



## **A teoria das situações didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: Uma aplicação do Teorema de Pitot**

### **The theory of didactic situations in Math Olympics teaching: An application of the Pitot Theorem**

**Ana Paula Rodrigues Alves Santos**

Instituto Federal de educação Ciência e Tecnologia do estado do Ceará, Brasil  
anapaularasantos@gmail.com

**Francisco Régis Vieira Alves**

Instituto Federal de educação Ciência e Tecnologia do estado do Ceará, Brasil  
fregis@ifce.edu.br

#### **Resumo:**

Neste artigo, pretendemos apresentar um recorte parcial de uma pesquisa de mestrado, no qual se descreve especificamente, uma Situação Didática Olímpica (SDO) que é estruturada com o suporte do *software* Geogebra. Uma intervenção realizada de forma adequada pela exploração de softwares, permite aos estudantes ultrapassar entraves que eventualmente possam surgir na construção e aplicação de conceitos geométricos. De um modo particular, a SDO descrita propõe ao aluno a possibilidade de vivenciar o processo de aprendizagem sob o ponto de vista metodológico da Teoria das Situações Didáticas (TSD). A teoria das situações analisa e decompõe esse processo em quatro fases distintas e interligadas – ação, formulação, validação e institucionalização – nas quais o saber tem funções diferentes e o aprendiz não tem a mesma relação com o saber. Ademais, a análise dos elementos matemáticos e a identificação das suas propriedades, através da modelização da situação didática, permite os estudantes solucionar o problema proposto e validar o teorema de Pitot. Desse modo, a SDO representa uma alternativa para aulas direcionadas às olimpíadas de matemática, sua indicação e estruturação, descreve elementos atinentes à mediação didática durante o processo de ensino e aprendizagem, os quais enfatizam pormenores que detêm a possibilidade de controlar/prever as ações dos estudantes, assim como, proporcionar um sentido mais significativo para o estudo da geometria no contexto olímpico.

**Palavras-chave:** Olimpíadas de Matemática; Geogebra; Teoria das Situações; Teorema de Pitot.

#### **Abstract:**

In this article, we intend to present a partial cut of a master's research, in which we describe specifically, an Olympic Educational Situation (SDO) that is structured with the support of Geogebra software. An intervention carried out adequately by the exploitation of software, allows students to overcome obstacles that may arise in the construction and application of geometric concepts. In a particular way, the described SDO proposes to the student the possibility of experiencing the process of learning from the methodological point of view of Theory of Educational Situations (TSD). The theory of situations analyzes and decomposes this process into four distinct and interconnected



phases - action, formulation, validation and institutionalization - in which the knowledge has different functions with no relation to the learner. In addition, the analysis of the mathematical elements and the identification of their properties, through the modeling of the didactic situation, allows the students to solve the proposed problem and to validate the Pitot theorem. Thus, SDO represents an alternative to classes directed to the Math Olympics, their indication and structuring, describes elements related to didactic mediation during the teaching and learning process, which emphasize details that hold the possibility to control/predict the actions of students, as well as provide a more meaningful motivation for the study of geometry in the Olympic context.

**Keywords:** Math Olympics; Geogebra; Theory of Situations; Pitot Theorem.

## Resumen:

En este artículo, se pretende presentar un recorte parcial de una investigación de maestría, en el que se describe específicamente, una Situación Didáctica Olímpica (SDO) que está estructurada con el soporte del software Geogebra. Una intervención realizada de forma adecuada por la explotación de software, permite a los estudiantes superar obstáculos que eventualmente puedan surgir en la construcción y aplicación de conceptos geométricos. De un modo particular, la SDO descrita propone al alumno la posibilidad de vivenciar el proceso de aprendizaje desde el punto de vista metodológico de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). La teoría de las situaciones analiza y descompone este proceso en cuatro fases distintas e interconectadas-acción, formulación, validación e institucionalización- en las cuales el saber tiene funciones diferentes y el aprendiz no tiene la misma relación con el saber. Además, el análisis de los elementos matemáticos y la identificación de sus propiedades, a través de la modelización de la situación didáctica, permite a los estudiantes solucionar el problema propuesto y validar el teorema de Pitot. De este modo, SDO representa una alternativa para las clases dirigidas a las olimpiadas de matemáticas, su indicación y estructuración, describe elementos relativos la mediación didáctica durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, que enfatizan detalles que poseen la posibilidad de controlar / prever las acciones estudiantes, así como, proporcionar un sentido más significativo para el estudio de la geometría en el contexto olímpico.

**Palabras clave:** Olimpiadas de Matemáticas; Geogebra; Teoría de las Situaciones; Teorema de Pitot.

## Introdução

A divulgação e o empenho de alunos e professores em relação às olimpíadas de Matemática estão cada vez mais presentes dentro das escolas brasileiras. Observa-se uma crescente participação dos estudantes nas competições nacionais, regionais e internacionais a cada ano. Isso ocorre porque essas competições tratam de problemas que requerem do estudante imaginação e raciocínio, e não só os conhecimentos prévios e pré-estabelecidos (Bragança, 2013, p. 15). Diferentemente da maioria dos exercícios propostos em livros didáticos que exigem mecanização de pensamento, os problemas olímpicos exigem elaboração, experimentação e validação de conjecturas que auxiliam os estudantes na resolução do problema proposto.

