aplica-se (9).

Na figura 7 representa-se uma matriz de Chang, a título de exemplo, tendo sido realçada a cor de fundo.

III. AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Para melhor avaliar os resultados obtidos, o programa realizado mostra numa janela a imagem original e as imagens reconstruídas utilizando os diferentes métodos. Nas figuras 8 e 9 são apresentadas as janelas de resumo relativas aos objectos $n^{\circ}1$ e $n^{\circ}5$ da figura 3, tendo sido realçada a cor de fundo para tornar mais visíveis as áreas de interesse.

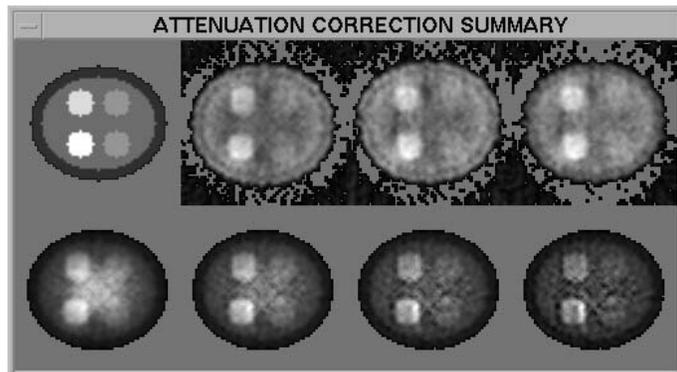


Figura 8 - O objecto de teste $n^{\circ}1$ e os resultados das reconstruções.

Em cada janela de resumo, a primeira imagem (1^a linha, 1^a coluna) é a imagem original, seguida pela reconstrução sem correção da atenuação (1^a linha, 2^a coluna). Aqui é bem visível o efeito da atenuação na área central da elipse, tornando difícil a detecção dos contornos dos círculos. Na

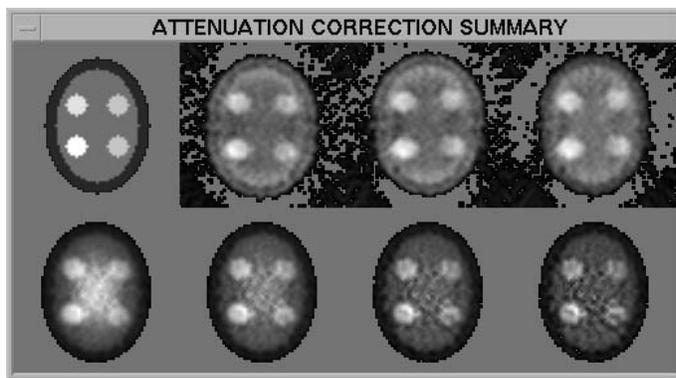


Figura 9 - O objecto de teste $n^{\circ}5$ e os resultados das reconstruções.

primeira linha, terceira coluna, encontra-se a reconstrução com correcção de média simples que, como se pode notar, não corrige de maneira satisfatória o efeito da atenuação. Com a correcção da atenuação de Kay e Keyes (1^a linha, 4^a coluna) já se obtém um resultado bastante melhor. Contudo, apesar de podermos facilmente distinguir os contornos dos objectos representados, continua evidente a alteração dos valores originais (note-se, por exemplo o bordo da elipse). Na segunda linha encontram-se as imagens obtidas pelo método de Chang (da esquerda para a direita: a imagem primária, a imagem de segunda ordem, a imagem de terceira e a de quarta ordem). Tal como era previsto, a imagem primária afasta-se bastante da imagem original, apresentando claramente uma área central sobrecorrigida relativamente ao resto da imagem subcorrigida.

