desenvolvimento curricular e didática

Conferência Internacional Joga-Mate

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

ISSN: 1647-3582

O jogo da forca no ensino da matemática

A Hangman Game in the Teaching of Mathematics

Le pendu dans l'enseignement des mathématiques

Lia Malato
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
lia.malato@hotmail.com
https://orcid.org/0009-0003-7492-795X

Francisco Albuquerque Picado
Saint Dominic's International School
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa
fmapic@gmail.com
https://orcid.org/0009-0000-5462-3375

Resumo

O ensino da matemática é muitas vezes abordado de um ponto de vista meramente teórico que dificulta a aprendizagem de conceitos abstratos. O uso de jogos matemáticos permite atenuar o salto entre o abstrato e o concreto através de uma abordagem lúdica e cativante. Neste artigo exploramos um novo jogo matemático. Baseando-se no jogo da forca tradicional conhecido por muitos, o jogo da forca matemático facilita a aprendizagem de conceitos como a fatorização em números primos, o máximo divisor comum, a aproximação de raízes quadradas, entre outros. Este jogo da forca matemático permite aos alunos do 1.° ciclo do Ensino Básico até ao 12.° ano do Ensino Secundário aprender conceitos ligados à estrutura dos números e isto através de uma abordagem lúdica e exploratória.

Palavras-chave: ensino da matemática; jogos matemáticos; raiz quadrada; fatorização em números primos; máximo divisor comum.

Abstract

The teaching of mathematics is often approached from a solely theoretical point of view which hampers the learning process of abstract concepts. The use of mathematical games allows to ease the jump between the abstract and the concrete through a ludic and captivating approach. In this article, we explore a new mathematical game. Based on the widely known hangman game, the goal of this mathematical hangman game is to facilitate the knowledge acquisition of certain concepts such as prime number factorization, the greatest common divisor, estimation via square roots, etc. This mathematical hangman game allows for students

CC BY 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Conferência Internacional Joga-Mate

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

ISSN: 1647-3582

from primary school up to high school to learn concepts connected to the structure of numbers through its exploratory approach.

Keywords: teaching of mathematics; mathematical games; square root; prime number factorization; greatest common divisor.

Résumé

L'enseignement des mathématiques est souvent abordé d'un point de vue uniquement théorique, ce qui difficulte l'apprentissage de concepts abstraits. L'utilisation de jeux mathématiques permet d'atténuer le fossé entre l'abstrait et le concret à travers une approche ludique et captivante. Dans cet article, nous explorons un nouveau jeu mathématique. En se baseant sur le jeu du pendu traditionnel connu de beaucoup, le pendu mathématique facilite l'apprentissage de concepts tels que la décomposition en facteurs premiers, le plus grand diviseur commun, l'approximation de racines carrées, entre autres. Ce jeu permet aux élèves de première année jusqu'en terminale d'apprendre des concepts liés à la structure des nombres et ceci à travers une approche ludique et exploratoire.

Mots-clés: enseignement des mathématiques; jeux mathématiques; racine carrée; décomposition en facteurs premiers; plus grand diviseur commun.

Introdução

O ensino da matemática é muitas vezes abordado de um ponto de vista meramente teórico que dificulta a aprendizagem de conceitos abstratos. Contudo, com o desenvolvimento do conhecimento pedagógico matemático tem-se vindo a averiguar que os jogos podem ser uma estratégia eficaz para a aprendizagem e consolidação de conhecimentos matemáticos. Segundo Alves, et al, (2022), o uso de jogos em sala de aula consiste numa estratégia de ensino atrativa do ponto de vista dos estudantes, já que constitui uma quebra da dinâmica de resolver exercícios. Se o jogo for estruturado em torno de um certo conteúdo, este motivará o aluno a compreendê-lo para poder participar ativamente no jogo. Este pensamento vê-se também noutros autores como Ernest (1986), que propõe um jogo desenhado para auxiliar alunos com a aprendizagem da substituição algébrica. Este autor apresenta resultados positivos na retenção e compreensão dos conceitos por parte dos alunos. Por outro lado, defende que jogos permitem remover a monotonia e repetição desgastante da prática procedimental, tornando a aprendizagem mais eficaz. Conclui, apelando à inclusão de jogos no ensino da matemática e que estes devem estar totalmente inseridos no currículo lecionado.

Neste artigo, apresentamos um jogo matemático baseado no jogo da forca. Na versão original deste jogo, há dois jogadores: um jogador A e um jogador B. O jogador A pensa numa palavra arbitrária e guarda-a em segredo, apenas mostrando quantas letras tem. O jogador B tem de adivinhar a palavra letra-a-letra, até que consiga dar um palpite sobre a palavra com segurança suficiente. Nesta dinâmica, poderíamos ser levados a pensar que num jogo da forca matemático

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

ISSN: 1647-3582

tentaríamos adivinhar um número algarismo-a-algarismo. Contudo, não é o que propomos. Ao invés, usaremos as propriedades dos números e a relação entre o número a adivinhar e outros números. O objetivo do jogo é assim adivinhar o número mediante o uso de perguntas matemáticas bem-escolhidas.