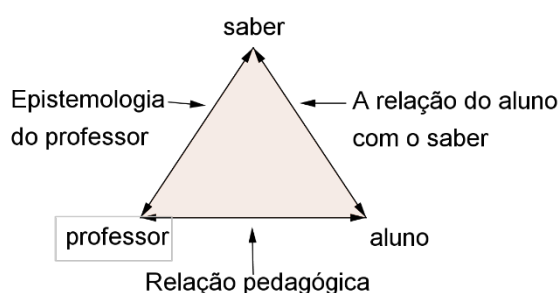


Ademais, este crescente interesse pelas olimpíadas de matemática advém dessas competições promoverem um meio de divulgação entre as escolas quando têm seus alunos premiados (Badaró, 2015. p.10). Assim como, também podemos destacar que as escolas que participam nas olimpíadas de matemática, disponibilizam aos estudantes e aos professores uma coleção de problemas estimulantes e desafiadores (Pinheiro, 2013. Carvalho, 2013). Vale ressaltar que as olimpíadas de matemática a que este artigo faz referência são, a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) e a Olimpíada Brasileira das escolas públicas (OBMEP) que este ano de 2017 se fundiram em apenas uma olimpíada, na qual participam tanto os alunos das escolas públicas como alunos das escolas privadas. Diante desse cenário, este artigo propõe uma alternativa construída para trabalhar com turmas olímpicas compostas por alunos do Nível 2 (8.º e/ou 9.º anos), apresenta-se uma situação didática olímpica, na qual se utiliza como metodologia de ensino a teoria das situações didáticas (TSD) de Brousseau. A TSD foi desenvolvida por Guy Brousseau (1986), pesquisador francês da Universidade de Bordeaux. Essa metodologia de ensino busca criar um modelo de interação entre o aprendiz, o saber e o *milieu* (ou meio) no qual a aprendizagem deve acontecer. Ademais, a proposta deste trabalho é apresentar uma situação olímpica, na qual o aprendiz tem a oportunidade de vivenciar as quatro fases da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização) modelada pelo software Geogebra. As próximas seções do artigo apresentam o percurso da pesquisa, desde o seu planejamento até à sua aplicação.

## Contextualização Teórica

De um modo específico, a teoria das situações didáticas busca construir um modelo que demarque a interação entre o estudante, o saber e o *milieu* no qual o processo de aprendizagem se realizará. A TSD permite-nos modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos (Almouloud, 2007, p. 31). Portanto, o intuito de Brousseau é caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo à modificação de um conjunto de ações dos alunos. Essa modificação é caracterizada pela assimilação de um determinado conjunto de conhecimentos, da ocorrência de uma aprendizagem significativa (Almouloud, 2007, p. 32).

O objeto central nessa teoria é a situação didática, através da qual identificamos as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber (Figura 1), é fundamental teorizar os fenômenos ligados a essas interações, mediadas pelo saber nas situações de ensino.



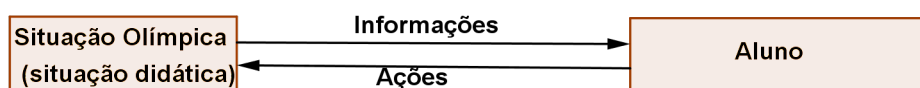
**Figura 1 – Triângulo didático**  
Fonte: Almouloud (2007 p. 32)

Segundo Almouloud (2007), a teoria das situações apoia-se em três hipóteses, as quais esclarecemos a seguir:

- O aluno aprende adaptando-se a um *milieu* que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio. Esse conhecimento, fruto da adaptação dos alunos, manifesta-se pelas novas descobertas, que são a prova da aprendizagem.
- O professor deve criar e organizar um *milieu* que seja suficiente para desenvolver situações suscetíveis de promover uma aprendizagem mais significativa.
- O *milieu* juntamente com as situações didáticas devem engajar os conhecimentos matemáticos envolvidos durante o processo de ensino e aprendizagem.

Para analisar o processo de aprendizagem, a TSD divide-se em quatro fases distintas e interligadas, nas quais o saber tem funções diferentes e o aluno não tem a mesma relação com o saber. A essas fases chamamos de dialética de ação, de formulação, de validação e de institucionalização.

**Dialética de ação:** Consiste em colocar os alunos numa situação de ação, ou seja, o professor coloca um problema para os alunos cuja melhor solução é o conhecimento a ensinar. Assim os alunos podem agir sobre essa situação, obtendo *feedback* sobre a sua ação (Almouloud, 2007, p. 37). A figura 2 mostra as relações da dialética de ação.

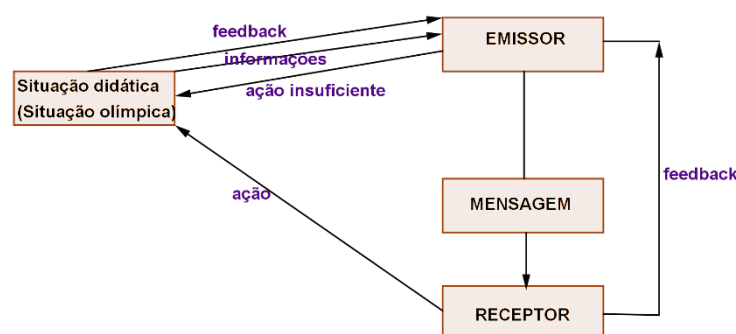


**Figura 2 – Dialética de ação**  
Fonte: adaptação (Almouloud, 2007, p.37)



A situação de ação deve permitir ao aluno julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo, conforme a retroação do *milieu*. Consequentemente, o aluno pode aprimorar ou abandonar seu modelo para criar um outro: caracteriza-se uma aprendizagem por adaptação. Este pormenor faz referência à epistemologia construtivista de Piaget, segundo a qual a aprendizagem decorre de processos de adaptação, desenvolvidos pelo sujeito diante de situações problemas (Almouloud, 2007, p. 32).

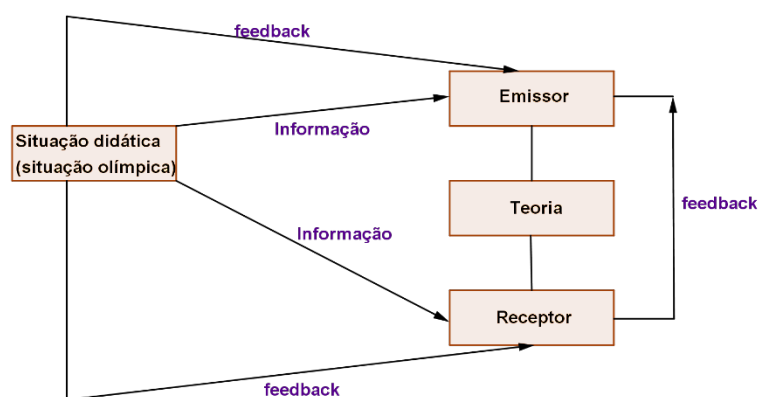
**Dialética de formulação:** Nesta fase o aluno troca informações com o professor ou com os colegas, que serão os emissores e receptores. Estas mensagens podem ser expressas oralmente ou por símbolos matemáticos. Segundo Almouloud (2007) essa dialética permite criar um modelo explícito com conhecimentos antigos ou novos, pode ser escrito ou oralmente. É nesse momento em que o aluno ou grupo de alunos explicita as ferramentas que utilizou e a solução encontrada. Portanto, o objetivo dessa fase é a troca de informações (Figura 3).



