nº especial

Tecnologias da Informação em Educação

O GeoGebra associado a conteúdos multimédia e a um sistema de avaliação online em Matemática

Rui Paiva
Escola Superior de Tecnologia e Gestão
Instituto Politécnico de Leiria
CMUP – Centro de Matemática da
Universidade do Porto
rui.paiva@ipleiria.pt
Milton Ferreira
Escola Superior de Tecnologia e Gestão
Instituto Politécnico de Leiria
CIDMA – Centro de Investigação e
Desenvolvimento em Matemática e Aplicações
milton.ferreira@ipleiria.pt

Resumo

Neste trabalho descrevemos a utilização do GeoGebra associado a conteúdos multimédia e a um sistema de treino e avaliação *online* para a Matemática, enquadrada no Projeto MITO – Módulos Interativos de Treino Online. Os módulos interativos construídos servem de apoio às unidades curriculares lecionadas no ensino presencial e a distância do Ensino Superior. A mesma estrutura pode ser adotada para a construção de módulos interativos de apoio ao ensino da Matemática nos ensinos básico e secundário.

Palavras-chave: Tecnologias de informação e comunicação; GeoGebra; interativo; multimédia.

Abstract

In this paper we describe the use of GeoGebra associated with multimedia content and a system of training and *online* assessment for Mathematics, framed in Project MITO - Interactive Online Training Modules. The interactive modules built serve

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

as support for the courses taught in classroom teaching and distance in Higher Education. The same structure can be adopted for the construction of interactive modules to support the teaching of mathematics in primary and secondary education.

Keywords: Information technology and communication; GeoGebra; interactive; multimedia.

Resumen

En este trabajo se describe el uso de GeoGebra asociado con contenidos multimedia y un sistema de formación y evaluación en línea de matemáticas, enmarcado en el Proyecto MITO - Módulos interactivos de formación en línea. Los módulos interactivos construidos se utilizan para apoyar las matemáticas de los cursos enseñados en la enseñanza presencial ya distancia en la Educación Superior. La misma estructura se puede adoptar para la construcción de módulos interactivos para apoyar la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria y secundaria.

Palabras-clave: Tecnologias de la información y la comunicación; GeoGebra; interactivo; multimedia.

Introdução

As Tecnologias de Informação e de Comunicação (TIC) assumiram nos últimos anos um papel de importância crescente no ensino da Matemática (Seppala et al, 2006). A exploração dos conceitos matemáticos de uma forma interativa e a maior facilidade e rapidez de acesso à informação contribuem para uma melhoria da qualidade do seu ensino e aprendizagem. No entanto, a sua utilização em sala de aula ou a distância deve satisfazer determinados requisitos. Para Jonassen (1996) a aprendizagem presencial ou a distância deve ser ativa, construtivista, reflexiva, colaborativa, intencional, complexa, contextual e coloquial. Assim, os estudantes devem ser envolvidos em atividades relevantes para que a aprendizagem seja ativa, integrando novas ideias aos conhecimentos anteriores de modo a favorecer a construção de significados. Devem ainda ser proporcionados momentos em que os estudantes tenham de refletir sobre as suas próprias experiências. Também é importante que os estudantes colaborem entre si ou se sintam parte de uma comunidade com interesses comuns para a partilha de conhecimentos e a interação serem possíveis. Finalmente, a aprendizagem deve ser intencional

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

e contextual, desafiando os estudantes a atingir determinados objetivos e a resolver problemas do mundo real. Segundo Jonassen (1996) estas características da aprendizagem e o uso da tecnologia no ensino estão inter-relacionadas e são interativas e interdependentes, isto é, as tecnologias devem ser selecionadas e usadas nos contextos de aprendizagem de forma a englobar a maioria destes critérios. A aprendizagem através da tecnologia deve por isso procurar incorporar estas características de modo a apoiar os estudantes na sua aprendizagem e ajudá-los a atingir os seus objetivos (Jonassen et al, 2008).

O Geogebra no ensino da Matemática

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica destinado a professores e estudantes de todos os níveis de ensino que conjuga diferentes tipos de representações: algébrica, geométrica, numérica e mais recentemente as representações simbólica e 3D. A sua utilização livre, nos termos da GNU *General Public Licence*, e utilização intuitiva tornou-o num dos mais populares *softwares* da sua categoria. Utilizado amplamente por professores e estudantes, desde o Ensino Básico ao Ensino Superior, o GeoGebra possibilita a construção e a manipulação dinâmica de objetos e pode contribuir para a criação de ambientes de aprendizagem motivadores que permitam ao estudante visualizar conceitos matemáticos, formular raciocínios e argumentos, desenvolver o espírito crítico e reconhecer a importância da demonstração matemática.

