

# Birrefringência e Dispersão Devido aos Modos de Polarização em Fibras Ópticas

P. S. André e J. L. Pinto

Instituto de Telecomunicações – Polo de Aveiro e Departamento de Física – Universidade de Aveiro

**Resumo** – Este trabalho apresenta o estudo da birrefringência em fibras ópticas monomodo. São analisadas as causas de degradação do sinal óptico ao longo da propagação, devido à birrefringência. São descritos vários modelos existentes que descrevem o fenómeno e analisadas as diversas técnicas de determinação do atraso de grupo diferencial, resultante da birrefringência. É determinado o atraso de grupo diferencial devido aos modos de polarização de vários troços de fibra, através de uma técnica híbrida.

**Abstract** – We study the birefringence in monomodo optical fibres. The propagation degradation mechanism due to the birefringence are analysed. Several models and characterisation techniques used to describe the phenomena and to measure the differential group delay are presented. We used an hybrid technique to measure the differential group delay due to polarisation mode.

## I. INTRODUÇÃO

Em fibra ópticas monomodo qualquer sinal óptico pode ser representado como uma sobreposição linear de dois modos polarizados ortogonalmente. Numa fibra ideal, onde se considera uma simetria cilíndrica do guia de onda, esses dois modos são degenerados em termos das propriedades de propagação. No entanto, em fibras reais existe uma determinada quantidade de anisotropia que origina a perda de simetria cilíndrica da mesma. Essa perda ocorre quer devido à quebra da geometria circular do guia de onda durante o processo de fabrico, quer devido a deformações originadas por campos tensionais não simétricos aplicados à fibra, provocando um alargamento temporal dos impulsos e o aumento da interferência entre símbolos, resultando na degradação no desempenho do sistema [1].

Tal como foi referido anteriormente, de uma forma geral, o estado de polarização de um campo óptico arbitrário pode ser representado pela soma vectorial de duas componentes orientadas com os eixos de polarização. No caso geral de um campo polarizado linearmente que entra na fibra com um ângulo arbitrário,  $\alpha$ , entre o plano de polarização e um dos eixos birrefringentes, ambos os modos de polarização vão ser excitados; assim o campo segundo o eixo lento de polarização da fibra ir-se-á atrasar em relação ao campo que se propaga segundo o eixo rápido de polarização da fibra. Esta diferença no tempo de

propagação origina uma diferença de fase entre os campos durante a propagação.

## II. BIRREFRINGÊNCIA E PMD

Os efeitos da polarização em sistemas de comunicação ópticos são dependentes do tamanho do troço de fibra considerado. Se considerarmos um pequeno troço de fibra podemos assumir que as perturbações que actuam nesse troço são constantes ao longo da propagação, o que o torna bimodal devido à perda de degenerescência dos dois modos ortogonais, resultando numa diferença na constante de propagação local para os dois modos. Assim, a constante de propagação será dada por:

$$\beta_l - \beta_r = \frac{\omega}{c} \cdot (n_l - n_r) = \frac{\omega}{c} \cdot \Delta n_b \quad (1)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo,  $\omega$  a frequência angular da portadora e  $\Delta n_b$  é o índice de refração diferencial,  $n_l$  e  $n_r$  são os índices de refração efectivos do modo lento e rápido, respectivamente, correspondentes aos índices de refração segundo os eixos ópticos lentos e rápidos de polarização do troço de fibra, respectivamente. A diferença entre as constantes de propagação é designada como birrefringência. Os valores típicos de  $\Delta n_b$  situam-se entre  $10^{-5}$  e  $10^{-7}$  [1].