O objetivo deste artigo é apresentar e discutir esta versão matemática do jogo da forca. Começamos por apresentar e explicar as regras do jogo, explicação esta que será seguida de um exemplo. Após a exemplificação, iremos debruçar-nos sobre que perguntas devem e não devem ser feitas mediante a sua utilidade no jogo. De seguida, apresentamos duas estratégias que permitem obter várias informações através de poucas perguntas. Na linha de pensamento de Ernest (1986), concluímos explicando como este jogo da forca pode ser integrado no currículo escolar português através do seu enquadramento das Aprendizagens Essenciais em Matemática em Portugal e como o jogo deve ser adaptado a cada nível de escolaridade, do Ensino Básico até ao Ensino Secundário (Canavarro et al., 2021a, 2021b,2021c, 2021d; Carvalho e Silva et al., 2023a, 2023b, 2023d).

Como tal, definimos os seguintes objetivos específicos: i. Definir as regras essenciais da adaptação do jogo da forca ao contexto escolar de modo a garantir uma contextualização satisfatória; ii. Apresentar uma delimitação de estratégias frutíferas à condução do jogo por parte dos alunos; iii. Discutir sugestões para atividades exploratórias que possam ser feitas em contexto de sala de aula mediante o ciclo de estudos no qual os alunos se enquadram.

Regras básicas do jogo

O jogo da forca matemático é jogado entre dois jogadores que, no que se segue, iremos designar por jogadores A e B. Nenhum jogador precisa de ter um conhecimento matemático elevado e, como será discutido na secção “Aplicação deste jogo às Aprendizagens Essenciais em Portugal”, este jogo é adaptável a vários níveis de ensino. Dependendo do nível de ensino, o professor escolhe o número de algarismos que o número a adivinhar pode ter e o tipo de perguntas que devem ou não ser feitas pelos jogadores. No que se segue, apresentamos as regras do jogo. De modo a ilustrar o jogo, apresentamos exemplos com perguntas e respostas adaptadas a alunos que tenham concluído o 3.° ciclo do Ensino Básico (CEB).

No início do jogo, o jogador A pensa num número que o jogador B terá de adivinhar depois de uma série de perguntas com base na estrutura dos números. As perguntas só podem admitir “sim”, “não” ou um número como opção de resposta. O jogador A começa por desenhar pequenos traços (tantos quanto o número de algarismos do número a adivinhar) num papel. Por exemplo, se o número a adivinhar tem três algarismos, o jogador A escreve:

_ _ _

Depois, o jogo segue o seguinte padrão:

1. O jogador B faz uma pergunta sobre o número.

CC BY 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Conferência Internacional Joga-Mate

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

2. O jogador A responde com “sim”, “não” ou um número, dependendo da pergunta.
3. O jogador B dá um palpite.
4. Se o jogador B estiver certo, o jogo acaba aqui. Se o jogador B estiver errado, o jogador B perde uma vida e o jogo continua repetindo os passos acima descritos.

Como no jogo da forca tradicional, com cada vida perdida, o jogador A vai desenhando traços até ter o desenho de uma forca (Figura 1). Nesta versão do jogo, o jogador B tem 7 vidas no total, ou seja, o desenho da forca é concluído após 7 traços como pode ser visto na seguinte representação.[1]

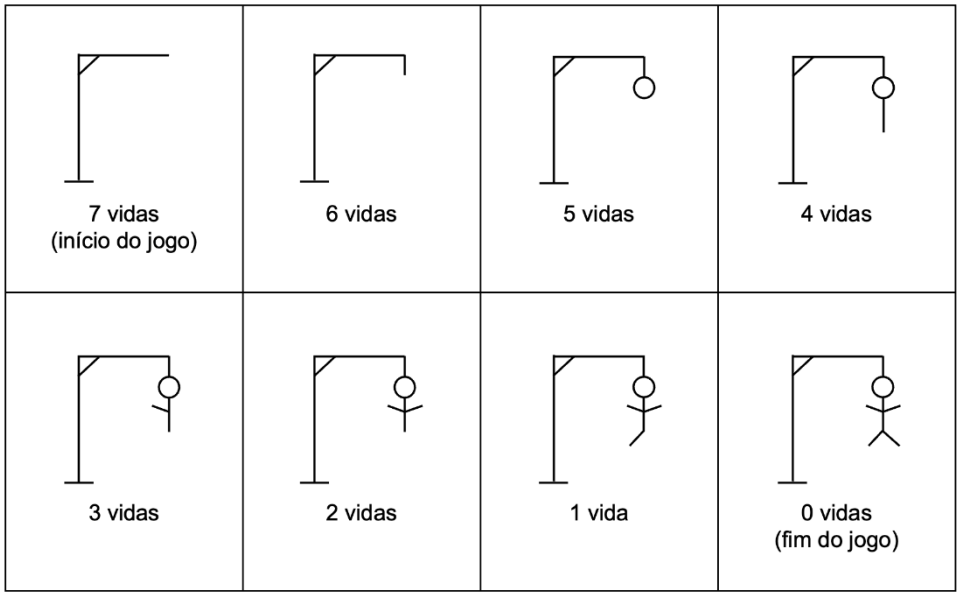

Figura 1. Evolução do desenho da forca ao longo do jogo.
Fonte: Elaboração própria.

De modo a tornar o jogo da forca matemático mais interessante e de modo a garantir o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos, incluímos uma regra que não faz parte do jogo tradicional. Se, em algum momento, o jogador B der um palpite que é inconsistente com as informações dadas anteriormente pelo jogador A, o jogador B perde uma vida extra. Isto significa que é possível perder duas vidas com um único palpite.

Por exemplo, imaginemos a seguinte situação. O número do jogador A a adivinhar pelo jogador B é 30. A meio do jogo, o jogador B obteve a informação de que o número a adivinhar é par. Mais tarde no jogo, obtém a informação de que o número é divisível por 3. Se o jogador

[1] O jogo pode ser adaptado de modo a incluir outros desenhos em vez de uma forca e com um outro número de vidas.