A utilização do GeoGebra no ensino da Matemática do Ensino Superior pode permitir uma rápida aquisição de conceitos e resultados para a sua aplicação em exercícios e problemas. Em unidades curriculares como Análise Matemática, Álgebra, Análise Numérica, Estatística, entre outras, as *applets* do GeoGebra podem integrar pormenores de nível matemático avançado. Por este motivo, reconhecemos grande utilidade na utilização de vídeos tutoriais de apoio às *applets*. No caso da aprendizagem a distância, a utilização de ferramentas de avaliação *online* pode contribuir para assegurar que o estudante faz o esforço necessário para a compreensão das informações integradas numa *applet* elaborada.

Prosseguimos com a descrição de um projeto de investigação e desenvolvimento do Instituto Politécnico de Leiria que foi criado com base nos fundamentos supramencionados, o projeto MITO.

nº especial

Tecnologias da Informação em Educação

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Projeto MITO

O MITO – Módulos Interativos de Treino *Online* (www.mito.ipleiria.pt) é um projeto de investigação do Instituto Politécnico de Leiria, desenvolvido por docentes do Departamento de Matemática da Escola Superior de Tecnologia e Gestão. Foi fundado no ano de 2010 com o objetivo de responder ao problema da crescente falta de bases de Matemática dos estudantes que ingressam no Ensino Superior.

Um módulo interativo do MITO é constituído por um livro interativo que apresenta os conceitos teóricos e práticos acompanhados com *applets* do GeoGebra e vídeos tutoriais, e por perguntas de treino e de avaliação com correção, feedback e resolução automáticas, apoiadas num sistema de álgebra computacional (CAS) (Paiva, 2011). Neste momento o MITO aloja na sua plataforma Moodle módulos interativos de Análise Matemática, Análise Numérica, Álgebra Linear e Geometria Analítica, Estatística e diversos capítulos dos ensinos básico e secundário. A Figura 1 apresenta parte de um livro interativo de Análise Matemática com uma *applet* do GeoGebra embutida.