A diferença de fase entre os campos, com comprimentos de onda  $\lambda$ , projectados nos eixos lento e rápido provocado pela birrefringência resulta numa propagação cíclica do estado da polarização ao longo de vários estados elípticos de polarização. Após uma propagação ao longo de uma distância,  $L_B$ , a diferença de fase entre os dois modo é de  $2\pi$ , o que significa que o campo resultante é novamente linear e com o ângulo  $\alpha$  igual ao valor inicial. Este comprimento característico,  $L_B$ , é designado como comprimento de batimento, sendo dado por:

$$L_B = \frac{\lambda}{\Delta n_b} \quad (2)$$

A derivada da expressão (1) em ordem à frequência permite-nos obter a velocidade de grupo diferencial, ou seja, o atraso de grupo por unidade de comprimento do troço considerado [2]:

$$\frac{\Delta \tau}{L} = \frac{d}{d\omega} (\beta_l - \beta_r) = \frac{\Delta n_b}{c} + \frac{\omega}{c} \cdot \frac{d\Delta n_b}{d\omega} \quad (3)$$

onde a quantidade  $\frac{\Delta\tau}{L}$  é designada como dispersão devido aos modos de polarização (PMD) intrínseca da fibra ou PMD de curta distância. Esta definição de PMD é aplicável a pequenos troços de fibra, onde se assume que a birrefringência é constante, logo o atraso de grupo diferencial varia linearmente com a distância de propagação.

O atraso de grupo diferencial,  $\Delta\tau$ , é uma manifestação no domínio temporal da PMD. Existe também uma manifestação no domínio da frequência, onde a PMD causa uma variação no estado de polarização do sinal à saída do troço de fibra considerado, em função da frequência do sinal à entrada, assumindo que este tem uma polarização fixa [3]. Quando representada na esfera de Poincaré (ver anexo), a polarização à saída da fibra move-se indefinidamente ao longo de um círculo na superfície da esfera, à medida que a frequência do sinal é variada. Após uma variação da frequência do sinal de  $\Delta\omega_c$  o estado de polarização retorna ao valor inicial.

$$\Delta\omega_c = \frac{2\pi}{\Delta\tau} \quad (4)$$

Um troço longo de fibra, é considerado como a concatenação de troços mais pequenos tendo cada um destes uma orientação aleatória dos eixos de polarização. Devido a essas orientações aleatórias das perturbações nos troços de fibra, os efeitos num troço podem ser adicionados ou subtraídos aos efeitos do troço seguinte. Como tal, os atrasos de grupo diferencial devido à PMD em troços longos são acumulados num processo aleatório, que varia com a raiz quadrada da distância de propagação [4]. Porém, devido à dependência das perturbações na fibra com a temperatura, para sistemas longos os eixos de polarização têm um desvio temporal, segundo uma distribuição de Maxwell. Assim para analisar as propriedades da polarização de um troço longo de fibra é necessário adoptar um tratamento estatístico e considerar o atraso de grupo diferencial em termos de valor expectável.

O comprimento de correlação,  $l_c$ , é um parâmetro utilizado para distinguir entre o regime curto e o regime longo de propagação e apresenta valores típicos que variam entre 1 m para fibras enroladas em bobines de laboratório e 1 km para os cabos estendidos. O comprimento de correlação é definido como o comprimento de fibra para o qual a potência média num modo de polarização ortogonal,  $P_{\perp}$ , toma o valor de  $1/e^2$  da potência média do modo inicial,  $P_{\parallel}$  ou seja:

$$\frac{\langle P_{\parallel}(l_c) \rangle - \langle P_{\perp}(l_c) \rangle}{P_{Total}} = \frac{1}{e^2} \quad (5)$$

Os troços de fibras mais curtos que  $l_c$ , encontram-se no regime curto de propagação, onde as propriedades são deterministas exibindo um atraso de grupo diferencial que varia linearmente com a distância de propagação. Troços

de fibras de comprimento maior que  $l_c$ , encontram-se no regime longo, apresentando uma variação estatística nas propriedades de polarização, cuja função densidade de probabilidade segue uma distribuição de Maxwell e apresenta uma dependência do atraso de grupo diferencial com a raiz quadrada da distância de propagação, sendo a PMD dada por [4]:

$$PMD = \frac{\langle \Delta\tau \rangle}{\sqrt{L}} \quad (6)$$

sendo  $L$  a distância de propagação e  $\langle \Delta\tau \rangle$  o valor expectável do tempo de atraso diferencial. Este atraso pode ser estimado a partir de um modelo empírico (modelo dos estados principais), onde se considera que num meio linear de transmissão com perdas uniformes para qualquer estado de polarização, existe à sua entrada estados de polarização ortogonais, para os quais os estados de polarização à saída são também ortogonais e não variam com o comprimentos de onda, considerando uma aproximação de 1ª ordem. O meio linear pode ser expresso pela sua função transferencial complexa,  $T(\omega)$ :