CC BY 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Conferência Internacional Joga-Mate

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

B agora der o número 33 como palpite iria perder duas vidas. A primeira porque não acertou no número a adivinhar e a segunda porque se esqueceu que o número tinha de ser par.

Um exemplo

Consideremos dois jogadores: a Ana e o Bernardo. A Ana vai pensar num número que o Bernardo precisa de adivinhar. A Ana começa por pensar no número 476 e o Bernardo vai tentar adivinhar esse número. A Ana escreve 3 traços num papel

_ _ _

e o jogo começa.

Primeira ronda:

Bernardo: De todos os números naturais maiores que a raiz quadrada do teu número, qual é o menor?
Ana: É o 22 (pois, $\sqrt{476} \approx 21{,}82$).
Bernardo: Será que o teu número é o 442?
Ana: Não (o Bernardo perde a sua primeira vida).

Nesta primeira ronda, o Bernardo usou um resultado importante sobre inequações. Sabemos que se $\sqrt{N} < k$, então $N < k^2$, para $k, N \in \mathbb{N}^+$. Ou seja, através da raiz quadrada conseguimos um limite superior. Neste caso, o Bernardo escolheu um número menor que 484 pois $484 = 22^2$. Qualquer palpite que o Bernardo deva dar tem de estar abaixo de 484.

Segunda ronda:

Bernardo: Quantos fatores primos distintos tem o teu número?
Ana: 3 (pois, $476 = 2^2 \times 7 \times 17$).
Bernardo: Será que o teu número é o 105?
Ana: Não (o Bernardo perde a sua segunda vida).

Nesta segunda ronda, o Bernardo sabe que todo o número inteiro se escreve como um produto de números primos unicamente e sabendo quantos números primos compõem o número pode ajudar a encontrá-los mais facilmente. Esta ideia será explorada mais adiante. Sabendo que há três fatores primos, o Bernardo pergunta por um qualquer número com três fatores primos distintos que o compõem, já que $105 = 3 \times 5 \times 7$, ou seja, há 3 fatores primos distintos.

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

Terceira ronda:

Bernardo: Qual é o máximo divisor comum entre o teu número e 30?
Ana: 2 (pois, $30 = 2 \times 3 \times 5$ e $mdc(476, 30) = 2$).
Bernardo: Será que o teu número é o 646? (O Bernardo tentou $2 \times 17 \times 19 = 646$).
Ana: Não, e entras em contradição com a resposta à tua primeira pergunta (o Bernardo perde a sua terceira e quarta vidas).

Nesta terceira ronda, o Bernardo está a tentar descobrir quais são os fatores primos que compõem o número. Começa por testar os primeiros três números primos (2, 3 e 5). Sabemos que $30 = 2 \times 3 \times 5$. Ao calcular o máximo divisor comum entre estes dois números, procuramos saber quais são os divisores primos do número a adivinhar. Mais especificamente, se 2, 3 ou 5 são divisores do número a adivinhar. Neste caso, apenas 2 é um divisor do número a adivinhar.

Quanto ao jogo em si, o Bernardo perde duas vidas porque o palpite estava incorreto, mas também porque ele deu um palpite superior a 484 e no início do jogo ficámos a saber que o número lhe era menor.

Quarta ronda:

Bernardo: Qual é o máximo divisor comum entre o teu número e 1001?
Ana: 7 (pois, $1001 = 7 \times 11 \times 13$ e $mdc(1001,476) = 7$).
Bernardo: Será que o teu número é 238?
Ana: Não (o Bernardo perde a sua quinta vida).

Nesta quarta ronda, o Bernardo continua com a estratégia de descobrir os fatores primos do número. Ele escolheu o número 1001 pois é o produto dos próximos três números primos depois do 5, isto é, $1001 = 7 \times 11 \times 13$. Procuramos saber se algum destes três é divisor do número a adivinhar novamente. A partir destas perguntas, o Bernardo é capaz de concluir que a fatorização em primos do número a adivinhar tem de ser $2^{\alpha} \times 7^{\beta} \times p^{\gamma}$, na qual p é um primo maior do que 13 (o qual pode ser 17 ou 19) e $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{N}^{+}$. O Bernardo escolheu o número 238, pois $238 = 2 \times 7 \times 17$.

Nesta situação, o Bernardo poderia ter testado um último caso, $2 \times 7 \times 19 = 266$, mas este está demasiado longe do limite superior que descobrimos antes, 484, portanto o Bernardo sabe que, considerando a fatorização em números primos do número a adivinhar, um dos primos tem de aparecer repetido.

Quinta ronda:

Bernardo: Na fatorização em números primos há algum número primo com expoente 2?
Ana: Sim!

CC BY 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Conferência Internacional Joga-Mate

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

Bernardo: Será que o teu número é o 476?
Ana: Está certo!

Nesta última ronda, é preciso analisar as hipóteses. Antes da quinta ronda, sabíamos que o número se decomporia como $2^{\alpha} \times 7^{\beta} \times p^{\gamma}$ em que p seria 17 ou 19. Sabendo que um destes fatores está repetido, então a decisão do Bernardo foi começar pelo menor dos números que seria elevar o menor dos primos ao quadrado e tentar com o menor dos possíveis valores para p. Daí o Bernardo ter respondido com 476 ($476 = 2^2 \times 7 \times 17$).