Entre todas, a imagem de segunda ordem parece-nos ser a que mais se aproxima da imagem original. Contudo, a avaliação da qualidade de uma reconstrução é uma tarefa delicada. A nossa avaliação subjectiva não é quantificável com uma medida de erro como, por exemplo, o erro quadrático médio. Pinho e Almeida [17] sugerem uma medida de erro baseada no modelo de Mannos e Sakrison [18] do sistema visual humano, chamada “erro quadrático no domínio perceptual amostrado”. A avaliação é efectuada utilizando um filtro passa-baixo aplicado à imagem obtida calculando a diferença entre as raízes cúbicas, *pixel a pixel*, da imagem original e da imagem a avaliar. Considerando que o sistema visual humano não consegue avaliar uma imagem na sua globalidade mas foca a atenção num certo número de segmentos de imagem, cuja dimensão depende da distância entre o observador e o objecto observado, Pinho e Almeida sugerem que o erro seja calculado só num certo número de segmentos distribuídos aleatoriamente na área de interesse (conjunto tipo A na figura 10). Se se admitir que os segmentos sobre os quais o olho humano foca a sua atenção pertencem sobretudo às zonas de fronteira entre áreas de diferente nível de actividade, o erro poderá ser calculado num certo número de segmentos distribuídos aleatoriamente na área de interesse e no interior dos quais a variância é maior que um valor pré-estabelecido (conjunto tipo B na figura 10).

As tabelas I e II, relativas aos objectos 1 e 5, resumem os resultados da avaliação quantitativa do erro de reconstrução e os tempos de cálculo para cada um dos métodos. O erro é

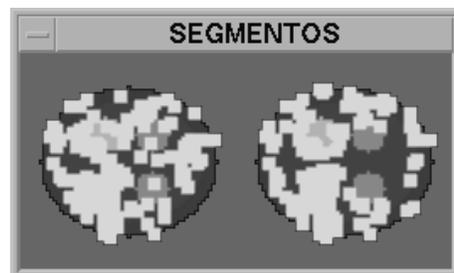


Figura 10 - Os segmentos considerados na avaliação visual do objecto $n^{\circ}1$: (A) 100 segmentos 4×4 distribuídos aleatoriamente na área de interesse. (B) 100 segmentos 4×4 distribuídos aleatoriamente na área de interesse tendo em consideração a variância.

medido em termos do PSNR (*Peak Signal to Noise Ratio*),

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \frac{255^2 N}{\sum_{i=1}^N e_i^2} \text{ dB}$$

onde N é o número de *pixels* sobre os quais se pretende calcular o erro, e os e_i são os erros calculados como diferença entre os valores (reais ou no domínio perceptual) dos correspondentes *pixels* na imagem original e na imagem reconstruída.

Na primeira coluna encontra-se o PSNR calculado sobre toda a imagem, sendo o erro a diferença entre os valores dos *pixels*. Na segunda o PSNR é calculado considerando só a área de interesse da imagem (a elipse) sendo o erro a diferença entre os valores dos *pixels*. Na terceira e na quarta coluna o PSNR é calculado sobre os conjuntos de segmentos de tipo A e B respectivamente sendo o erro a diferença entre os valores dos *pixels* no domínio perceptual. Por fim, na quinta coluna encontram-se os tempos de cálculo relativos aos vários métodos.

As tabelas apresentadas, assim como as relativas a outros objectos (omitidas para maior concisão e por serem concordantes), demonstram a superioridade do método de Chang sobre os outros. Note-se que a correcção de média simples, apesar do reduzido tempo de cálculo, não melhora a qualidade da imagem. A correcção de Kay e Keyes melhora bastante a qualidade da imagem, tanto no domínio dos valores de *pixel* quanto no domínio perceptual, e o tempo de cálculo é também muito reduzido (metade do necessário para a reconstrução sem correcção da atenuação).

As imagens obtidas pelo método de Chang são as de melhor qualidade. A melhor qualidade é atingida pela imagem de segunda ordem, mas no domínio perceptual a imagem de primeira ordem parece superior (ainda que afectada pela sobre-correcção da zona central).