**Figura 3 – Dialética de formulação**  
Fonte: adaptação (Almouloud, 2007, p.38)

Segundo Brousseau (1986), a dialética de formulação, proporciona ao aluno condições para que construa uma linguagem compreensível por todos, que considere os objetos e as relações matemáticas envolvidas na situação didática.

**Dialética da validação:** O aluno deve mostrar a validade do modelo que criou, submetendo a mensagem matemática. Para Almouloud (2007), o emissor deve justificar a exatidão e a validade do seu modelo. O receptor, pode pedir mais explicações ou refutar as suas estratégias e possíveis soluções, justificando a sua refutação. Sendo assim, a TSD funciona nos debates entre alunos, como *milieu* de estabelecer provas ou refutá-las (Figura 4).



**Figura 4 – Dialética da validação**  
Fonte: adaptação (Almouloud, 2007, p.39)

**Dialética da institucionalização:** Nessa fase o professor deve fixar convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber. Segundo Almouloud (2007), o novo conhecimento vai fazer parte do património matemático da turma. Depois da institucionalização, feita pelo professor, o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo nos seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para utilização na resolução de problemas matemáticos. Vale ressaltar, que é o aluno que tem a responsabilidade (contrato didático) de administrar sua relação com o saber nas fases anteriores, estando o professor responsável pela fase de institucionalização. Ele deve determinar a maneira e o conteúdo do saber para o qual ele quer dar um estatuto oficial.

Brousseau destaca a importância do papel das quatro fases, como podemos verificar a seguir:

*A dialética da ação, da formulação, de validação e institucionalização parecem constituir etapas razoáveis para a construção do conhecimento. Estas etapas são frequentemente observadas na génese histórica das noções do conhecimento matemático. Parece opor-se à ordem inversa em que o conhecimento é primeiro reorganizado em discurso transmissível de acordo com o destinatário e só depois é “aplicado” a situações pessoais e “convertido” em decisões (Brousseau, 1997)*

A realização das quatro fases da TSD envolve a modelização de situações didáticas que por intermédio de alguns pressupostos assumidos, deve concorrer para a aprendizagem dos estudantes, através da adaptação e assimilação de novos conhecimentos (Brousseau, 2011 p.5)

Destacamos uma noção concebida e descrita assumindo alguns pressupostos da TSD, mas situados especificamente no contexto de situações problemas referentes às Olimpíadas de Matemática. Essa concepção surgiu devido a problemas que são propostos em aulas olímpicas, explicitamente, desconsideram a aplicação de uma metodologia de ensino que, em consonância com seus objetivos, permitam modelizar as fases dialéticas (ação, formulação, validação e institucionalização). Assim como, também destacamos outro pormenor, em menor ou maior substância, que limita o público de estudantes, bem como adota uma perspectiva limitada ao



ensino, na medida que analisamos as características de abordagem da Matemática tratada durante as aulas olímpicas, pois são essencialmente por meio de situações direcionadas para um público menor de estudantes. Desse modo, verificamos ser relevante proporcionar uma transposição didática ou, de modo simplificado, as alterações e modificações substanciais de situações ou conjunto de situações olímpicas que permitam o alcance de um número maior de estudantes e, não apenas aqueles vistos como talentosos no estudo da matemática. Portanto, propomos a seguinte definição:

Situação Didática Olímpica (SDO): Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (compreendendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos de um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição e problemas ou um conjunto de problemas característicos das olimpíadas.

Por outro lado, com o intuito de descrever com precisão uma SDO, é necessário assumir alguns pressupostos e prever algumas concepções rotineiras no âmbito do ensino da Matemática. Sendo assim, recordamos o seguinte pormenor:

*Em todas as situações didáticas o professor possibilita ao estudante a construção do conhecimento passo a passo, assumindo uma postura de mediador, sem revelar ao estudante a ordem de executar cada passo. Assim, os estudantes têm a possibilidade de descodificar, compreender e identificar a mensagem escondida (novo conhecimento). Teoricamente, o professor deve passar a informação para o aluno de forma que ele produza a resposta. Sendo assim, o professor deve transmitir as informações necessárias para que isto aconteça (Brousseau, 1986 p. 793 – tradução nossa).*

A partir das considerações acima e, com o objetivo de envolver um maior número de alunos, assumiremos o seguinte pressuposto para a noção de SDO: O professor deverá promover um ambiente de aprendizagem, marcado pela discussão e debate científico de um grupo de estudantes, a partir da exploração de problemas tradicionalmente de Olimpíadas de Matemática. Apenas na fase de institucionalização, o novo saber que deve ser incorporado pela turma, envolvendo a comunicação explícita de que a natureza dos problemas discutidos é, de fato, de ordem especializada, competitiva e oriundos de Olimpíadas de Matemática. Assim, o professor poderá atuar no sentido de uma maior inclusão e suscitar a aproximação dos alunos com a Matemática.

## **Análise ambiental e teórica**

Primeiramente, propomos uma situação didática olímpica selecionada da 37ª olimpíada brasileira de matemática (OBM) – primeira fase – nível 2. Os alunos realizaram uma análise através da modelização do problema, utilizando o software Geogebra (Figura 1). A partir de então, os alunos foram instigados a encontrar uma estratégia para resolver a SDO. Assim como também, validar a solução para outras situações, com a utilização da linguagem matemática adequada para a validação do teorema de Pitot. O planejamento dessa SDO requer uma análise ambiental e teórica.





## Análise Ambiental

Propomos uma sequência didática que foi planeada mediante a previsão de entraves/obstáculos dos estudantes quando trabalham com conceitos geométricos, particularmente a geometria plana. O público alvo são alunos que estão a se preparar para a Olimpíada Brasileira de Matemática, nível 2 (8.º e/ou 9.º anos).

**Objectivo:** solucionar o problema proposto recordando o teorema de Pitot. Os alunos devem ter como **conhecimentos prévios:** a propriedade das retas tangentes a uma circunferência, o teorema de Pitágoras, resolução de equações do 2.º grau e produtos notáveis. Nesse momento, verifica-se quais os conhecimentos prévios dos alunos e estabelecemos o contrato didático. Segundo a Teoria das Situações Didáticas, o contrato didático enfatiza o desenvolvimento do trabalho do professor, a organização de estratégias metodológicas que possam ser pensadas durante a preparação de uma SDO, a postura que o professor deve assumir durante o processo de ensino e aprendizagem, que é a postura de mediador, ao observar as investigações dos estudantes, acompanhando-os durante a descoberta do novo saber, tornando-os mais investigativos, reflexivos, críticos, autônomos e colaborativos entre si.