Neste jogo, o Bernardo ganhou após 5 palpites e 5 vidas perdidas. O desenho final do personagem enforcado no caso deste jogo teria o seguinte aspeto (Figura 2):

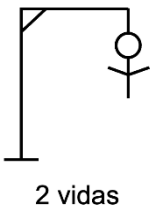

Figura 2. Representação da forca no final do jogo entre a Ana e o Bernardo.
Fonte: Elaboração própria

Que perguntas podem ser feitas?

Após a análise de vários jogos, reparámos que para que o jogo da forca matemático fosse estimulante e enriquecedor em termos matemáticos era necessário restringir o tipo de perguntas que devem e não devem ser feitas. Certas perguntas, quando bem escolhidas, permitem obter várias informações sobre a estrutura do número a adivinhar através de uma única pergunta. Contudo, existem outras perguntas que pouco têm a ver com a estrutura matemática do número em questão. Assim sendo, viemos a definir linhas de orientação sobre as perguntas que o jogador B pode e não pode fazer.

Perguntas permitidas

Qualquer pergunta de cariz matemático pode e deve ser usada. Para os exemplos a seguir, vamos mudar de número a adivinhar e agora assumimos que o número que queremos adivinhar é o 490. As seguintes perguntas são bons exemplos do que deve ser permitido num jogo:

- *Será que o teu número é um número primo?*
  Como o 490 número não é um número primo, a resposta seria “Não”.
- *Quantos fatores primos distintos tem o teu número?*
  Como $490 = 2 \times 5 \times 7^2$, a resposta seria “3”.

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

- *Qual é o maior número natural menor que a raiz quadrada do teu número?*
  Como $\sqrt{490} \approx 22{,}13$, a resposta seria "22".
- *Qual é o menor número natural maior que a raiz quadrada do teu número?*
  Como $\sqrt{490} \approx 22{,}13$, a resposta seria "23".
- *Qual é o máximo divisor comum entre o teu número e o número ?*
  Como $490 = 2 \times 5 \times 7^2$, a resposta seria "1".
- *Será que o teu número é divisível por 9?*
  Como $\frac{490}{9} = 54,(4)$. A resposta seria "Não".

Sugestão importante:

Questões envolvendo o máximo divisor comum devem ter uma limitação extra para que o jogo não acabe demasiado depressa. Uma limitação que sugerimos é a seguinte: se o número tiver k algarismos, então devemos usar o máximo divisor comum entre o número que queremos adivinhar e um número que tenha $k+1$ fatores primos no máximo. Ou seja, para adivinhar o número como 490 que tem 3 algarismos, poderíamos perguntar qual é o máximo divisor comum entre o número secreto e números como 210 ($210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$), mas não 2310 ($2310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$).

Perguntas "proibidas"

Qualquer pergunta que faça menção explícita aos algarismos de um número não é permitida. O nosso objetivo não é adivinhar algarismos, é adivinhar números. Deixamos aqui alguns exemplos:

- *Será que todos os algarismos são iguais?*
- *Será que todos os algarismos são diferentes?*
- *Será que o teu número acaba em zero?*

Contudo, é possível reformular certas perguntas "proibidas" de modo a serem permitidas. Por exemplo, embora perguntar se o número acaba em zero não seja permitido, é possível contornar a regra reformulando-a usando o conceito de divisibilidade e multiplicidade. As perguntas *"Será que o teu número é divisível por 10?"* ou *"Será que o teu número é múltiplo de 111?"* (para substituir a pergunta sobre algarismos iguais) já devem ser permitidas.

Que perguntas são as mais interessantes?

Como visto acima, algumas perguntas são mais úteis que outras. Algumas até permitem obter várias pistas de um só golpe. Vamos expor duas estratégias que vimos serem bastante frutíferas.

CC BY 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Conferência Internacional Joga-Mate

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

ISSN: 1647-3582

Máximo divisor comum

Devido ao Teorema Fundamental da Aritmética, sabemos que qualquer número natural se pode escrever como o produto de números primos de forma única (a menos da sua ordem). Se conhecermos os fatores primos do número a adivinhar, podemos chegar ao número facilmente.

Tendo este facto presente, é fácil sermos levados para questões como:

"Será que o teu número é divisível por 2?"

Ainda que este tipo de perguntas seja permitido e nos permita saber se um número primo figura na fatorização em números primos do número a adivinhar, é preciso que nos lembremos de que o jogador B só tem 7 vidas. Talvez não seja a questão mais eficiente a colocar.

Usando o máximo divisor comum, obtemos informações sobre os números primos que compõem o número a adivinhar se escolhermos bem os números a usar. Por exemplo, voltemos a usar o número 490 para este caso, e chamemos-lhe n. Facilmente, poderíamos perguntar "*Qual é o* $mdc(n,2)$*?*". Obteríamos a resposta "2" e saberíamos que 2 é um fator primo do número a adivinhar. Mas se formularmos a questão como "*Qual é o* $mdc(n,6)$*?*", também vamos obter a resposta 2, mas sabemos que o número é divisível por 2 mas não é divisível por 3. Dois números primos numa só pergunta. Com este pequeno exemplo, podemos deduzir uma pergunta importante

"Qual é o máximo divisor comum entre o teu número e o número M?",

no qual *M* é um número bem escolhido.

Se o jogador B escolhe um número *M* com vários fatores primos como 210 (dado que 210=2×3×5×7), a resposta a esta questão indicará se o número a adivinhar é divisível por 2, ou por 3, ou por 5, ou por 7. Isto permitir-nos-ia filtrar quatro primos numa só pergunta. Bastante agradável.