$$T(\omega) = e^{\alpha(\omega)} \cdot \begin{bmatrix} u_1(\omega) & u_2(\omega) \\ -u_2^*(\omega) & u_1^*(\omega) \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde  $\alpha(\omega)$ ,  $u_1(\omega)$ ,  $u_2(\omega)$  são de uma forma geral complexa e satisfazem a condição:  $|u_1|^2 = |u_2|^2 = 1$ , onde \* denota o conjugado. Então, o valor expectável para o atraso de grupo diferencial é dado por [5]:

$$\langle \Delta\tau \rangle = 2 \cdot \sqrt{\left| \frac{du_1(\omega)}{d\omega} \right|^2 + \left| \frac{du_2(\omega)}{d\omega} \right|^2} \quad (8)$$

No regime curto a evolução da polarização de saída em função do comprimento de onda e da distância de propagação na fibra ocorre ao longo de um círculo fechado sobre a esfera de Poincaré. No regime longo a evolução da polarização à saída em função do comprimento de onda e da distância de propagação distribui-se ao longo de toda a esfera de Poincaré, indicando que todos os estados de polarização são equiprováveis de serem observados. Nos troços longos de fibra, a rotação instantânea que a polarização de saída realiza sobre a superfície da esfera de Poincaré, pode ser representada em função da frequência por [6]:

$$\frac{d\hat{s}}{d\omega} = \Omega \times \hat{s} \quad (10)$$

onde  $\hat{s}$  é o versor de Stokes que descreve o estado de polarização de saída sobre a esfera de Poincaré e  $\Omega$  é o vector rotação, usualmente conhecido como vector dispersão cuja magnitude é igual ao atraso de grupo diferencial:

$$|\Omega| = \Delta\tau \quad (11)$$

Usualmente, o atraso de grupo diferencial e  $\Omega$  são dependentes da frequência. Essa dependência indica a

existência de dispersão de ordem superior, nomeadamente, dispersão de segunda ordem que quantifica a variação do atraso, em função da frequência.

### III. MEDIÇÃO DA BIRREFRINGÊNCIA

A PMD de primeira ordem em fibras de telecomunicações é medida, utilizando uma variedade de técnicas. A maioria dessas técnicas determina o atraso de grupo diferencial entre os estados de polarização à saída da fibra recorrendo a métodos no domínio temporal ou no domínio da frequência [7]. No domínio temporal pode-se determinar a PMD medindo (i) o tempo de atraso de um impulso lançado sob varias polarizações de entrada na fibra, (ii) a resposta em frequência da fibra para varias polarizações de entrada ou (iii) utilizando técnicas interferométricas. No domínio da frequência pode-se determinar a PMD analisando (iv) a polarização sobre a esfera de Poincaré (técnica da esfera de Poincaré) a polarização à saída da fibra em função da polarização à entrada, (v) a polarização à saída da fibra para várias polarizações de entrada pre-determinadas (o que permite calcular a matriz de Jones da fibra) ou (vi) através da análise da potência transmitida através de um polarizador linear colocado à saída da fibra em função do comprimento de onda do sinal (técnica do analisador fixo). Todas as técnicas anteriores funcionam em transmissão. Existem, ainda, outras técnicas baseadas em reflectometria polarimétrica óptica no domínio temporal, consistindo na detecção das componentes do sinal reflectido ao longo da propagação devido à dispersão de Rayleigh ou de Fresnel.