O material necessário para a realização dessa sessão de ensino: lápis, caderno, projetor multimédia, computador e o Software GeoGebra versão 5.0. O software GeoGebra será utilizado como ferramenta didática ampliando a visão espacial do aluno no momento de elaborar conjecturas para solucionar o problema proposto.

## Sobre o Teorema de Pitot (TP)

O teorema de Pitot (TP) afirma que em um quadrilátero convexo circunscritível (i.e. um quadrilátero em que um círculo pode ser inscrito) o resultado da soma dos comprimentos dos lados opostos é o mesmo. Vale ressaltar que o teorema de Pitot faz referência a qualquer quadrilátero convexo circunscritível a uma circunferência.

O objetivo dessa seção não é demonstrar o teorema de Pitot (PT), visto que há vários trabalhos que abordam essa questão. Apresentaremos uma situação didática olímpica que permite ao aluno a construção do teorema de Pitot. Utilizando os seus conhecimentos prévios, tais como: segmentos tangentes traçados de um mesmo ponto exterior a uma circunferência são congruentes, teorema de Pitágoras e equações do 2.º grau. Utilizaremos como referência a modelização da SDO com o auxílio do software GeoGebra. O problema é determinar o valor do segmento  tangente ao semicírculo, consequentemente, recordar o TP. As seções seguintes tratam de um levantamento sobre o material didático que aborda o tema. A seguir descrevemos a construção da SDO proposta aos alunos.





## Análise em materiais didáticos

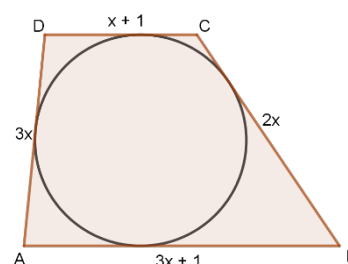
Nesta seção, evidenciaremos e identificaremos os elementos que se sobressaem a partir da proposta de abordagem de certos materiais tradicionalmente utilizados durante as aulas olímpicas, no que concerne o teorema de Pitot. Exemplificaremos a seguir, três categorias de problemas: (a) problemas que envolvem aplicação direta do teorema; (b) problemas que priorizam o raciocínio algébrico e (c) problemas que exigem demonstrações. Nosso primeiro exemplo é extraído de Dolce & Pompeo (2005). Nesse sentido, observamos que, na figura 5, o referido autor imprime ênfase à aplicação direta do teorema de Pitot.

Exemplo 1:

Determine o perímetro do quadrilátero ABCD, circunscritível, da figura.

$AB = 3x + 1$ ,  $BC = 2x$

$CD = x + 1$  e  $DA = 3x$



**Figura 5 – Exemplo abordado em Dolce & Pompeo (2005 p. 164)**

Sublinhamos que os autores Dolce & Pompeo, apresentam os problemas conforme o nível de dificuldade (Fácil, médio ou difícil). Sendo assim, os exemplos 2 e 3, enquadram-se na categoria (b), ilustrados através das figuras 6 e 7, respectivamente.

Exemplo 2:

A diferença de dois lados opostos de um quadrilátero circunscritível é igual a 8 cm e a diferença dos outros dois lados é 4 cm. Determine os lados do quadrilátero, sendo 56 cm a sua soma.

**Figura 6. Exemplo abordado em Dolce & Pompeo (2005 p. 165)**

No que concerne o exemplo 2, os alunos além de conhecerem e aplicarem o TP, devem ter conhecimentos algébricos – resolução de problemas com equações com duas variáveis – para solucionar o problema. Ademais, requer dos alunos interpretação e análise dos objetos matemáticos envolvidos no problema, visto que não há figuras que representem a situação, contrariamente ao que vemos no exemplo (3).



Exemplo 3:

Na figura ao lado, determine o perímetro do triângulo ADE, sabendo que o perímetro do triângulo ABC vale 10 cm, a base  $\overline{BC}$  mede 4 cm e que o círculo está inscrito no quadrilátero BCDE.

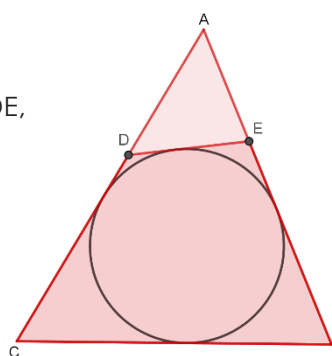


Figura 7 - Exemplo abordado em Dolce & Pompeo (2005 p. 166)

Muniz Neto (2012) prioriza problemas que se enquadram na categoria (c), como destacamos na figura 8. Assim como, propõe ao estudante, uma variedade de problemas provenientes das provas de olimpíadas internacionais.

Exemplo 4: Se um hexágono convexo  $A_1A_2A_3 \dots A_6$  é circunscritível, prove que

$$\overline{A_1A_2} + \overline{A_3A_4} + \overline{A_5A_6} = \overline{A_2A_3} + \overline{A_4A_5} + \overline{A_6A_1}$$

Figura 8. Exemplo abordado em Muniz Neto (2012 p. 151)

Recordamos, que o material do POTI (pólo olímpico de treinamento intensivo), na sua abordagem em relação ao teorema de Pitot, semelhantemente a Muniz Neto (2012), se enquadra na categoria c (Figura 9).

Exemplo 5: (Romênia - 1999) No quadrilátero convexo ABCD, as bissetrizes dos ângulos A e C encontram-se no ponto I. Mostre que ABCD é circunscritível se, e somente se,  $[AIB] + [CID] = [AID] + [BIC]$ , onde  $[XYX]$  denota a área do triângulo XY Z.

Figura 9. Material do POTI – disponível em <http://poti.impa.br/index.php/site/material>

Portanto, as abordagens descritas refletem a ausência de um elemento definidor para o estudo da matemática e que não pode ser desconsiderado. Referimo-nos a ausência de uma modelização de situações estruturadas para o ensino de olimpíadas de matemática, planejadas de maneira sistemática. Tais situações devem mobilizar os raciocínios e os conhecimentos matemáticos ao longo de uma sequência didática, que permita a sua replicação e reprodução para um grupo ampliado de estudantes. Portanto, tendo em vista esse objetivo, apresentaremos na próxima seção uma SDO balizada nos pressupostos das dialéticas (ação, formulação, validação e institucionalização) estabelecidas por Brousseau (1986).