Usando *M* = 210, depois de umas contas, o jogador A pode indicar ao jogador B que a resposta seria 70 e assim sabemos que o número a adivinhar é divisível por 2, por 5 e por 7.

Estimativa usando a raiz quadrada

Uma outra boa estratégia é limitar os números a pesquisar e arranjar um limite superior e um limite inferior. Há um resultado bem-conhecido que pode ser parafraseado do seguinte modo:

"Para cada número natural n*, há sempre um fator primo que é menor que* $\sqrt{n}$*.*
Qualquer fator primo acima desta raiz quadrada terá de ser único."

Perguntar uma estimativa da raiz quadrada do número a adivinhar, permite-nos as seguintes considerações.

CC BY 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Conferência Internacional Joga-Mate

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

- Prever que números serão bons candidatos a divisores do número a adivinhar. Por exemplo, se temos que $\sqrt{490} \approx 22{,}14$, então só precisamos de considerar os números primos entre 2 e 19 como candidatos a divisores, já que o próximo número primo é 23 o qual é superior a raíz quadrada anterior.
- Ter uma estimativa para o nosso número a adivinhar. Sabendo que $\sqrt{490} > 22$, então temos que $490 > 22^2 = 484$. Por isso, só devemos dar palpites acima de 484.

Com uma estimativa maior que a raiz quadrada do número, também obtemos uma estimativa menor que a raiz quadrada de um número. Por exemplo, sabendo que $\sqrt{490} > 22$, também vem que $23 > \sqrt{490} > 22$. E deste modo, $529 > 490 > 484$. Por isso, todos os nossos palpites devem ser números que estão entre estes dois quadrados perfeitos. Com uma pergunta, obtemos duas estimativas.

Uma pessoa poderia ser tentada a generalizar isto a outras potencias (raiz cúbica, raiz quarta, etc.) mas talvez não seja o mais indicado, pois as potências crescem muito rápido e poderíamos obter números demasiado afastados do número a adivinhar.

O uso do jogo da forca matemática em sala de aula

Segundo Alves, et al, (2022) “Ao realizar uma proposta que envolva a *gamificação*, o educador pretende que seus discentes (…) encontrem uma estratégia facilitadora que os auxilie a avançar nas etapas e, concomitante a isso, aprendam os conceitos matemáticos abordados.” (p.150).

Defendemos que o jogo da forca matemático pode ser usado com eficácia como atividade de consolidação, e as atividades que propomos abaixo vão a esse encontro. A motivação para ganhar o jogo pode ser um aliciante para que os alunos aprendam os conceitos abordados pelo seu uso em contextos não tradicionais.

Analisando os estudos de Freitas (2018), concordamos que o nosso jogo não se insere num paradigma de ensino tradicional, mas sim no novo paradigma de aprendizagem por via de “challenge and activity-led learning” e “peer assessment” (p. 77).

Aplicação deste jogo às Aprendizagens Essenciais em Portugal

Como vimos no exemplo e nas duas técnicas anteriormente expostas, este jogo esconde em si alguma complexidade matemática. No entanto, é possível adaptar os números a adivinhar e as perguntas permitidas tendo em conta o nível de ensino. No que se segue, baseamo-nos nas Aprendizagens Essenciais em Matemática atualmente em vigor em Portugal (Canavarro et al., 2021a, 2021b,2021c, 2021d; Carvalho e Silva et al., 2023a, 2023b, 2023d). Tendo em conta as Aprendizagens Essenciais, passamos agora a explicar como o jogo da forca pode ser aplicado aos diferentes níveis de ensino, do Ensino Básico até ao Ensino Secundário. Co-

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

meçamos por discutir as aplicações para alunos do 1.° ao 3.° ciclos do Ensino Básico (CEB). De seguida, dado que alunos do ensino secundário têm um conhecimento mais abrangente da Matemática, iremos aqui igualmente apresentar duas explorações que podem ser feitas em contexto de sala de aula.

1.° CEB

Começando com o 1.º CEB, este jogo poderia ser usado como uma atividade de treino para a tabuada (Canavarro, et al., 2021a). Para este nível de escolaridade sugerimos que o jogo da forca envolva números a adivinhar com apenas dois algarismos. Perguntas para este nível incluem, por exemplo:

- *Será que o teu número é múltiplo de 2?*
- *Será que o teu número está na tabuada do 3?*

Este jogo permitiria a consolidação de conhecimentos como a paridade e os múltiplos

2.°CEB

Seguindo para o 2.º CEB, no 5.º ano são estudados os conceitos de "divisor" e "número primo", mas no 6.º ano já é apresentado e trabalhado o conceito de "máximo divisor comum" (Canavarro, et al., 2021b, 2021c). Pelo que este jogo pode ser usado como uma atividade de consolidação destes três conceitos. Estamos também em condições de ensinar a estratégia do máximo divisor comum acima mencionada. Sugeriríamos que os números a adivinhar ainda só tivessem dois algarismos, mas podemos avançar para três algarismos se quisermos criar uma situação desafiante. Para este nível de escolaridade já são de esperar perguntas como:

- *Qual é o máximo divisor comum entre o teu número e o 6?*
- *Será que o teu número é primo?*

O jogo da forca permite assim continuar a trabalhar o cálculo mental enquanto se vê noções mais complexas como o máximo divisor comum em ação.

3.° CEB

Continuando para o 3.º CEB, os alunos aprendem a estimar e calcular raízes quadradas (algumas com o uso de tecnologia) o que encaixa perfeitamente com a segunda estratégia mencionada (a estimação do número e seu enquadramento via raízes quadradas) (Canavarro, et al, 2021d). Neste âmbito, este jogo poderia ser uma ponte de ligação entre o 2.º ciclo e o 3.º ciclo.