O método utilizado para determinar o atraso de grupo diferencial é um método híbrido entre método da esfera de Poincaré e o método do analisador fixo. A técnica do analisador fixo ou de varrimento do comprimento de onda consiste na injeção na fibra de um sinal contínuo proveniente de um laser sintonizável com uma polarização arbitrária fixa. No outro extremo da fibra é analisada a potência óptica após passar por um polarizador fixo com um eixo de polarização arbitrário em função do comprimento de onda. A variação da potência transmitida em função do comprimento de onda do sinal resulta da alteração da projecção do sinal segundo o eixo de polarização, como consequência da variação do estado de polarização devido à PMD da fibra. Podemos relacionar o valor expectável do atraso de grupo diferencial,  $\langle \Delta \tau \rangle$ , em função do número de extremos do espectro de saída,  $N_e$ , e do intervalo de varrimento,  $\Delta \omega$  [8]:

$$\langle \Delta \tau \rangle = 0.824 \cdot \pi \cdot \frac{N_e}{\Delta \omega} \quad L \gg l_c \quad (12)$$

A expressão (12) pode ser reescrita em termos do intervalo de comprimento de onda compreendido entre  $\lambda_{final}$  e  $\lambda_{inicial}$ :

$$\langle \Delta \tau \rangle = 0.824 \cdot \frac{N_e \cdot \lambda_{final} \cdot \lambda_{inicial}}{2 \cdot (\lambda_{final} - \lambda_{inicial})} \quad L \gg l_c \quad (13)$$

Estas expressões (12) e (13) são válidas para o regime longo de propagação. No caso do regime curto determinista de propagação [8], temos que:

$$\Delta \tau = \pi \cdot \frac{N_e}{\Delta \omega} \quad L \ll l_c \quad (14)$$

O regime de propagação é determinado pelo quociente entre o número de extremos e o número de cruzamentos pelo valor médio de transmissão,  $N_m$ . No regime longo de propagação  $\frac{N_e}{N_m} \rightarrow 1.524$  e no regime curto  $\frac{N_e}{N_m} \rightarrow 1.000$ .

O desvio padrão do erro associado,  $\sigma$ , à medição pode ser relacionado com o intervalo de varrimento, logo pode ser também relacionado com o número de extremos, através da seguinte expressão [8]:

$$\frac{\sigma}{\langle \Delta \tau \rangle} \approx \sqrt{\frac{0.5}{N_e}} \quad (15)$$

Substituindo o polarizador à saída do troço de fibra em teste por um polarimetro podemos obter o estado de polarização à saída da fibra. Os três parâmetros de Stokes obtidos em função do comprimento de onda permitem-nos descrever completamente e independentemente da potência o estado de polarização do sinal. Aplicando o procedimento anterior a cada um dos espectros dos parâmetros ( $S_1, S_2, S_3$ ) calcula-se o valor médio para o atraso de grupo diferencial.

A figura 1 mostra o método do analisador fixo com um polarimetro utilizado para medir a PMD.

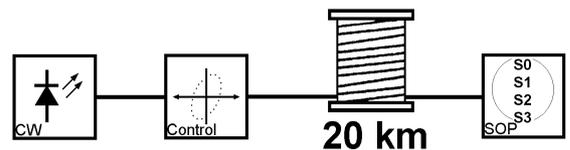


Figura 1 – Esquema do sistema utilizado para medir a PMD.

Foram medidos os parâmetros de Stokes normalizados para 3 distâncias de propagação: 20 km, 45 km e 75 km, utilizando um varrimento de 100 nm. O ajuste desses dados às expressões (13) e (15) permite obter o atraso de grupo diferencial e o seu erro, respectivamente.

A figura 2 mostra os parâmetros de Stokes normalizados para uma distância de propagação de 20 km que estão representados sobre a esfera de Poincaré com a indicação dos pontos correspondentes a 1500 nm e 1600 nm. A figura 3 mostra a sua representação plana. Verifica-se que o estado de polarização não descreve um círculo fechado sobre a esfera, indicando que para esta distância nos encontramos no regime de propagação longo. Tal como que pode ser confirmado pelo quociente:  $\frac{N_e}{N_m} = 1.5$ .