Infelizmente, os tempos de cálculo deste método são muito mais longos (cerca de 7 vezes o tempo do método de Kay e Keyes só para obter a imagem primária, e duplicando para obter a imagem de segunda ordem). A qualidade inferior das imagens de terceira e quarta ordem, quando comparadas com a imagem primária e de segunda ordem, constituiu para nós surpresa, sendo que nenhum dos artigos [2], [11] à nossa disposição relata esse fenómeno. É obviamente possível que haja diferenças entre a nossa implementação do algoritmo e a de Chang (a descrição original é pobre em pormenores). Contudo, é preciso dizer que nenhum dos ar-

Objecto 1	PSNR global (dB)	PSNR elipse (dB)	PSNR Visual A (dB)	PSNR Visual B (dB)	Tempo (seg.)
NoCorr	15.71	14.24	52.39	51.17	1.42
MeanCorr	15.05	13.67	52.27	51.05	0.73
KayCorr	17.51	15.25	52.81	51.51	0.73
Chang 1°	19.25	15.73	53.36	52.32	5.03
Chang 2°	19.56	16.07	53.29	52.27	10.17
Chang 3°	18.18	14.65	52.99	52.06	15.37
Chang 4°	16.62	13.07	52.37	51.69	20.63

Tabela I

AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DAS IMAGENS RECONSTRUÍDAS, OBJECTO 1.

Objecto 5	PSNR global (dB)	PSNR elipse (dB)	PSNR Visual A (dB)	PSNR Visual B (dB)	Tempo (seg.)
NoCorr	16.97	14.74	53.07	51.88	1.42
MeanCorr	16.74	14.56	53.16	51.92	0.72
KayCorr	18.81	15.92	53.67	52.35	0.75
Chang 1°	20.17	16.26	54.00	52.63	4.73
Chang 2°	21.83	17.98	53.79	52.48	9.88
Chang 3°	20.46	16.56	53.36	52.22	15.00
Chang 4°	18.87	14.93	52.56	51.71	20.30

Tabela II

AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DAS IMAGENS RECONSTRUÍDAS, OBJECTO 5.

tigos refere claramente dados sobre o comportamento do algoritmo após a segunda iteração, limitando-se a concluir que não vale a pena ir além, conclusão que confirmamos.

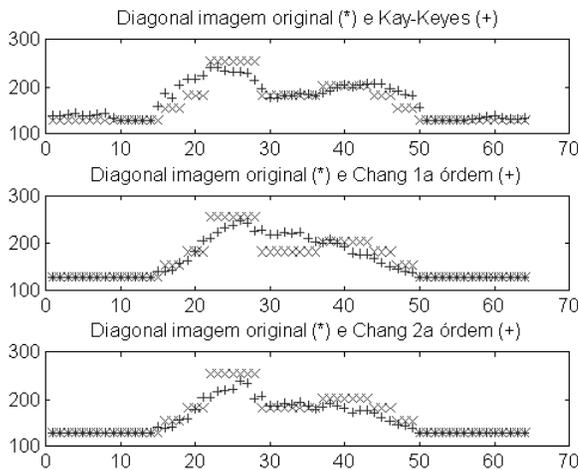


Figura 11 - Comparação entre os valores ao longo da diagonal principal da imagem original e das imagens reconstruídas.

É interessante observar os valores dos *pixels* ao longo de uma diagonal da imagem original e os correspondentes valores nas imagens reconstruídas com correcção de Kay e Keyes e com correcção de Chang de 1ª e 2ª ordem (figura 11). Como se pode notar, o método de Kay e Keyes consegue neste caso compensar satisfatoriamente o efeito da atenuação na área central da imagem mas o erro de reconstrução acentua-se nas zonas periféricas. No segundo gráfico de figura 11 é evidente o efeito de sobre-correcção

na área central da elipse, típico da correcção de primeira ordem de Chang. No terceiro gráfico, onde podemos comparar a diagonal da imagem original com a diagonal da imagem reconstruída com correcção de Chang de segunda ordem, podemos ver como este método consegue compensar o efeito da atenuação no centro da imagem e ao mesmo tempo reconstruir as zonas periféricas com maior precisão, relativamente ao método de Kay e Keyes.

IV. CONCLUSÕES

A avaliação efectuada prova a superioridade da qualidade das imagens obtidas pelo método de Chang. Contudo, a superioridade não é muito nítida, pelo que o tempo de cálculo se torna um importante factor de decisão. Será prudente deixar a escolha do método ao cuidado do operador, que deverá tomar em consideração o tipo de análise a efectuar (qualitativa ou quantitativa), o tempo disponível (diagnóstico em tempo real ou não) e, ainda, a localização da área de interesse. Lembramos que, como se viu na análise das diagonais, o método de Kay e Keyes pode ser aconselhável para a reconstrução de regiões profundas mas não para a reconstrução de regiões periféricas.