## Metodologia e Resultados

Como mencionamos anteriormente, vivenciamos uma SDO que foi selecionada da 1.ª fase de provas da OBM de 2017. Na figura a seguir (Figura 10) trazemos o seu enunciado original e a partir do enunciado, descreveremos a SDO, a fim de estruturar as fases dialéticas de ação entre o professor e um grupo de alunos que atuam no âmbito das Olimpíadas de Matemática.

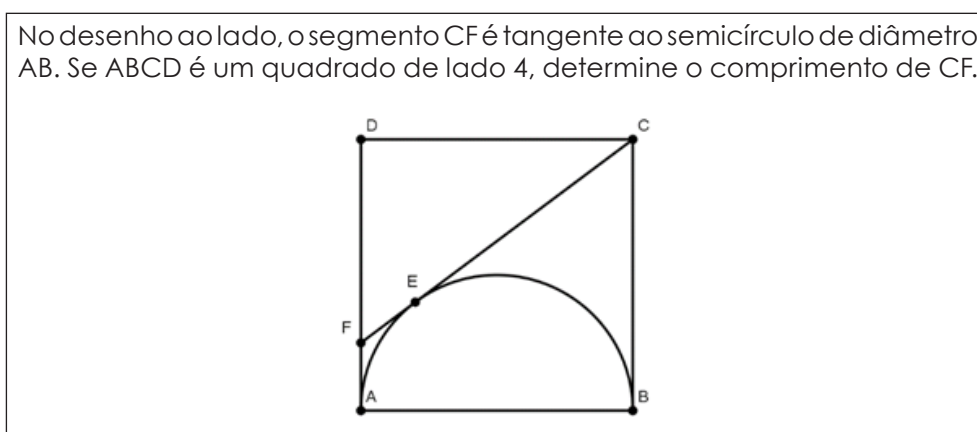


Figura 10. Problema abordado na prova da 1.ª fase da OBM (2015)

**Dialética da ação:** Primeiramente, o professor procurou adotar estratégias que pudessem suscitar o interesse e a participação dos estudantes. Na figura 1, nas aulas olímpicas comumente vivenciadas, os estudantes restringiam-se ao uso de papel e lápis, assim tentavam mobilizar os raciocínios matemáticos provenientes da leitura e da identificação de elementos matemáticos presentes na situação problema. Identificamos nesse momento, uma posição concomitante a de Brousseau que afirma

*Para que um sujeito escolha diretamente os estados do meio antagônico de acordo com suas próprias motivações. Se o meio reage com certa regularidade, o sujeito pode ser levado a antecipar essas reações e levá-las em consideração em suas próprias ações<sup>1</sup> (Brousseau, 1997 p.6, tradução nossa).*

Desse modo, o professor estimulou o debate científico entre os estudantes enfatizando que através de simulações realizadas com a exploração da construção obtida com o software GeoGebra, as relações existentes entre os elementos matemáticos são visualizadas (Figura 10).

Os estudantes ao realizarem as simulações através da modelização da SDO, explicitaram alguns questionamentos, pois observaram que sendo uma construção dinâmica (Figura 11), tinham a oportunidade de variar a medida do lado do quadrado, o que não acontece com a representação

<sup>1</sup> pour un sujet à choisir directement les états du milieu antagoniste en fonction de ses propres motivations. Si le milieu réagit avec une certaine régularité, le sujet peut être conduit à anticiper ces réactions et à en tenir compte dans ses propres actions (Brousseau, 1997 p.6).



feita apenas com lápis e papel. Os estudantes enfatizaram que ainda não tinham percebido como essa modelização da situação didática os auxiliaria na elaboração de estratégias.

Esse pormenor revela que os alunos estão limitados aos dados do problema, visualizados de forma estática. O professor explicou que são esses detalhes e essas relações que os alunos devem observar. Com a modelização da SDO e observando os movimentos (Figura 11), um dos alunos recordou uma propriedade existente entre as retas tangentes a uma circunferência, afirmando que as retas têm a mesma medida.

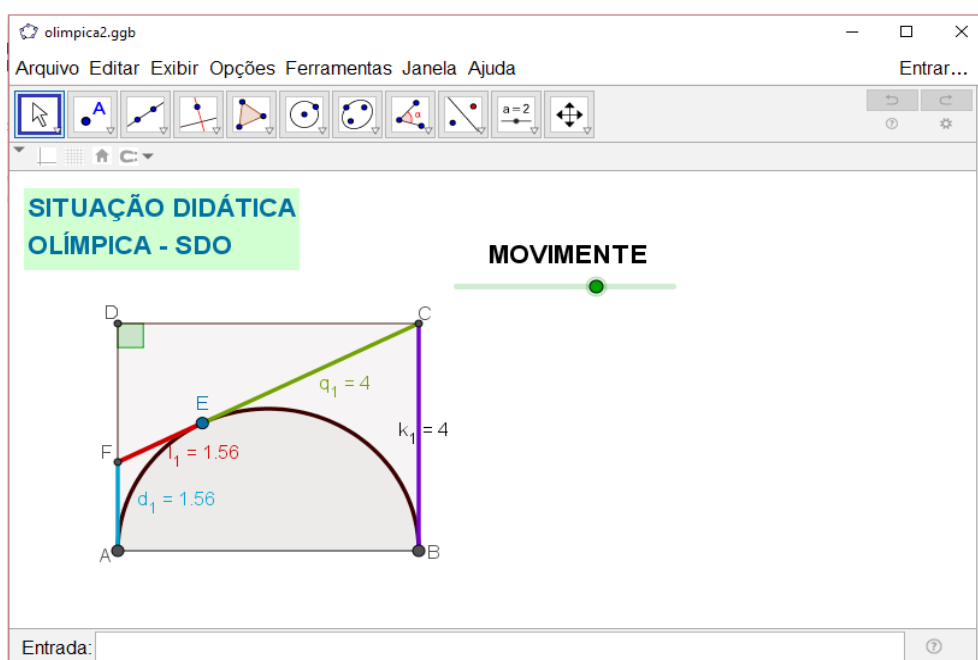
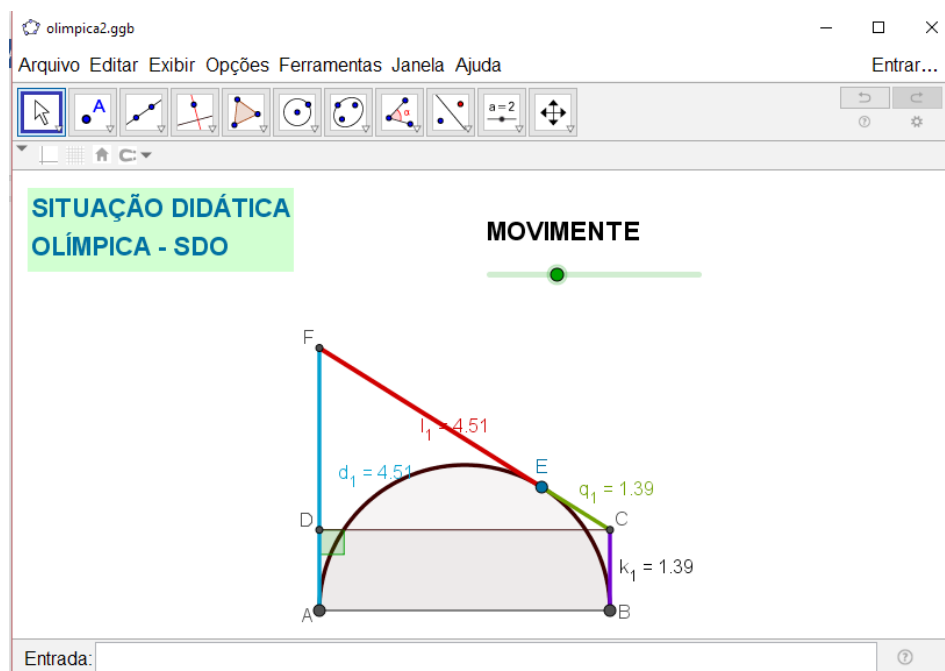