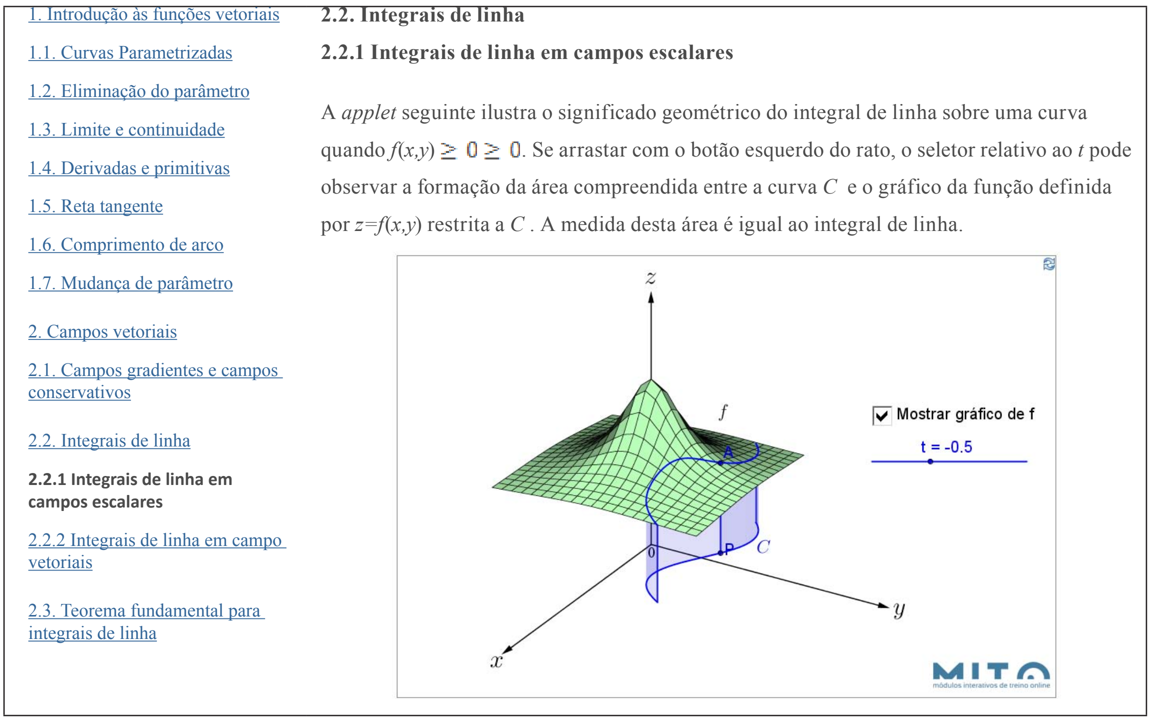


Figura 1: Livro interativo de funções vetoriais

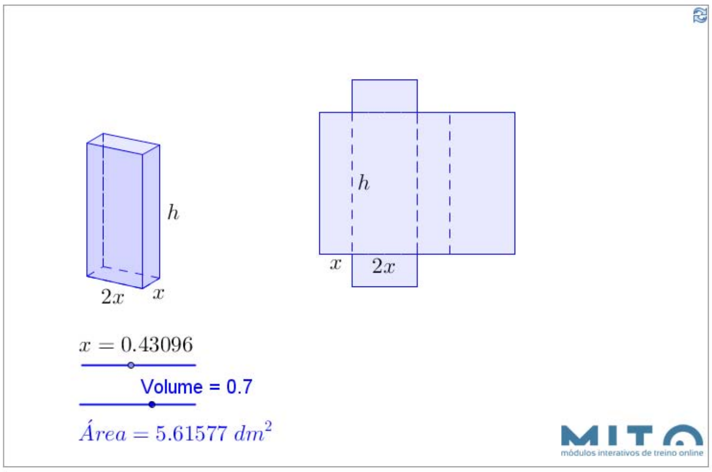
Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Os exercícios de treino e avaliação do MITO incluem vários tipos de exercícios. Reconhecemos particular interesse nos exercícios que associam o CAS com *applets* do GeoGebra e vídeos tutoriais que passamos a descrever. O estudante é confrontado com um problema dependente de parâmetros aleatórios gerados pelo CAS e com uma *applet*. O único modo de obter a resposta correta para introduzir num campo de resposta é através de uma interação cuidada com a *applet*. O vídeo tutorial pretende dar apoio na compreensão da *applet* ou complementar a aprendizagem. Na Figura 2 apresentamos um exemplo de um exercício deste tipo.

Exercício:

Pretendem-se construir embalagens metálicas para acondicionar um óleo, com a forma de paralelepípedo em que a base tem comprimento duplo da largura. Pretende-se ainda que tenham um volume de 0.65 dm^3.

Na *applet* seguinte pode arrastar os seletores relativos à largura x e ao volume de modo a fazer variar as figuras e observar que para um volume fixo é possível ter embalagens com áreas diferentes.



a) Exprima h em função de x. Resposta: h=

b) Com objetivo de minimizar o custo de produção das embalagens, pretende-se que tenham a menor área possível. Indique, recorrendo à *applet*, uma aproximação para o valor de x (arredondado às milésimas) que permite construir a embalagem com área mínima.

Resposta: x=

c) Indique o valor exato de x para o qual a área é mínima.

Resposta: x=

Nota: pode obter no vídeo (clicar) algum apoio na resolução do exercício e informações complementares.

Figura 2: Pergunta de interação com applet do MITO

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Pensamos que este tipo de exercícios promove a aprendizagem e permite ao estudante construir e organizar o seu próprio conhecimento, de forma cada vez mais elaborada. No ensino presencial as *applets* podem ser úteis para explicar conceitos teóricos (ver Figura 3), exemplificar um algoritmo ou um teorema (Figuras 3 e 4), mostrar a importância das condições suficientes e/ou necessárias de um teorema (Figura 4) ou facilitar a prova de um teorema. Os vídeos complementam a informação contida nos livros interativos através da explicação de conceitos teóricos, das *applets* ou de exercícios resolvidos. No estudo autónomo do estudante estas ferramentas são de extrema importância para a promoção da aprendizagem autónoma e para o ajudar a esclarecer dúvidas. De seguida apresentamos alguns exemplos de utilização de *applets* na unidade curricular de Análise Numérica.

