Modelização da dispersão de um compensador dinâmico de dispersão cromática baseado em redes de Bragg de período variável gravadas em fibra óptica

B. Neto[1], M. J. N. Lima, A. L. J. Teixeira, R. N. Nogueira[1], J. L. Pinto[1], J. R. F da Rocha, P. André[1]

[1] Departamento de Física
Universidade de Aveiro, 3810-193 Aveiro

Resumo **– Reportamos um procedimento para a realização de uma compensação dinâmica da dispersão cromática. O compensador baseia-se em redes de Bragg de período variável gravadas em fibra óptica (CFBG), sendo que o controlo de um gradiente de temperatura aplicado na CFBG é usado para variar a sua dispersão. Apresentamos um modelo termodinâmico que nos permite inferir a temperatura local na CFBG e posteriormente a sua dispersão. Os resultados foram validados com dados experimentais**

Abstract *– We report a method to realize tunable chromatic dispersion compensation based on chirped fiber Bragg gratings (CFBG). The changes on the CFBG dispersion are achieved by controlling a temperature gradient applied to the grating. A thermodynamic model is presented, enabling us to simulate the temperature distribution along the grating length. Furthermore, a theoretical approach was developed to find the dispersion and the dispersion slope for several values of temperature gradients. The model results are in good agreement with the experimental data.*

I. INTRODUÇÃO

A dispersão cromática é um efeito linear que se traduz no alargamento temporal de impulsos que se propagam ao longo de uma fibra óptica, sendo por isso responsável pela degradação da qualidade da informação transportada. É de referir que este efeito é particularmente relevante quando se utilizam elevados ritmos de transmissão (acima de 10 Gbits/s), fomentando assim o desenvolvimento de dispositivos ópticos compensadores. A necessidade de compensação dinâmica é requerida sempre que são observadas alterações na dispersão cromática de um sistema de comunicações ópticas, devidas a perturbações ambientais como a temperatura [1], ou à reconfiguração de percursos ópticos.

De entre as várias possibilidades tecnológicas de compensar no domínio óptico a dispersão cromática, destacamos as redes de Bragg de período variável gravadas em fibra óptica (CFBG) pelas vantagens apresentadas, nomeadamente o baixo custo de implementação, as dimensões reduzidas e a elevada flexibilidade quando comparadas com outros métodos. A aplicação de gradientes de temperatura ao longo da CFBG pode ser utilizado como elemento de sintonia da dispersão. Neste artigo, procede-se ao estudo dos processos de transferências de calor envolvidos numa CFBG em que a temperatura nas suas extremidades é mantida constante mas cuja superfície lateral está em contacto com o exterior, com o intuito de obter uma distribuição espacial de temperatura e assim modelizar a dispersão do dispositivo.

Na secção II descrevem-se as CFBG, enfatizando as suas características espectrais e a dispersão. Na secção III é apresentado o dispositivo compensador, assim como, os modelos que permitem inferir a distribuição de temperatura e a dispersão. Na secção IV mostram-se resultados obtidos experimentalmente que são posteriormente comparados com resultados teóricos obtidos com o modelo aqui reportado. Finalmente, na secção V apresentam-se as conclusões finais do artigo.

II. REDES DE BRAGG GRAVADAS EM FIBRA ÓPTICA

As redes de Bragg gravadas em fibra óptica consistem numa modulação periódica do índice de refracção do núcleo da fibra, induzida por exposição a um padrão de luz ultravioleta. Quando se verifica a condição de ressonância, um máximo de reflectividade é observado para um determinado comprimento de onda (que satisfaz a condição de Bragg). O valor do comprimento de onda de Bragg fica estabelecido pelo índice de refracção efectivo da rede e pelo período espacial de modulação do índice [2]:

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda \qquad (1)$$

Numa rede de Bragg de período variável (CFBG), o período óptico $n_{eff}\Lambda$ não é constante ao longo do seu comprimento. Uma rede deste tipo obtém-se por variação

do índice de refracção efectivo com o comprimento $n_{eff}(z)$, ou por variação do período espacial da amplitude de modulação do índice $\Lambda(z)$, ou por variação simultânea de ambas as grandezas. Por razões técnicas é usualmente utilizada a modulação do período espacial da amplitude de modulação.