Figura 11. Representação do software GeoGebra empregadas na SDO

**Dialética da Formulação:** A partir das simulações realizadas com a figura acima, o professor sugere que os alunos registem as suas observações. Nesse momento, começam a elaborar conjecturas. Um aspecto importante é, a adoção pelo grupo de uma linguagem ou forma de representação homogênea que possibilite inferir as conclusões adequadas a fim de obter a solução para a SDO. Destacamos o ponto de vista de Brousseau (1997, p.15), quando observa que “os sujeitos (e as instituições) se adaptam às situações que enfrentam e a partir desse confronto produzem o conhecimento<sup>2</sup>. ”

Portanto, o professor estimulou os alunos na busca pela estratégia mais conveniente, relacionando as propriedades das retas tangentes e o lado do quadrado, elementos que podem ser visualizados com o software GeoGebra, de forma dinâmica com o deslocamento do ponto E (Figura 12).

<sup>2</sup> Les sujets (et les institutions) s'adaptent aux situations qu'ils rencontrent et fabriquent pour cela des connaissances et des savoirs (Brousseau, 1997 p.15),



**Figura 12. A visualização como componente fundamental na atividade do grupo de estudantes nas fases dialéticas de uma SDO.**

Os alunos concluíram que  $\overline{EC} = \overline{CB}$  e  $\overline{EF} = \overline{FA}$ . Se  $\overline{EC} = 4$ , então  $\overline{CB} = 4$  (justificaram ao visualizar na construção do GeoGebra). Logo, esse grupo de estudantes recordaram que dois segmentos de retas tangentes de um ponto exterior a um círculo têm comprimentos iguais. Uma das estratégias assumidas pelos alunos está representada na figura 13. Considerando  $x$  o comprimento do segmento  $\overline{FA}$ , como o segmento  $\overline{FC}$  é tangente ao semicírculo, segue que  $\overline{FE} = \overline{FA} = x$  e  $CE = CB = 4$ . Consequentemente,  $DF = 4 - x$  e  $FC = 4 + x$ . Aplicando o teorema de Pitágoras, obtém-se:  $(4 - x)^2 + 42 = (4 + x)^2$ . Neste momento, um dos alunos foi ao quadro explicar a estratégia encontrada desenvolvendo a equação anterior, encontrando  $x = 1$ . Logo,  $FC = 5$ .

Destacamos a estratégia de outro grupo de estudantes (Figura 14) que ao visualizarem os ângulos da construção no software GeoGebra, inferiram que o triângulo  $\triangle COF$  é retângulo. Então, utilizaram a relação métrica para um triângulo retângulo  $h^2 = m.n$  e, substituindo os valores  $h = 2$  e  $m = EC = 4$ , encontraram  $x = 1$ . Portanto,  $FC = 5$ .

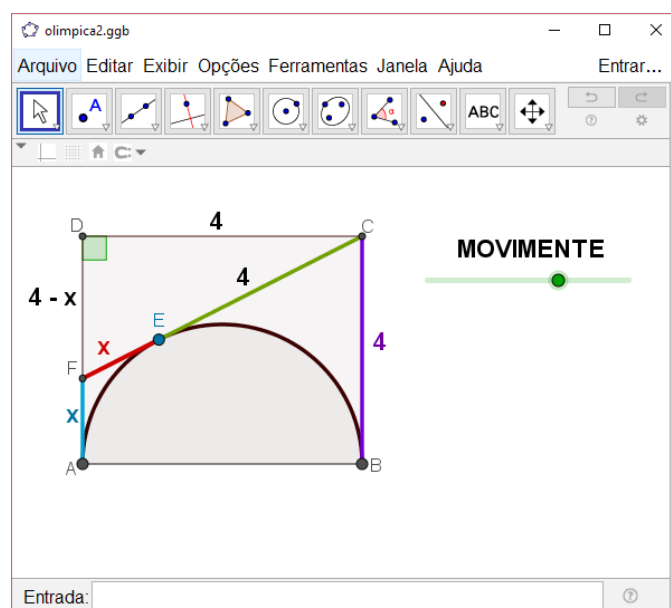


Figura 13. Estratégia assumida pelo grupo 1

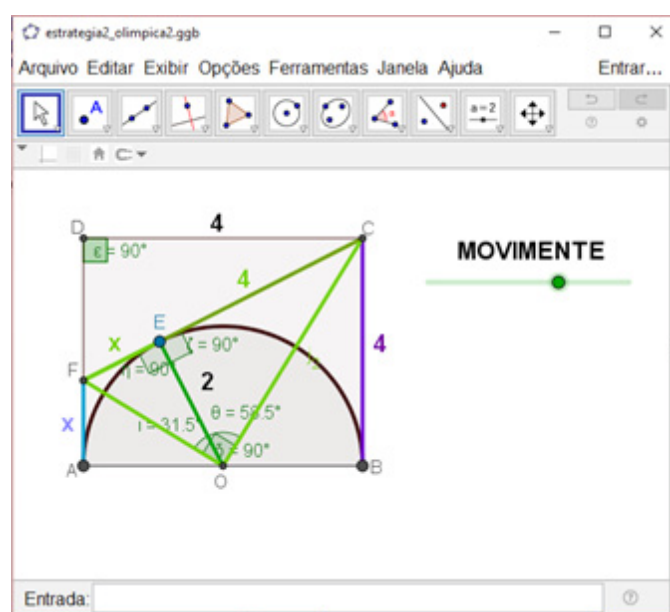




Figura 14. Estratégia assumida pelo grupo 2

**Dialética da validação:** Destacamos que “os saberes são os meios sociais e culturais de identificação, organização, validação e uso do conhecimento”<sup>3</sup> (Brousseau, 1997 p.8). Sendo assim, a partir do conhecimento que foi construído pelos estudantes, neste momento, suscitou a necessidade de provar e demonstrar as estratégias adotadas. Tais estratégias foram originadas da interação e exploração da construção geométrica que observamos nas figuras 13 e 14.