Na Análise Numérica são desenvolvidos métodos numéricos para a aproximação de problemas cuja solução analítica não existe ou é muito difícil de determinar. Por exemplo, para a determinação das soluções de equações do tipo $f(x)=0$ existem diversos métodos numéricos para resolver o problema: bissecção, corda falsa, ponto fixo, secante e Newton-Raphson. A Figura 3 apresenta uma *applet* interativa que mostra o funcionamento do método da bissecção para uma função e um intervalo escolhidos pelo utilizador. Nesta *applet* fez-se a associação da folha gráfica do GeoGebra com a folha numérica para apresentar os cálculos de cada iteração numa tabela. Mudando a função ou o intervalo, a tabela, assim como as iterações, são atualizadas automaticamente. Deste modo, o utilizador pode experimentar diversas funções e intervalos para compreender o método da bisseção.

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

4. Método da bissecção

4.3. Para testar

Nesta *applet* pode modificar a função *f*, introduzindo no campo relativo a $f(x)$ a expressão analítica da função *f*. Pode depois introduzir o intervalo $[a,b]$ onde pretende aplicar o método da bissecção e arrastar o seletor das iterações para ver as iterações do método da bissecção. Note que a raiz deve existir e ser única no intervalo $[a,b]$.

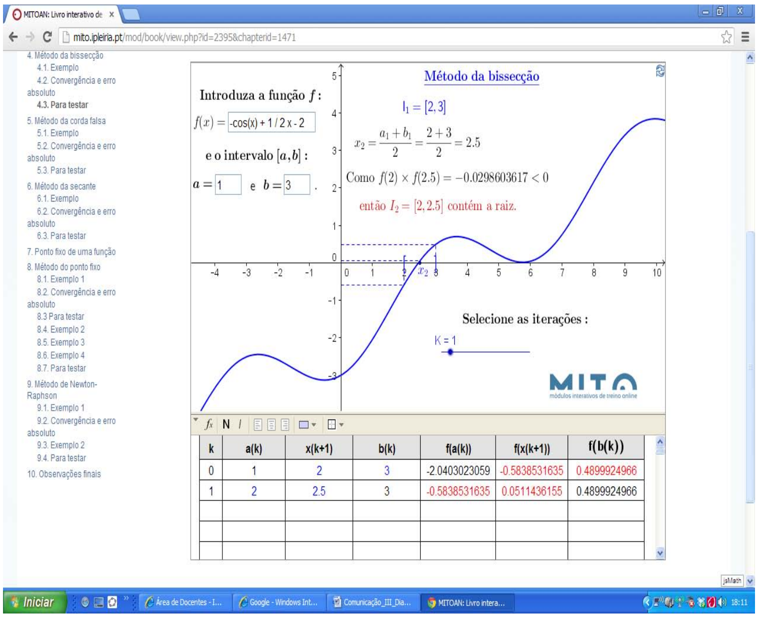


Figura 3: Método da bissecção (Livro Interativo de Equações Não Lineares).

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

Como segundo exemplo mostramos a associação de duas folhas gráficas do GeoGebra para estudar as duas condições de convergência do método do ponto fixo relativas à função iteradora g. Para determinar um intervalo de convergência do método do ponto fixo têm de se verificar duas condições:

$$g([a,b]) \subseteq [a,b] \;\; e \;\; |g'(x)| < 1, \forall x \in [a,b]$$

A utilização de duas folhas gráficas permite verificar simultaneamente as duas condições. Além disso, nesta *applet* o utilizador pode experimentar diferentes valores do intervalo [a,b] para concluir sobre a convergência/divergência do método do ponto fixo. A *applet* verifica se as condições em cima se verificam e dá uma resposta (Sim ou Não).