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

Consideramos que os alunos aqui já poderiam ser expostos a adivinhar números de três algarismos sem que isso seja um desafio. Perguntas expectáveis incluem:

- *Qual é o número natural mais próximo da raiz quadrada do teu número?*
- *Qual é o quadrado perfeito mais próximo do teu número?*

Alunos do 3.º CEB também já devem ser incentivados a discutirem diferentes estratégias de modo a perceberem que perguntas são mais interessantes para avançar no jogo e de modo a desenvolverem a sua comunicação matemática.

Ensino Secundário:

Para o Ensino Secundário, não só podemos pôr em prática tudo o que foi discutido para o Ensino Básico, como também podemos ir além para ir ao encontro das Aprendizagens Essenciais dos últimos três anos de escolaridade (Carvalho e Silva, et al., 2023ª, 2023b,2023c). Neste sentido, o jogo da forca é uma boa maneira de expor ligações menos diretas com as unidades de probabilidades e funções, ligações estas que passamos agora a descrever.

Probabilidades:

No que toca a probabilidade, através do cálculo de probabilidades seguindo a Regra de Laplace e através do uso da probabilidade condicionada, os alunos poderiam investigar a "força" de cada possível pergunta a ser feita e chegarem a conclusão de que as perguntas mais clássicas ("É múltiplo de 2?", "É um número primo?") talvez não sejam as mais eficientes tendo em conta o número limitado de vidas que se tem ao início. Por exemplo, se o número a adivinhar tiver fatores primos apenas acima de 23 como o 667 (667 = 23×29), então estar a perguntar se é múltiplo de números primos pequenos individualmente primeiro poderia gastar as possíveis vidas antes de se chegar a alguma conclusão.

Certas perguntas são mais interessantes e frutíferas do que outras e permitem eliminar mais números do que outros. Isso pode ser visto através de um estudo sobre a probabilidade de acertar no número certo após cada pergunta. Os alunos podem ser convidados a descobrir que perguntas iniciais permitem eliminar mais números. Esta primeira investigação apresenta-se como aplicação da Regra de Laplace. Os alunos depois são incentivados a ordenar as perguntas iniciais mediante o "poder" de cada uma no jogo. Ou seja, uma pergunta é vista como sendo uma pergunta com poder quando tem o potencial de eliminar vários números de uma só vez. De modo a apresentar cálculos e situações não demasiado complicados, no que se segue, vamos considerar que o jogador B tem de adivinhar um número com dois algarismos. Vejamos um exemplo. Suponhamos que queremos ordenar as seguintes perguntas:

1. O número a adivinhar é um número par?
2. O número a adivinhar é um número primo?

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

Como estamos a analisar números com dois algarismos, temos 90 casos possíveis (os números de 10 a 99). No âmbito de fazermos um estudo de probabilidades, seja S o evento de sucesso no sentido em que acertamos no número a adivinhar.

Para a primeira pergunta, independentemente da resposta do jogador A, conseguimos reduzir o número de casos possíveis para metade. O número sendo par ou ímpar faz com que possamos passar de uma probabilidade de sucesso de

$$p(S) = \frac{1}{90} \simeq 0{,}0111$$

para uma probabilidade de sucesso de

$$p(S) = \frac{1}{45} \simeq 0{,}0222.$$

Para a segunda pergunta temos duas respostas possíveis: ou o número é primo ou não o é. Dado que existem 21 números primos entre 10 e 99 (a saber, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97). Assim sendo, no caso do número a adivinhar seja primo, então passamos de 90 números possíveis para 21. Uma resposta afirmativa à primeira pergunta permitiria passar de uma probabilidade de sucesso de 0,0111 para para uma probabilidade de sucesso de

$$p(S) = \frac{1}{21} \simeq 0{,}0476.$$

No caso de o número a adivinhar não ser primo, dado que existem 69 números compostos entre 10 e 99 , a probabilidade de sucesso passaria de 0,0111 para

$$p(S) = \frac{1}{69} \simeq 0{,}0145.$$

Com estas probabilidades, os alunos poderiam então argumentar qual das duas perguntas seria a mais vantajosa para começar o jogo. Esta discussão seria uma boa oportunidade para desenvolver o pensamento crítico utilizando linguagem matemática para justificar os raciocínios e conclusões dos alunos.

Outras perguntas, em que a resposta é um número em vez de um simples “sim” ou um “não”, já requerem um maior nível de concentração. Vejamos o seguinte exemplo em que se analisa a pergunta:

3. Quantos fatores primos distintos tem o teu número?

Aqui passamos a ter várias respostas possíveis. Para números de 10 a 99, apenas é possível ter uma decomposição em três fatores primos (isto dado que $2 \times 3 \times 5 = 30$ mas $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$).