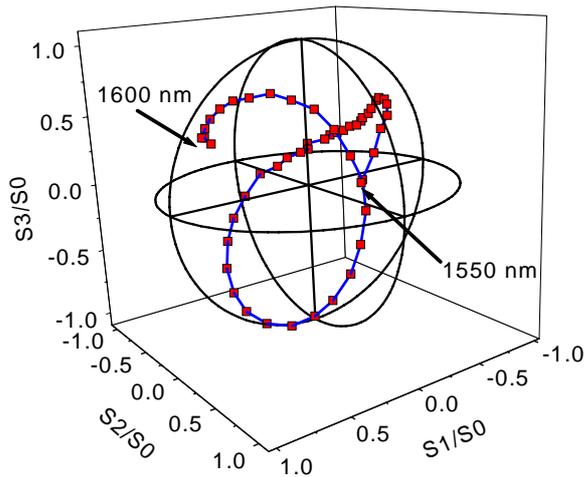


Figura 2 – Representação sobre a esfera de Poincaré dos parâmetros de Stokes para uma distância de propagação de 20 km.

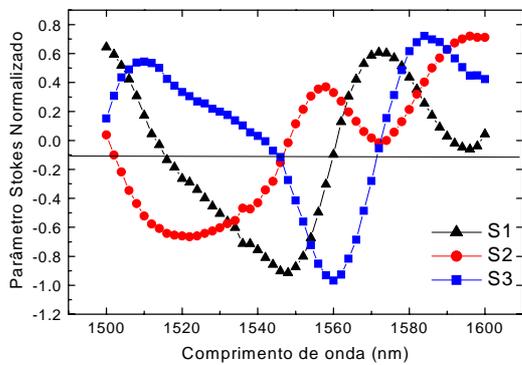


Figura 3 – Representação linear dos parâmetros de Stokes para uma distância de propagação de 20 km. Neste caso temos para todos os parâmetros:  $N_e=3$ ,  $N_m=2$ ,  $N_e/N_m=1.5$ .

A figura 4 mostra os parâmetros de Stokes normalizados para uma distância de propagação de 70 km, representados sobre a esfera de Poincaré com a indicação dos pontos correspondentes a 1500 nm e 1600 nm. A figura 5 mostra a sua representação plana.

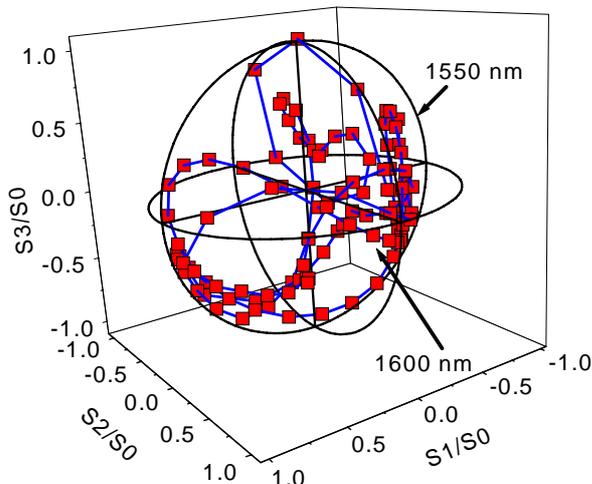
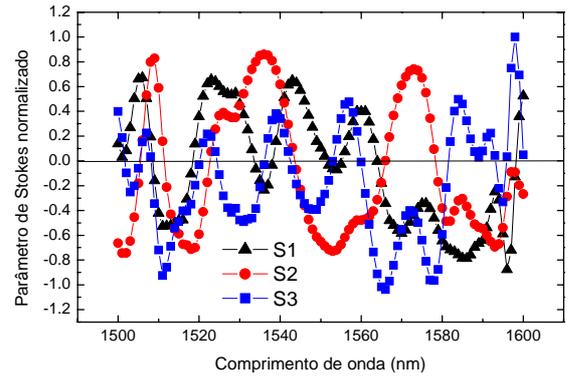


Figura 4 – Representação sobre a esfera de Poincaré dos parâmetros de Stokes para uma distância de propagação de 70 km.



Figuras 5 – Representação linear dos parâmetros de Stokes para uma distância de propagação de 70 km.

A figura 6 mostra o atraso de grupo diferencial para as três distâncias consideradas, o respectivo erro associado e o ajuste à expressão (6) que permite obter para a PMD o valor de  $0.0518 \pm 0.0057 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$ .