As CFBG com aperiodicidade linear revelaram elevado potencial na compensação da dispersão cromática uma vez que introduzem um atraso de grupo constante entre componentes espectrais igualmente espaçadas. É possível dimensionar fisicamente este tipo de rede por forma a obter um determinado valor de dispersão (simétrico daquele que apresenta a fibra óptica) e assim proceder a uma recompressão temporal do impulso óptico que sofreu um alargamento temporal na sua propagação.

A dispersão numa rede de Bragg cujo período óptico varia linearmente ao longo do seu comprimento é dada por:

$$D_{FBG} = \frac{2n_{eff}L}{c\Delta\lambda} \tag{2}$$

em que $\Delta\lambda$ é a largura espectral da rede e designa a diferença entre os comprimentos de onda de Bragg reflectidos no início e no fim da rede, L é o comprimento da rede e c é a velocidade de propagação da luz no vazio.

Uma variação linear do período espacial de modulação do índice, resulta numa largura espectral de:

$$\Delta\lambda = 2n_{eff}C_{\Lambda}L \tag{3}$$

onde C_Λ é o coeficiente de aperiodicidade da rede ($\Lambda=\Lambda 0+C_\Lambda z$). O sinal de C_Λ está relacionado com a monotonia do período óptico.

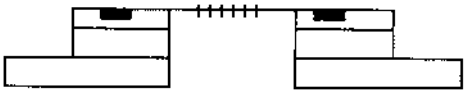
Para utilização na compensação da dispersão cromática das fibras SMF, o sinal óptico deverá entrar na rede pelo extremo onde o período espacial da amplitude de modulação do índice é maior, o que significa que C_Λ terá sinal negativo e consequentemente a dispersão da rede será também negativa.

III. ABORDAGEM CONPECTUAL – MONTAGEM EXPERIMENTAL

Para estudar a compensação dinâmica de dispersão cromática baseada em redes de Bragg, gravou-se uma rede CFBG numa fibra óptica padrão, previamente hidrogenizada, por forma a incrementar a sua fotossensibilidade. A gravação foi realizada utilizando o método da máscara de fase e um laser de iões de Árgon dobrado em frequência (244 nm). A rede gravada apresenta um comprimento de 2.35 cm e um coeficiente de aperiodicidade (C_A) de -0.6 nm/cm, estando o espectro de reflexão da mesma, centrado num comprimento de onda de 1546 nm.

A rede foi colocada entre dois suportes de latão espaçados de 3 cm, tal como se mostra na figura 1. Estes suportes encontram-se ligados a módulos termo-eléctricos (TEC), através dos quais se pode controlar a temperatura de cada um dos blocos. Embutidos nos blocos de latão estão colocados *termistors* que permitem controlar a temperatura efectiva nos blocos de latão, providenciando um sinal de realimentação para as fontes de controlo dos TEC. As temperaturas atingidas nos blocos variam entre 0 °C e 80 °C, funcionando os mesmos como reservatórios térmicos.

(a)



(b)

Figura 1- Dispositivo compensador de dispersão cromática. Fotografia (a) e esquema lateral (b) do dispositivo.

▭ - suporte de cobre, ▭ -TEC, ▬ - termístor.

A. Modelização dos processos de transferência de calor na CFBG

O dispositivo apresentado pode ser fisicamente modelizado como uma barra cilíndrica de vidro com as bases a temperaturas fixas, T_1 e T_2, mas cuja superfície lateral se encontra em contacto térmico com o exterior à temperatura T_{amb}. Ao longo da barra, há transferência de calor por condução devido ao gradiente de temperaturas estabelecido, mas também trocas com o exterior por convecção e radiação, uma vez que aquela não apresenta isolamento térmico ao longo da superfície lateral. A modelização apresentada pretende determinar a evolução temporal da temperatura local ao longo da fibra tendo em conta a difusão de calor e sem esquecer a ocorrência de mecanismos de trocas de calor com o exterior. A lei empírica que descreve a transferência de calor por condução é dada por [3]:

$$q = -K_{fibra}\frac{\partial T}{\partial x} \tag{4}$$

onde q designa a taxa de transferência de calor por unidade de área, K_{fibra} a condutividade térmica e dT/dx o gradiente de temperatura estabelecido na fibra ao longo do seu comprimento. Designando por ρ_{fibra} e c_{fibra} respectivamente a massa volúmica e o calor específico da