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

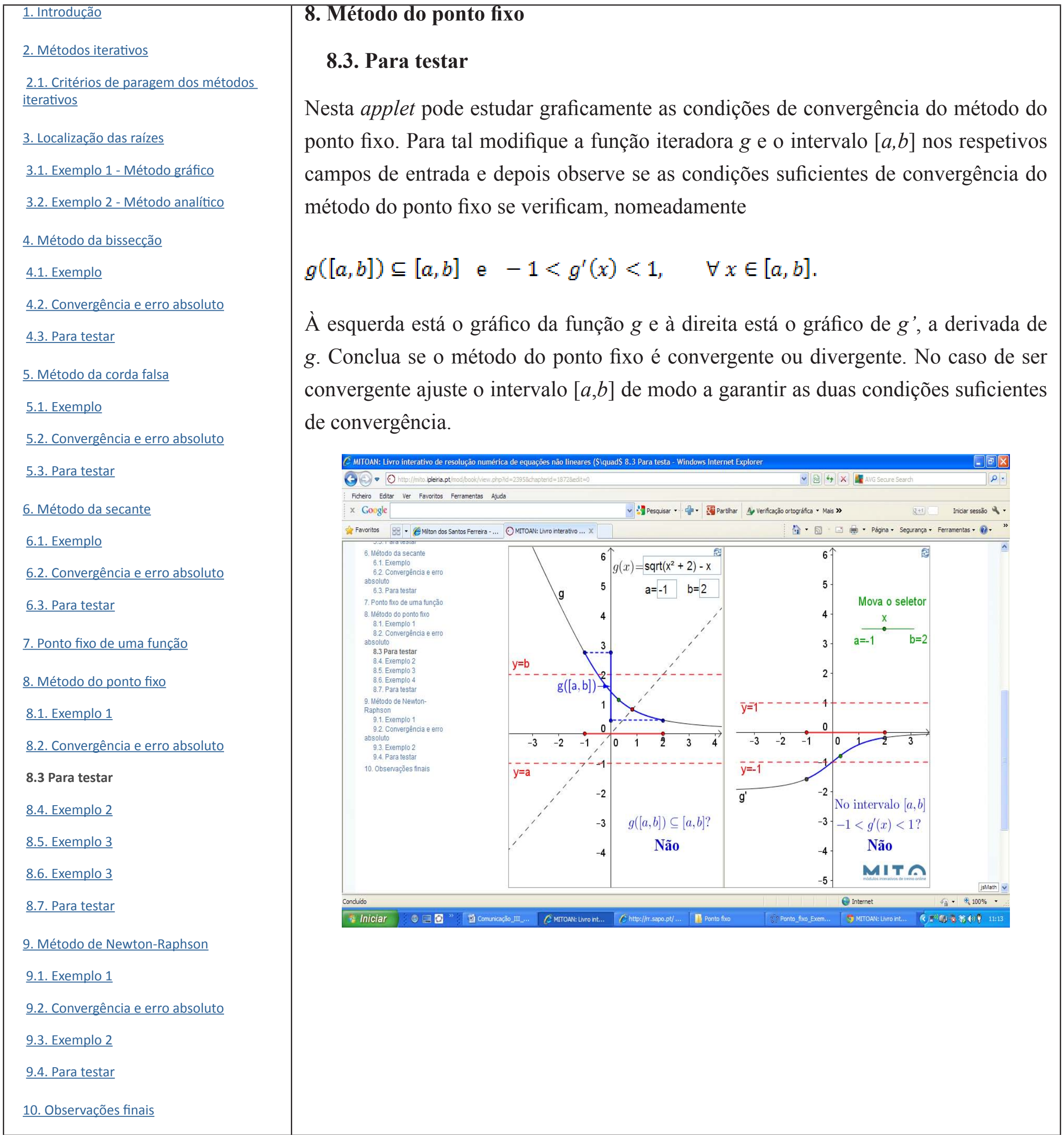


Figura 4: Estudo das condições de convergência do método iterativo do ponto fixo.

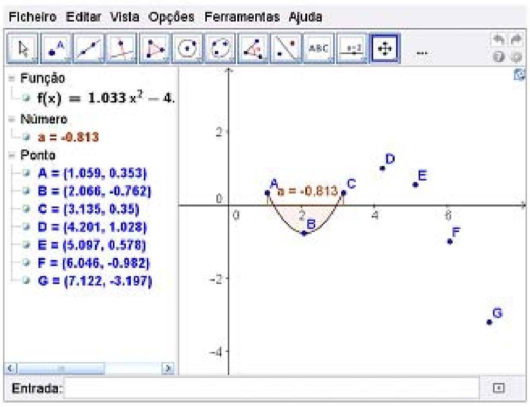
Na Figura 5 mostramos um exemplo de uma pergunta de análise numérica no tópico da integração numérica em que a *applet* depende de parâmetros

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

aleatórios. Deste modo, o estudante pode treinar um número elevado de versões da pergunta em que a *applet* apresentada e a resposta pretendida variam com os parâmetros. Para determinar a resposta do exercício, ou seja, o cálculo do integral usando a regra de Simpson adaptativa, o estudante tem obrigatoriamente que interagir com a *applet*, fazendo a interpolação de cada três nós consecutivos, calculando o respetivo integral parcial e no final a soma dos integrais parciais. Quando o estudante pede a resolução é-lhe apresentada a resolução com a *applet* correspondente aos parâmetros da pergunta.