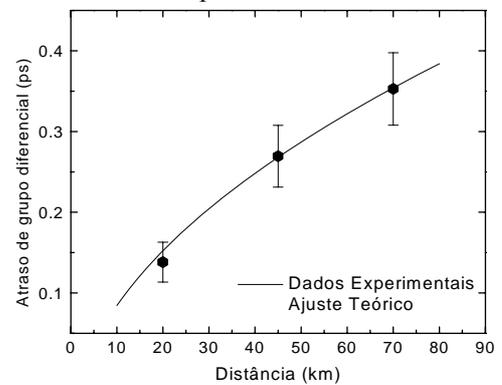


Figura 6 – Atraso de grupo diferencial em função da distância de propagação.

Em sistemas de comunicação longos a degradação do sinal devido à polarização não ocorre exclusivamente na fibra, podendo ocorrer noutros componentes, cujo ganho ou perdas sejam dependentes da [9].

Várias estratégias para reduzir o efeito da PMD tem sido sugeridas, tais como a redução da PMD intrínseca da fibra, ou a utilização de equalizadores do atraso de grupo diferencial no domínio óptico ou no domínio eléctrico [11].

Este trabalho limitou-se a discussão do efeito linear óptico da birrefringência, não se considerando os efeitos não lineares da polarização. Também não se considerou o efeito da birrefringência intrínseca da Sílica por esta apresentar um valor muito reduzido quando comparado com os valores da birrefringência extrínseca.

#### IV. CONCLUSÕES

Descreveu-se o efeito da birrefringência em fibras ópticas monomodo.

Utilizou-se um método híbrido entre o da esfera de Poincaré e o do analisador fixo para determinar o atraso

de grupo diferencial devido ao modo de polarização do sinal em vários troços de fibra.

Os valores medidos do atraso de grupo diferencial para três distâncias de propagação confirmaram a sua variação com a raiz quadrada da distância de propagação. O coeficiente de PMD assim obtido encontra-se dentro do intervalo expectável de valores para o tipo de fibra utilizado.

ANEXO. ESFERA DE POINCARÉ

Para sinais ópticos parcialmente polarizados é difícil realizar a medição do campo eléctrico associado, tendo sido desenvolvidas varias técnicas para expressarem a polarização em função da potência óptica, utilizando-se para o efeito o vector de Stokes [7]. O vector de Stokes é multi-dimensional, e os seus elementos descrevem a potência óptica de um sinal segundo determinados estados de polarização de referência, tendo a seguinte forma [11]:

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

Os parâmetros de Stokes ( $S_0, S_1, S_2, S_3$ ) permitem representar univocamente o estado de polarização de um sinal e têm o seguinte significado em termos de potência óptica do sinal:

- $S_0$  = Potência total (polarizada e despolarizada)
- $S_1$  = Diferença entre a potência óptica que passa por um polarizador linear horizontal e a potência óptica que passa por um polarizador linear vertical.
- $S_2$  = Diferença entre a potência óptica que passa por um polarizador linear colocado segundo um angulo de + 45° e a potência óptica que passa por um polarizador linear colocado segundo um angulo de - 45°.
- $S_3$  = Diferença entre a potência óptica que passa por um polarizador circular direito e a potência óptica que passa por um polarizado circular esquerdo.

Os parâmetros de Stokes normalizados são obtidos dividindo os parâmetros  $S_1, S_2, S_3$  pelo parâmetro  $S_0$  e que podem ser relacionados com o campo eléctrico do sinal óptico pelas seguintes expressões [8]:

$$\frac{S_1}{S_0} = \frac{|E_x|^2 - |E_y|^2}{|E_x|^2 + |E_y|^2} \tag{A.2}$$

$$\frac{S_2}{S_0} = \frac{2 \cdot \text{Re}[E_x \cdot E_y^*]}{|E_x|^2 + |E_y|^2} \tag{A.3}$$

$$\frac{S_3}{S_0} = \frac{2 \cdot \text{Im}[E_x \cdot E_y^*]}{|E_x|^2 + |E_y|^2} \tag{A.4}$$

onde  $E_x$  é o campo eléctrico segundo uma direcção horizontal e  $E_y$  é o campo eléctrico segundo uma direcção

vertical. Im, Re e \* denotam a componente imaginária, componente real e o conjugado, respectivamente.