fibra, tem-se que a taxa de acumulação de energia interna no interior da fibra é dada por

$$\frac{\partial}{\partial t}\oint_{V}\rho_{fibra}c_{fibra}TdV \qquad (5)$$

Para que haja conservação da energia é necessário que esta taxa de acumulação seja simétrica do fluxo de q através da superfície da fibra, ou seja, que se verifique a condição seguinte:

$$\rho_{fibra}c_{fibra}\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=0 \qquad (6)$$

Por substituição de (5) em (6) obtém-se a equação de difusão do calor a uma dimensão.

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}=\frac{K_{fibra}}{\rho_{fibra}c_{fibra}}\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \qquad (7)$$

sendo que a fracção $K_{fibra}/\rho_{fibra}c_{fibra}$ designa a constante de difusão, D. Para a situação em estudo, deve dar-se atenção ao facto de que há fontes de calor em contacto com a fibra e também trocas com o exterior, tornando-se por isso necessário acrescentar no segundo termo da equação 7 uma função que represente essa consequente taxa local de variação de temperatura. Assim sendo, a equação de difusão do calor é modificada para a forma [4]:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}=D\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}+H(x,t) \qquad (8)$$

Onde H é uma função dada por:

$$H(x,t)=-h\left[T(x,t)-T_{amb}\right] \qquad (9)$$

A grandeza representada por h é designada de coeficiente de transferência de calor por convecção e radiação.

A obtenção de uma expressão analítica para o coeficiente de transferência de calor por convecção é de elevada complexidade uma vez que este depende da geometria do sistema, sendo geralmente obtido de forma empírica por recurso a análise dimensional e resultados experimentais [3]. Para a situação em estudo, tem-se que a potência transferida da fibra para o ar na sua envolvente por convecção livre é dada por [5]:

$$\frac{\partial q}{\partial t}=\left[T(x,t)-T_{amb}\right]\pi L_{fibra}K_{ar}Nu \qquad (10)$$

em que L_{fibra} e K_{ar} designam respectivamente o comprimento do segmento de fibra e a condutividade térmica do ar e Nu o número de Nusselt. O coeficiente de transferência de calor por convecção fica definido pela equação 11.

$$h_{con}=\frac{\pi L_{barra}K_{ar}Nu}{c_{barra}m} \qquad (11)$$

A derivação do coeficiente de transferência de calor para a radiação baseia-se na equação de Stefan-Boltzmann para um corpo cinzento, cujo enunciado matemático é dado pela expressão seguinte:

$$P_{rad}=\sigma Ae\left[T^4(x,t)-T_{amb}^4\right] \qquad (12)$$

sendo A a superfície radiativa, e a emissividade cujo valor está compreendido entre 0 e 1 e σ a constante de Stefan-Boltzmann. O termo entre parêntesis no segundo membro da equação 12 pode ser simplificado fazendo a sua expansão numa série de Taylor de primeira ordem de acordo com:

$$\left[T^4(x,t)-T_{amb}^4\right]\approx\sigma Ae\left.\frac{\partial T^4(x,t)}{\partial T}\right|_{Tamb}\left[T(x,t)-T_{amb}\right] \qquad (13)$$

A potência irradiada também se pode expressar de acordo com a equação:

$$P_{rad}=mc_{fibra}\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \qquad (14)$$

onde m representa a massa da barra.

A equação de Stefan-Boltzmann pode reescrita tendo em atenção as equações 12-14.

$$\frac{\partial T(x,t)}{dt}=\frac{4\sigma AeT_{amb}^3}{c_{barra}m}\left[T(x,t)-T_{amb}\right] \qquad (15)$$

A substituição da equação 15 em 7 permite encontrar o coeficiente de transferência de calor por radiação.

$$h_{rad}=\frac{4\sigma AeT_{amb}^3}{c_{barra}m} \qquad (16)$$

Tomando um valor de emissividade igual a 0,5, A como a superfície lateral de um cilindro com 3 cm de comprimento e 125 μm de diâmetro e o número de Nusselt dado pela aproximação de Kramer igual a 0,39 [5], tem-se que o coeficiente h vale 0.0197s^{-1}.