Se o jogador A responder com “1”, o jogador B passa a saber que o número a descobrir é um número primo ou uma potência de um primo. Assim sendo, o número tem de ser da forma p_1^{α}, em que p_1 é um primo e α é um número natural maior ou igual a 1. Dado que 2 é o menor

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

primo e que $2^6 = 64 < 99 < 128 = 2^7$, sabemos então que $\alpha \leq 6$. Vejamos as potências de primos possíveis em que $\alpha \geq 2$ (dado que para $\alpha = 1$ obtemos os números primos inferiores a 99):

Tabela 1. Possibilidades de bases e expoentes para números de 2 algarismos

	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 5$	$\alpha = 6$
$p_1 = 2$	4	8	16	32	64
$p_1 = 3$	9	27	81		
$p_1 = 5$	25				
$p_1 = 7$	49				

Fonte: Elaboração própria

A Tabela 1 mostra as 10 potências de primos inferiores a 99. Assim sendo, contando com os 21 primos entre 10 e 99, ficamos com 31 casos possíveis. A probabilidade de sucesso seria então

$$p(S) = \frac{1}{31} \simeq 0{,}0323.$$

- Se o jogador A responder "2", então o jogador B passa a saber que o número a adivinhar é da forma $p_1^{\alpha} \times p_2^{\beta}$, em que p_1 e p_2 são primos e $\alpha, \beta \in \mathbb{N}_{\geq 1}$
- Se o jogador A responder "3", então o jogador B passa a saber que o número a adivinhar é da forma $p_1^{\alpha} \times p_2^{\beta} \times p_3^{\gamma}$, em que p_1, p_2, p_3 são primos e $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{N}_{\geq 1}$

Pelas contas evidenciadas, parece que não é vantajoso começar por uma pergunta sobre o número de fatores primos distintos. Contudo, este tipo de perguntas pode ser vantajoso quando já temos outras informações. Um caso destes é quando já se sabe pelo menos um fator primo do número a adivinhar, informação esta que se pode obter a partir de perguntas relacionadas com divisibilidade ou multiplicidade. Análises deste tipo têm como objetivo sobretudo desenvolver a comunicação matemática dos alunos.

Após uma análise da pergunta mais interessante para começar o jogo, os alunos poderiam igualmente analisar que pergunta seria a mais interessante para pôr em segundo lugar. Com este desafio, os alunos poderiam aplicar os seus conhecimentos sobre probabilidade condicionada. Segue-se um pequeno exemplo:

Continuamos a analisar a probabilidade do evento S "o jogador B acerta no número". Assumamos que o jogador B começa o jogo com a pergunta se o número a adivinhar é par e que recebe uma resposta afirmativa. Seja d_n o evento no qual o número a adivinhar é divisível pelo natural $n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$.

Neste caso, em termos de probabilidade condicionada, teremos a seguinte probabilidade:

$$p(S|d_2) = \frac{p(S \cap d_2)}{p(d_2)} = \frac{\frac{1}{90}}{\frac{45}{90}} = \frac{1}{45} \simeq 0{,}0222$$

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

Suponhamos agora que o jogador B pergunta se o número é divisível por 3.

- Se o jogador A disser que "sim". Temos 90 números no total e, entre todos, temos 45 divisíveis por 2, e temos 15 que são divisíveis por 2 e 3. Logo, pela fórmula da probabilidade condicionada.

$$p(S|d_2 \cap d_3) = \frac{p(S \cap d_2 \cap d_3)}{p(d_2 \cap d_3)} = \frac{\frac{1}{90}}{\frac{15}{90}} = \frac{1}{15} \simeq 0{,}0666$$

- Se o jogador A responder "não", então, temos 30 números divisíveis por 2 mas não por 3. Mantendo os dados de antes, ficamos com:

$$p(S|d_2 \cap \overline{d_3}) = \frac{p(S \cap d_2 \cap \overline{d_3})}{p(d_2 \cap \overline{d_3})} = \frac{\frac{1}{90}}{\frac{30}{90}} = \frac{1}{30} \simeq 0{,}0333$$

Como é claro, os alunos podiam igualmente verificar diretamente que números de 10 a 99 são divisíveis por 6. O objetivo é permitir aos alunos explorar caminhos diferentes para chegar ao mesmo resultado.

Para uma exploração mais extensa, a ordenação das perguntas ditas mais fortes também pode ser investigada para situações em que o jogador B tem de adivinhar um número com algarismos. Dada a grande carga computacional, esta vertente permite aos alunos tirarem partido da utilização da tecnologia através do cálculo de probabilidades.

Exploração do crescimento exponencial:

No que toca a funções, à medida que acrescentamos um algarismo a adivinhar, o número de possíveis números a adivinhar cresce exponencialmente e os alunos poderiam ser convidados a explorar e a modelar este crescimento não-linear via atividades exploratórias (e.g. 11.º ano em Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS) ou Matemática B e 12.º ano em Matemática A). Durante a atividade, os alunos começariam por reparar na seguinte tendência:

Tabela 2. Evolução do número de casos possíveis consoante o número de algarismos.

Número de algarismos	Números	Casos possíveis
1	1 – 9	9
2	10 - 99	90
3	100 - 999	900
4	1000 - 9999	9000

Fonte: Elaboração própria

CC BY 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Conferência Internacional Joga-Mate

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

Ao observarem a tendência na Tabela 2, os alunos repararam não só que se trata de um crescimento exponencial como também que este pode ser modelado através da expressão

$$9 \times 10^{n-1}$$

onde n é o número de algarismos do número a adivinhar. A partir desta expressão, os alunos poderiam agora seguir por duas vias. Por um lado, esta exploração permite a utilização da tecnologia através do desenho do gráfico desta função na calculadora ou noutros emuladores. Por exemplo, usando a ferramenta *Desmos*[2], ao desenhar os pontos (1,9),(2,90),(3,900),(4,9000) juntamente com o gráfico da função, o resultado é o seguinte (Figura 3):