Ainda nesta fase, destacamos a validação realizada pelos alunos do teorema de Pitot, modelizada no software Geogebra (Figura 15 e 16).

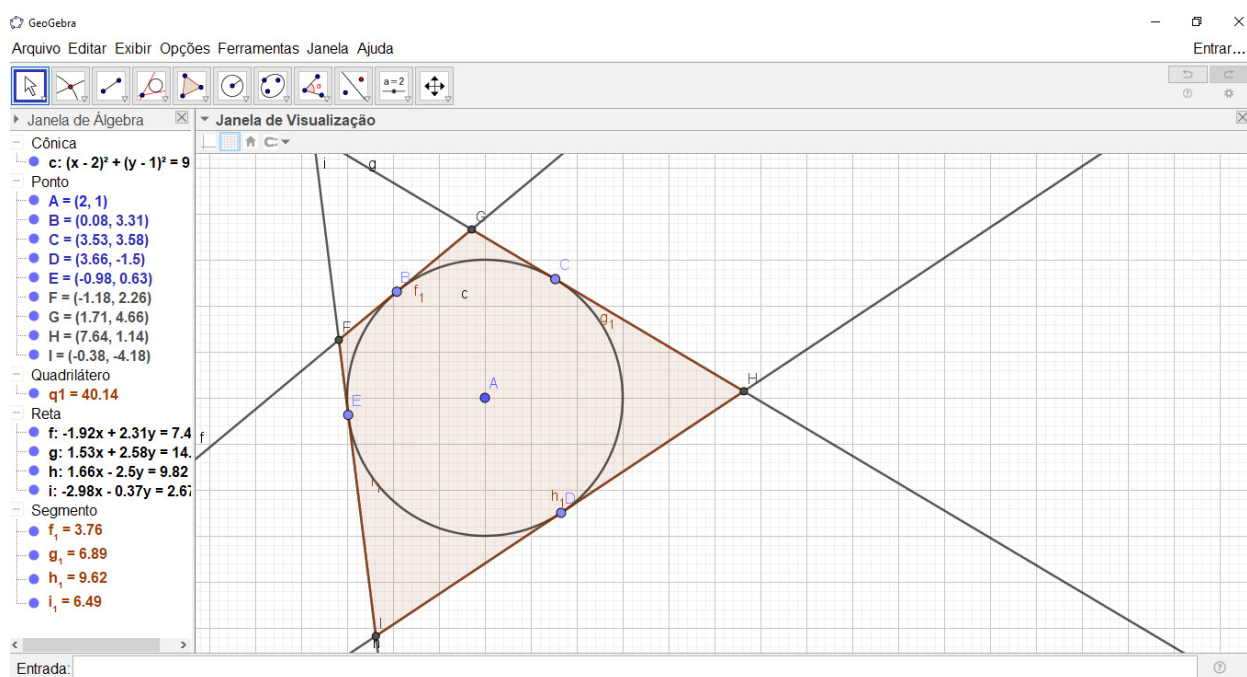


Figura 15 – Alunos verificaram a validade do teorema de Pitot (construção)

3 Les savoirs sont les moyens sociaux et culturels d'identification, d'organisation, de validation et d'emploi des connaissances (Brousseau, 1997 p.8).



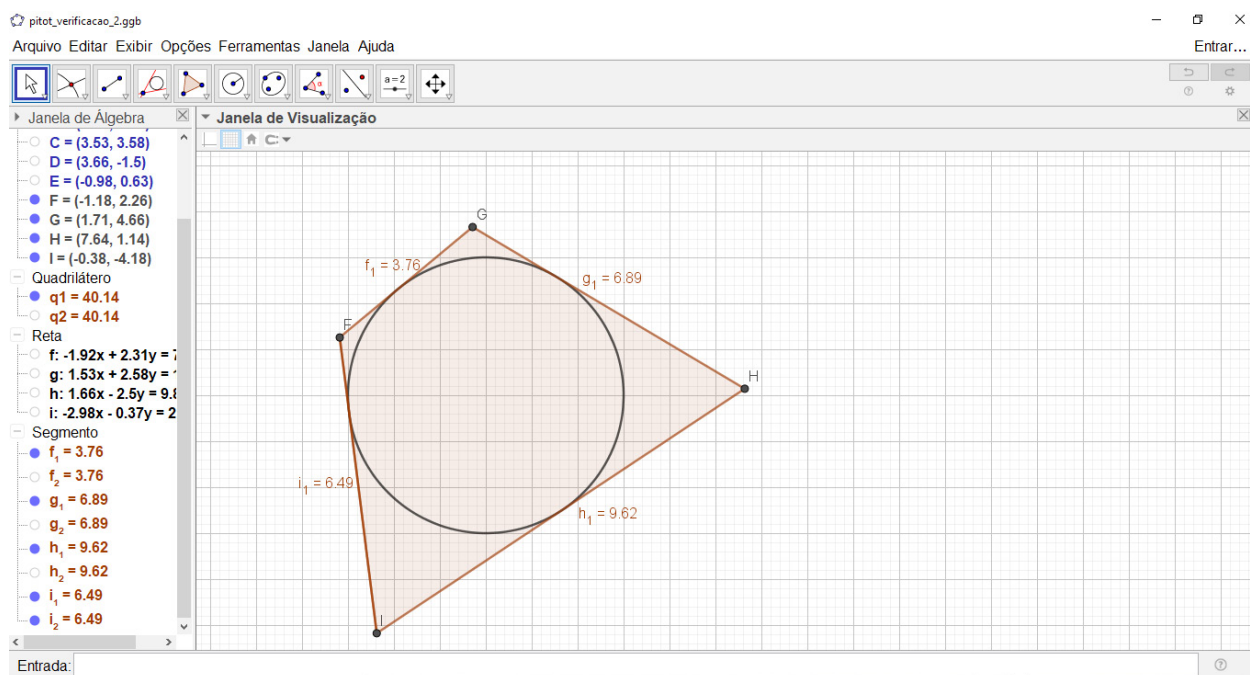


Figura 16 – Alunos verificaram a validade do teorema de Pitot

**Dialética da institucionalização:** Recordamos que Brousseau afirma que cada método particular de tratar uma noção matemática constitui o que chamamos de um design<sup>4</sup> (Brousseau, 1997 p. 17).