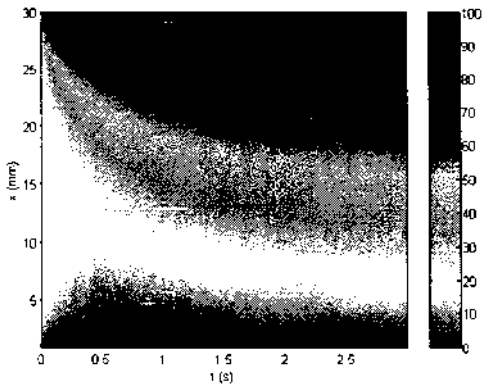


Figura 2- Evolução temporal da temperatura ao longo da barra para T_1=0ºC, T_2=100ºC e T_{amb}=25ºC

A equação de difusão do calor foi então implementada numericamente usando o método das diferenças finitas nas abordagens explícita, implícita e de Crank-Nicholson.

A figura 3 mostra a evolução da temperatura ao longo da fibra com o tempo, sendo possível a distinção entre uma fase transiente e outra estacionária alcançada por volta de 2,5 s. No estado estacionário os valores de temperatura com a posição ajustaram-se segundo uma função linear.

B. Modelização da dispersão

É possível ajustar de forma dinâmica o valor da dispersão na rede de Bragg introduzindo perturbações que se reflictam na largura espectral da rede. A aplicação de gradientes de temperatura em redes de Bragg gravadas em fibra óptica origina alterações espectrais devido à sensibilidade térmica da sílica. As alterações produzidas pelo efeito da temperatura, podem ser obtidas pela diferenciação da equação 1 em torno de uma temperatura de referência.

$$\lambda_B(x) = 2n_{eff}\Lambda(x)\{1+\alpha_n\Delta T(x)\}\{1+\alpha_\Lambda\Delta T(x)\} \quad (17)$$

onde $\Delta T(x)$ é a diferença de temperatura num dado ponto da CFBG e a temperatura de referência considerada igual a 25ºC (a temperatura à qual a CFBG foi gravada). α_n é o coeficiente termo-óptico considerado igual 8.3×10^{-6} ºC^{-1} para Sílica dopada com Germânio, sendo α_Λ o coeficiente de dilatação térmica, igual a 0.55×10^{-6} ºC^{-1}.

A expansão da equação 17 representa um polinómio de grau 3 que pode ser aproximado por outro do segundo grau, desprezando o produto $\alpha_\Lambda\alpha_n$ que é aproximadamente igual a 10^{-12} ºC^{-2}. Assim sendo, a posição local na CFBG onde uma dada componente espectral é reflectida é dada pela seguinte equação [6]:

$$x(\lambda) = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2a_0(\lambda)}}{2a_2} \quad (18)$$

onde os coeficientes a_1, a_2 and a_3 são dados por:

$$\begin{aligned} a_2 &= C_\Lambda(\alpha_n+\alpha_\Lambda)\left(\frac{T_2-T_1}{L}\right) \\ a_1 &= \Lambda_0(\alpha_n+\alpha_\Lambda)\left(\frac{T_2-T_1}{L}\right) + C_\Lambda + C_\Lambda(\alpha_n+\alpha_\Lambda)(T_1-T_{ref}) \\ a_0(\lambda) &= \Lambda_0\left[1+(\alpha_n+\alpha_\Lambda)(T_1-T_{ref})\right] - \frac{\lambda}{2n_{eff}} \end{aligned} \quad (19)$$

Tomando como referência a componente espectral reflectida em x=0, tem-se que o atraso de grupo se obtém a partir da equação 18 através de:

$$\tau(\lambda) = \frac{2n_{eff}}{c}x(\lambda) \quad (20)$$

Atendendo a que a dispersão se define como a taxa de variação do atraso de grupo com o comprimento de onda, é possível obter analiticamente a dispersão e a sua derivada fazendo a primeira e a segunda derivada da equação da equação 20.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Calculou-se a temperatura local na CFBG através da metodologia apresentada na secção anterior, realçando contudo que as suas extremidades não se encontram efectivamente em contacto térmico com os TEC mas sim afastadas de 3,25 mm. Tomou-se o espectro da reflectividade da CFBG à temperatura constante de 25ºC, de forma a obter a sua largura espectral (4.06 nm), tendo-se ajustado o valor do índice de refracção efectivo de modo a que todas as componentes do espectro sejam reflectidas numa posição na rede compreendida entre 0 e L. A implementação das equações 18, 20 e suas sucessivas derivadas permite a determinação da dispersão para uma dado par de temperaturas (T_1, T_2) nas suas extremidades.