Exercício:

Considere o integral $\int_{1.059}^{7.122} T(x)\,dx$ onde a função T é conhecida nos pontos A, B, C, D, E, F e G como mostra a *applet* seguinte.



Determine o valor do integral $\int_{1.059}^{7.122} T(x)\,dx$ usando a regra de Simpson adaptativa. Note que os nós não são igualmente distanciados pelo que não pode aplicar a regra de Simpson composta dada na aula teórica. Terá de aproximar o integral usando a *applet*. Conforme ilustrado na *applet* tem de fazer a interpolação em cada três nós consecutivos e o cálculo do respetivo integral. Na folha algébrica clique em *f(x)* e em *a* para ver como foi feita a interpolação e o cálculo do primeiro integral parcial. Repita o procedimento introduzindo cada código no campo de entrada que se encontra na parte inferior da *applet*. Se necessitar de ajuda *online* clique no botão que se encontra no canto inferior da *applet*, no campo de entrada.

Resposta: $\int_{1.059}^{7.122} T(x)\,dx =$

Resolução:

Fazendo a interpolação de cada três nós consecutivos e calculando o integral total (soma dos 3 integrais parciais) obtém-se

$$\int_{1.059}^{7.122} T(x)\,dx = 1.541$$

como mostra a *applet* seguinte.

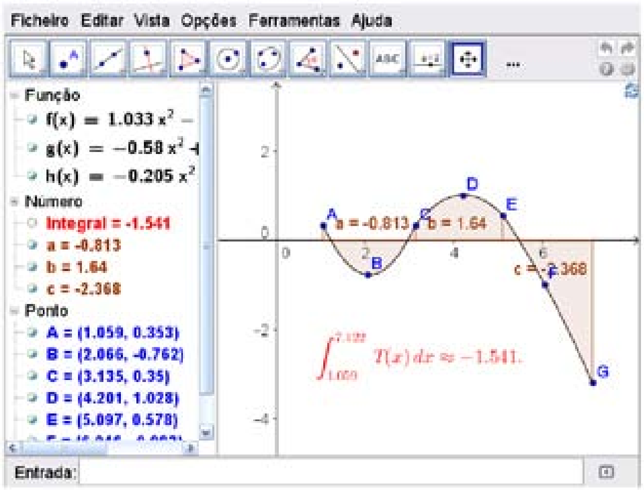


Figura 5: Pergunta de interação com applet do MITO em Integração numérica.

Conclusões

A associação do GeoGebra com outros recursos interativos e multimédia pode contribuir para a criação de um ambiente de aprendizagem aprazível e envolvente, capaz de permitir ao estudante/utilizador formular e testar hipóteses, refletir sobre os seus conhecimentos e construir novos conhecimentos. Este ambiente de aprendizagem facilita o desenvolvimento de um processo de aprendizagem ativo e participativo, com características colaborativas, construtivistas e fortemente

Indagatio Didactica, vol. 5(1), julho 2013 ISSN: 1647-3582

contextualizado. Estamos certos que haverá nos próximos tempos um acentuado desenvolvimento do GeoGebra e das ferramentas das TIC e um aumento significativo do seu peso no ensino da Matemática. Terminamos com duas questões que preocupam muitos professores e que são amplamente discutidas a nível mundial:

- Poderá o papel do professor no ensino da Matemática ficar comprometido com esta evolução tecnológica?
- Poderá um ambiente virtual de aprendizagem constituído por recursos interativos e multimédia e desenhado no formato de aulas multimédia semelhantes às que atualmente são ministradas presencialmente substituir o ensino presencial?

Referências bibliográficas

Jonassen, D., Howland, J., Marra, R. M. & Crismond, D. (2008). *Meaningful Learning With Technology*, 3rd edition, Pearson Education, Boston.

Jonassen, D. (1996). O uso das novas tecnologias na educação a distância e a aprendizagem construtivista, *Revista Em Aberto*, nº. 70, 70-88.

Paiva, R. (2011). Conteúdos didácticos multimédia, testes e exercícios de treino de Matemática online. *Atas do encontro da SPM Leiria 2010*, Boletim especial da Sociedade Portuguesa de Matemática, 119-123.

Seppala, M., Caprotti, O. & Xambo, S. (2006). Using Web Technologies to Teach Mathematics. In C. Crawford et al. (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2006*, Chesapeake, VA: AACE., 2679-2684.