

---

---

**Título:** Reconstrução de Sinal e Codificação

**Title:** *Signal Reconstruction and Coding*

**Autor/Author:** José Manuel Neto Vieira

**Orientador/Advisor:** Paulo Jorge S. G. Ferreira

**Data Apresentação/Acceptance Date:** 11/02/2000

**Palavras Chave:** Reconstrução de sinal, correcção de erros, códigos de correcção de erros, Combinatória.

**Key Words:** *Signal reconstruction, Error correction, Error correction codes, Combinatory.*

**Doutoramento/Ph.D.**

---

### **Resumo**

Considere-se um sinal passa-baixo com  $N$  amostras,  $t$  das quais foram posteriormente modificadas. Será possível detectar quais as amostras modificadas, e recuperar o seu valor original? A quase totalidade das técnicas conhecidas sobre reconstrução de sinal não resolve este problema, sendo necessário conhecer a posição das amostras erradas para que seja possível obter a amplitude correcta. No entanto, os códigos de correcção de erros do tipo BCH, entre outros, conseguem resolver este problema, ou seja, determinar a posição das amostras erradas e, numa segunda fase, corrigir a sua amplitude. Estes códigos são normalmente aplicados a sinais digitais recorrendo a "software" com aritmética num corpo finito necessitando, por esse motivo, de processadores dedicados para realizar as operações de codificação e decodificação de forma eficiente. No entanto, e como veremos ao longo deste trabalho, é possível utilizar estas técnicas no corpo dos números complexos, levantando-se no entanto uma série de questões novas como, por exemplo, a da estabilidade da reconstrução. As técnicas de reconstrução de sinal e os códigos de correcção de erros são usualmente encarados como disciplinas distintas com as suas técnicas próprias não existindo aparentemente qualquer relação entre as duas. No entanto, estas dificuldades resultam em grande medida da diferente aritmética, notação e linguagem utilizadas. Esta dissertação utiliza em simultâneo estas duas disciplinas, transportando técnicas e conceitos de uma área para outra, numa tentativa de enriquecer o conhecimento e compreensão de ambas. Neste trabalho estudamos várias técnicas para determinar a posição das amostras erradas num sinal discreto limitado em banda e de duração finita, sendo descrito como reconstrução não linear. Comparamos igualmente algumas técnicas de determinação da amplitude das amostras erradas, oriundas dos códigos de correcção de erros, com as que são utilizadas nos algoritmos de reconstrução de sinal. O problema da estabilidade da determinação da posição das amostras erradas é investigado, mostrando-se por exemplo que os efeitos da amplitude e posição dos erros na estabilidade podem ser separados. Um dos objectivos deste trabalho foi o de encontrar técnicas que permitissem o projecto de códigos de correcção de erros no corpo dos números complexos. A chave para a solução deste problema reside

na combinatória dos padrões dos erros e da sua influência na estabilidade dos algoritmos de reconstrução.

### **Abstract**

Consider a low-pass signal with  $N$  samples where the amplitude of  $t$  samples was modified. Is it possible to find a method to detect which samples violate the low-pass condition and reconstruct their original amplitude? Most of the known techniques of signal reconstruction don't solve this problem, being necessary to know the error positions in order to find their correct amplitudes. However, the BCH type error correction codes, for example, can solve this problem in two steps, first, they found the error positions, then, they found the error amplitudes. Those codes are usually implemented on a finite arithmetic field with dedicated processors, which implement the coding and decoding tasks on an efficient way. Nevertheless, and as we will see during this work, it is possible to use those techniques on the complex field, arising some new problems as the numerical stability of the reconstruction process. The signal reconstruction techniques and the error correction codes are usually faced as distinct disciplines, with their own techniques and results, and apparently with few aspects in common. These difficulties are the result of differences in the arithmetic notation and language used. This thesis deals with both disciplines transporting techniques and concepts from one area to another, trying to enrich the knowledge and comprehension of both. In this work we have studied several techniques to find the error positions in a band-limited and time-limited signal. Those techniques are described as non-linear signal reconstruction. We also compare some techniques for error amplitude correction imported from error correction codes with some signal reconstruction techniques. The stability of the problem of finding the error positions was also studied. We have achieved some interesting results as for example the separation of the influence of the error amplitude from the error position on the stability. One of the goals of this work was to find some techniques to design error correction codes on the complex field. The key to this problem is the error pattern combinatory and their influence on the reconstruction stability.