Os resultados do modelo foram validados com dados experimentais obtidos através da caracterização do dispositivo compensador aqui apresentado. Os espectros da reflectividade e atraso de grupo foram obtidos pelo método de desvio de fase [7], sendo que a dispersão foi tomada como o declive de uma recta tangente ao gráfico do atraso de grupo. A figura 3 ilustra o espectro do atraso de grupo para valores de temperatura nos extremos iguais a (0, 60)ºC, (60, 0)ºC e (25, 25)ºC, sendo que a temperatura ambiente é constante e igual a 25ºC.

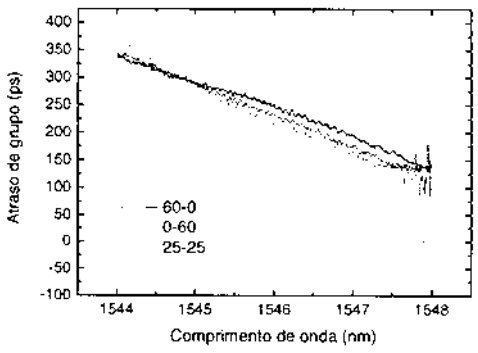


Figura 3. Espectros experimentais do atraso de grupo para temperaturas aos extremos respectivamente iguais (0, 60)ºC, (60, 0)ºC e (25, 25)ºC.

Os resultados obtidos para a dispersão usando os dois procedimentos encontram-se sumariados na tabela I.

Tabela I
Comparação entre os valores obtidos teoricamente e experimentalmente para a dispersão na CFBG.

T_1, T_2 (°C)	$D_{experimental}$ (ps/nm)	D_{modelo} (ps/nm)
0, 60	-49.81	-48.01
60, 0	-66.51	-65.99
25.25	-56.92	-56.00

V. CONCLUSÕES

Mostrou-se que a utilização de gradientes de temperatura em dispositivos compensadores baseados em redes de Bragg de período variável providencia dispersão dinamicamente reconfigurável. Para tal, modelizou-se a distribuição de temperatura ao longo de uma CFBG cujos extremos se encontram a temperaturas definidas e cuja superfície lateral está em contacto térmico com o exterior, tendo-se observado a existência de um estado transiente seguido de outro estacionário, sendo que neste a distribuição de temperatura é uma função linear da posição. A dispersão de uma CFBG nestas condições foi então modelada, e posteriormente validada com resultados experimentais.

REFERÊNCIAS

[1] A. Othonos, K. Kalli, "applications of Bragg Grattings in Communications," *Fiber Bragg gratings: fundamentals and applications in telecommunications and sensing*, Artech House, 1999.

[2] P. S. André, A. N. Pinto, Chromatic Dispersion Fluctuations in Optical Fibers Due to Temperature and Its Effects in High-Speed Optical Communication Systems, Optics Communications, 2004.

[3] M. Kaufman, Priciples of thermodynamics, Marcel Dekker, New York, 2002

[4] R. H. Landau; M. J. Páez, Computacional physics problem solving with computers, Wiley, New York, 1997

[5] F. Noppenberger, M. Still, H. Venzke, "Influence of humidity on hot wire measurements", Meas Sci Tecnology U. K., vol 7, pp1517-] modulation formats", submitted to Journal of high speed networks.

[6] Berta Neto, Luís M. Sá, R. N. Nogueira, João Lemos Pinto, M. J.N. Lima , F. Da Rocha , A. L. J. Teixeira, Paulo André , "Thermodynamic model of tunable chromatic dispersion compensator using chirped fiber Bragg grating" in Conftele 2005

[7] D. Derickson, Fiber Optic Test and Measurement, Prentice Hall PTR, New Jersey, 1998.