A análise efectuada não pretendeu ser exaustiva, dado que existem outros métodos que ficaram por explorar. As comparações e conclusões que extraímos limitam-se, naturalmente, ao conjunto de métodos estudados.

REFERÊNCIAS

- [1] D. B. Kay e J. W. Keyes. First order correction for absorption and resolution compensation in radionuclide Fourier tomography. *Journal of Nuclear Medicine*, 16:540-41, 1975.

- [2] Lee-Tzoo Chang. A method for attenuation correction in radionuclide computer tomography. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, NS-25(1):638–643, 1978.
- [3] Sílvia De Francesco e P. J. S. G. Ferreira. Reconstrução tomográfica em SPECT: aspectos gerais. *Revista do DETUA*, 3(2):381–391, Setembro 1998.
- [4] F. J. Beekman. *Fully 3D SPECT Reconstruction with Object Shape Dependent Scatter Compensation*. Tese de Doutoramento, Utrecht University, 1995.
- [5] António M. M. S. Pereira. *Desenvolvimento de um Sistema de Tomografia de Emissão Simples*. Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Departamento de Electrónica e Telecomunicações, 1986.
- [6] Benjamin M. W. Tsui, Hong-Bin Hu, David R. Gilland, e Grant T. Gullberg. Implementation of simultaneous attenuation and detector response correction in SPECT. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, NS-35(1):778–783, 1988.
- [7] Grant T. Gullberg e Thomas F. Budinger. The use of filtering methods to compensate for constant attenuation in single-photon emission computed tomography. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, BME-28(2):142–157, 1981.
- [8] B. Axelsson, A. Israelsson, e S. A. Larsson. Studies of a technique for attenuation correction in Single Photon Emission Computed Tomography. *Phys. Med. Biol.*, 32(6):737–749, 1987.
- [9] T. F. Budinger e G. T. Gullberg. Transverse section reconstruction of gamma ray emitting radionuclides in patients. Em *Reconstruction tomography in diagnostic radiology and nuclear medicine*, páginas 315–342. M. M. Ter-Pogossian, 1977.
- [10] T. F. Budinger, G. T. Gullberg, e R. H. Huesman. Emission Computed Tomography. Em Springer-Verlag, editor, *Image Reconstruction from Projections: implementation and applications*, volume 32 de *Topics in Applied Physics*, páginas 147–246. G. T. Herman, 1979.
- [11] Lee-Tzoo Chang. Attenuation correction and incomplete projections in Single Photon Emission Computed Tomography. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, NS-26(2):2780–2789, 1979.
- [12] G. L. Zeng, G. T. Gullberg, B. M. W. Tsui, e J. A. Terry. Three - dimensional iterative reconstruction algorithms with attenuation and geometric point response correction. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 38:693–702, 1991.
- [13] Grant T. Gullberg, Ronald H. Huesman, John A. Malko, Norbert J. Pelc, e Thomas F. Budinger. An attenuated projector-backprojector for iterative SPECT reconstruction. *Phys. Med. Biol.*, 30(8):799–816, 1985.
- [14] Michael I. Miller, Donald L. Snyder, e Tom R. Miller. Maximum-likelihood reconstruction for single photon emission computed tomography. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, NS-32(1):769–778, 1985.
- [15] Sílvia De Francesco. Técnicas tomográficas e algoritmos de reconstrução em tomografia. O caso de SPECT. Tese de Mestrado, Departamento de Electrónica e Telecomunicações, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, Maio 1997.
- [16] J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner, e J. F. Hugues. *Computer Graphics: principles and practice*. Addison-Wesley, 1993.
- [17] A. J. Pinho e L. B. Almeida. Error measure for images with a large featureless background. Em *RecPad92: 4th Portuguese Conference on Pattern Recognition*, 1992.
- [18] J. L. Mannon e D. J. Sakrison. The effects of a visual fidelity criterion on the encoding of images. *IEEE Transactions on Information Theory*, 20(4):525–536, 1974.