Estes parâmetros normalizados podem ser associados a um sistema de coordenadas cartesianas. Na figura A.1 encontra-se o esquema de uma esfera de Poincaré onde estão representados os parâmetros de Stokes normalizados.

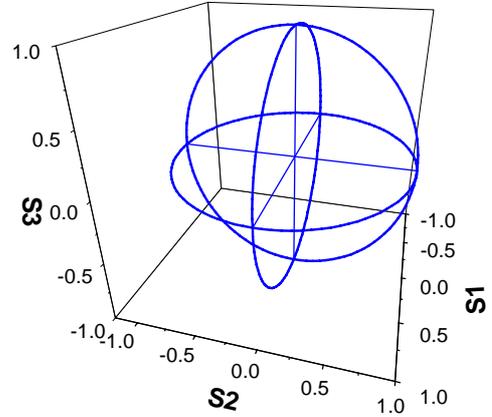


Figura A.1 – Esfera de Poincaré

Os estados circulares de polarização ocupam os pólos da esfera, no polo norte a polarização circular direita ( $S_3 = 1$ ) e no polo sul a polarização circular esquerda ( $S_3 = -1$ ). Os estados elípticos esquerdos e direitos distribuem-se continuamente pelos hemisférios sul e norte. Sobre o equador encontram-se representados os estados de polarização lineares, desde o estado horizontal ( $S_1 = 1$ ) até ao estado vertical ( $S_1 = -1$ ).

REFERÊNCIAS

- [1] C. D. Poole, R. W. Tkach, A. R. Chraplyvy, D. A. Fishman, "Fading in Lightwave Systems Due to Polarization-Mode Dispersion", IEEE Photonics Technology Letters, vol. 3, n. 1, pp. 68-70, 1991.
- [2] Ivan P. Kaminov, Thomas L. Koch ed., "Optical Fiber Telecommunications IIIA", Academic Press, Londres, 1997.
- [3] W. Eickhoff, Y. Yen, R. Ulrich, "Wavelength dependence of birefringence in single mode fiber", Applied Optics, vol. 20, n.19, pp. 3428-3435, 1981.
- [4] C. D. Poole, "Statistical treatment of polarization dispersion in single-mode fibers", Optics Letters, vol. 13, n. 8, pp. 687-689, 1988.
- [5] C. D. Poole, R. E. Wagner, "Phenomenological approach to polarization dispersion in long single-mode fibres", Electronics Letters, vol. 22, n. 19, pp1029-1030, 1986.
- [6] G. J. Foschini, C. D. Poole 519, "Statistical Theory of Polarization Dispersion in Single Mode Fibers", Journal of Lightwave Technology, vol. 9, n. 11, pp. 1439-1456, 1991.
- [7] Christian Hentschel, Joachim Vobis, Loren Stokes, Paul Hernday, Val McOmber, Douglas M. Barney, Wayne V. Sorin, Josef Beller, Christopher M. Miller, Stephen W. Hinch, "Fiber Optic Test and Measurement", Prentice Hall PTR, Nova Jersey, 1998.
- [8] Craig D. Poole, David L. Favin, "Polarization Mode Dispersion Measurements Based on Transmission Spectra Through a

- Polarizer", *Journal of Lightwave Technology*, vol. 12, n. 6, pp. 917-929, 1994.
- [9] A. E Amari, Nicolas Gisin, Beateryn, H. Zbinden, Christian W. Zimmer, "Statistical Prediction and Experimental Verification of Concatenations of Fiber Optic Components with Polarization Dependent Loss", *Journal of Lightwave Technology*, vol. 16, n. 3, pp. 332-339, 1998.
- [10] Henrik Sunnerud, Magnus Karlsson, Peter A. Andrekson, "Analytical Theory for PMD Compensation", *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 12, n. 1, pp. 50-52, 2000.
- [11] Eugene Hecht, "Óptica", Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1991

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro da Fundação para a Ciência e Tecnologia através do programa PRAXIS XXI (PRAXIS XXI/BD/17227/98).