Desse modo, a exploração adequada de um software para o estudo da geometria, proporciona a possibilidade de obtermos uma variedade de estratégias que podem ser comprovadas ao analisarem os componentes matemáticos através da interatividade (Figura 13 e 14).

Finalmente, nesta fase o professor incorporou os novos conhecimentos matemáticos ao grupo de alunos que participou das quatro fases dialéticas de discussão e de construção de conhecimentos para a resolução da SDO. Destacamos que em se tratar de situações problemas referentes às olimpíadas de matemática e que reconhecidamente, atingem um menor número de estudantes, a partir da utilização da tecnologia, a contribuição de discussão do grupo de estudantes, permite uma maior proximidade dos raciocínios matemáticos na elaboração e validação de conjecturas.

4 Chaque manière organisée mais particulière de traiter une notion mathématique constitue ce que nous avons appelé une conception (Brousseau, 1997 p. 17).



## Conclusões

O ensino das olimpíadas de matemática reflete a ausência de um elemento definidor para o estudo da matemática e que não pode ser desconsiderado (Figuras 11 e 12), refere-se ao fato da modelização de problemas destinados às aulas olímpicas. Apresentamos uma SDO planeada de maneira sistemática, a ponto de, mobilizar os raciocínios e os conhecimentos matemáticos ao longo do processo de ensino e aprendizagem.

Nesse trabalho destacamos o fato de descrever uma modelização de situações estruturadas para o ensino de olimpíadas, com o intuito de assumir o controle dos significados matemáticos mobilizados ao longo das dialéticas da TSD. A situação didática (SDO) proposta foi realizada por uma turma de alunos, dividida em dois grupos, que cursam o nono ano do ensino fundamental II de uma escola privada, do estado do Ceará, Brasil.

O professor ao realizar uma transposição didática adequada através da utilização das tecnologias (software Geogebra – Figura 11) suscitou abordagens distintas entre os alunos (Figuras 13 e 14), como foi constatado durante a dialética da formulação. Verificámos que o emprego do software GeoGebra permitiu a exploração interativa de representações dos elementos geométricos, possibilitou aos alunos conjecturar, validar e demonstrar conclusões. Dessa forma, os alunos percorreram o mesmo caminho que o matemático vivencia ao realizar as suas investigações. Assim como, os estudantes perceberam que durante a resolução de um problema, podem surgir uma ou mais estratégias que podem levá-los a solução. Sublinhamos que a mediação adequada do professor, permite os alunos vislumbrar a estratégia mais conveniente.

Ademais, na dialética da validação os próprios alunos construíram a representação geométrica e verificaram o teorema de Pitot, relacionando elementos geométricos com os elementos algébricos – visualizados na janela de álgebra (Figura 15 e 16).

Portanto, esse artigo apresentou uma Situação Didática Olímpica, dentre algumas que estão sendo construídas e validadas pelo pesquisador, com o intuito de fomentar a compreensão dos conceitos geométricos na elaboração da solução de problemas, direcionando o ensino de olimpíadas não apenas para alunos reconhecidos como mais habilidosos no estudo da Matemática; Promovendo a socialização dos conhecimentos matemáticos, tornando os estudantes mais autônomos e colaborativos entre si.

## Referências

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Ed. UFPR.
- Alves, F.R.V. (2012). Insight: descrição e possibilidades de seu uso no ensino do cálculo. VIDYA, v. 32, n. 2, p.149-161, jul./dez., 2012 - Santa Maria, 2012.
- Alves, F.R.V. (2016a) Engenharia Didática para a generalização da sequência de Fibonacci: uma experiência num curso de licenciatura. *Educ. Matem. Pesq.*, v. 18, n. 1, pp. 61-93, São Paulo.
- Alves, F.R.V. (2016b) Didática de matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. *Interfaces da Educação*, v.7, n.21, p. 131-150, Paranaíba.



- Badaró, R. L. (2015). *Do zero às medalhas: orientações aos professores de cursos preparatórios para olimpíadas de matemática*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Universidade federal da Bahia (UFBA).
- Bragança, B. (2013). *Olimpíada de Matemática para a Matemática avançar*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Universidade Federal de Viçosa.
- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. (thèse d'État). Bourdeaux; Université Bourdeaux I.
- Brousseau, G. (1997). La théorie des situations didactiques. Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal.
- Brousseau, G. (2011). La théorie des situations didactiques en mathématiques. *Éducation. & Didactique*. v. 5, nº1, 1 – 6
- Carvalho, M. M. (2013). *Resolução de problemas matemáticos olímpicos: uma abordagem aritmética modular*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT). Universidade Federal do Vale do São Francisco.
- Duarte, A. R. S. & Galvão, M. E. L. (2014). Olimpíada paulista de matemática: quase quatro décadas de incentivo ao estudo da matemática. *Revue brésilienne de l'Histoire de Mathématiques*. v. 14, nº29, 129 – 143.
- Dolce, O.; Pompeo, J.N. (2008). *Fundamentos de Matemática Elementar*. Vol. 9: Geometria Plana. 7. Ed. São Paulo: Atual Editora, 2008.
- Igliori, S.B.C. (1999). A noção de Obstáculo Epistemológico e a Educação Matemática. In *Educação Matemática Uma Introdução*. Org. Silvia Machado. EDUC. São Paulo. 1999.
- Margolinas, C. & Drijvers, P. (2015). Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. *ZDM Mathematics*.
- Material do POTI – Pólo Olímpico de Treinamento Intensivo. Disponível em: <<http://poti.impa.br/index.php/site/material>> Acesso em: 17 de Julho de 2017.
- Muniz Neto, A. C. (2012). *Tópicos de Matemática Elementar*. Vol 2: Geometria Euclidiana Plana. 1. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012