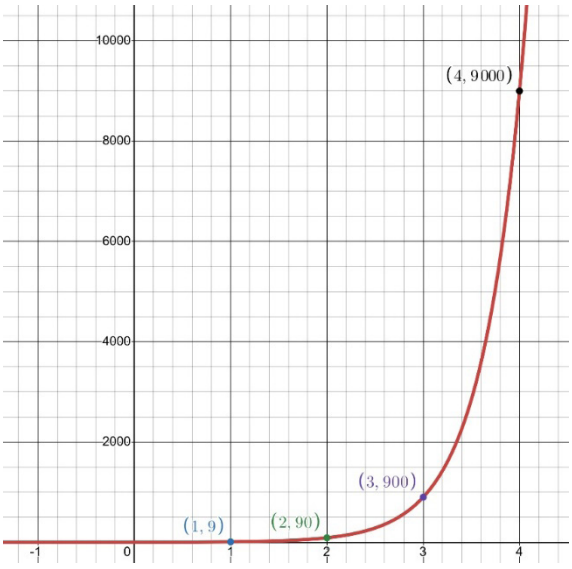

Figura 3. Gráfico da evolução do número de casos possíveis consoante o número de algarismos.
Fonte: Elaboração própria a partir da ferramenta *Desmos*

Os alunos podem assim confirmar que a expressão se adequa à modelação do problema do jogo da forca.

Por outro lado, uma vez a expressão algébrica da função encontrada, pode-se pedir aos alunos para computarem o limite desta mesma. Dado que

$$\lim_{n \to +\infty} (9 \times 10^{n-1}) = +\infty,$$

é fácil perceber que jogar à versão matemática do jogo da forca fica cada vez mais difícil quanto mais algarismos forem permitidos.

Sugerimos que o professor deixe os alunos experimentarem o jogo por si, sem muitas indicações inicialmente e, após algumas tentativas por parte dos alunos, apresentar as explorações acima descritas.

[2] https://www.desmos.com

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

ISSN: 1647-3582

Considerações finais

O jogo da forca matemático pode ser usado como uma ferramenta para contextualizar usos menos frequentes de conceitos matemáticos básicos como a raiz quadrada, o máximo divisor comum, a fatorização em números primos, entre outros, e pode permitir a consolidação do seu entendimento conceptual além do que é visto nos manuais escolares.

Este artigo estabelece as regras-base do jogo da forca matemático. Contudo, o jogo pode ser adaptado e explorado além do que foi apresentado aqui de modo a garantir que seja o mais ajustado possível às necessidades de cada professor e de cada turma.

Transversalmente a todos os ciclos e níveis de ensino, consideramos que este jogo promove um bom desenvolvimento do cálculo mental, e do pensamento computacional por via de algoritmia e uso da tecnologia em algumas situações para chegar ao número a adivinhar. Uma outra vertente de aplicação deste jogo em sala de aula é fazer um desafio coletivo no qual os alunos têm de adivinhar em conjunto o número do professor. Esta vertente permite o desenvolvimento da comunicação matemática entre os alunos

Dada a natureza empírica deste trabalho, é importante mencionar que este jogo foi testado, entre outros, com um grupo de professores de Matemática, a nível informal, o que motivou o seu desenvolvimento e possíveis adaptações, sendo que este jogo não foi testado em contexto de sala de aula. Esperamos que com a popularização deste artigo, que este jogo possa ser usado como ferramenta didática, e gerar possíveis casos de estudo.

Contribuições dos autores

Conceptualização, Metodologia, Validação, Investigação, Escrita, Revisão & Edição, Análise formal, Esboço original: Lia Malato e Francisco Albuquerque Picado;

Referências

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P.M., & Espadeiro, R.G. (2021a). *Aprendizagens Essenciais, 3.º Ano, Ensino Básico*. Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_4.o_ano.pdf

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P.M., & Espadeiro, R.G. (2021b). *Aprendizagens Essenciais, 5.º Ano, Ensino Básico*. Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/ae_mat_5.o_ano.pdf

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P.M., & Espadeiro, R.G. (2021c). *Aprendizagens Essenciais, 6.º Ano, Ensino Básico*. Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/ae_mat_6.o_ano.pdf

CC BY 4.0

Indagatio Didactica, vol. 17 (1), junho 2025
https://doi.org/10.34624/id.v17i1.40282

ISSN: 1647-3582

Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P.M., & Espadeiro, R.G. (2021d). *Aprendizagens Essenciais, 8.º Ano, Ensino Básico*. Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/3_ciclo/ae_mat_8.o_ano.pdf

Carvalho e Silva, J. (Coord.), Rodrigues, A., Domingos, A., Albuquerque, C., Cruchinho, C., Martins, H., Almiro, J., Gabriel, L., Graça Martins, M. E., Santos, T., Filipe, N., Correia, P., Espadeiro, R. G., & Carreira, S. (2023a). *Aprendizagens Essenciais, 12.º ano, Ensino Secundário, Matemática A*. Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/12_matematica_a.pdf

Carvalho e Silva, J. (Coord.), Rodrigues, A., Domingos, A., Albuquerque, C., Cruchinho, C., Martins, H., Almiro, J., Gabriel, L., Graça Martins, M. E., Santos, T., Filipe, N., Correia, P., Espadeiro, R. G., & Carreira, S. (2023b). *Aprendizagens Essenciais, 11.º ano, Ensino Secundário, Matemática B*. Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/11_matematica_b.pdf

Carvalho e Silva, J. (Coord.), Rodrigues, A., Domingos, A., Albuquerque, C., Cruchinho, C., Martins, H., Almiro, J., Gabriel, L., Graça Martins, M. E., Santos, T., Filipe, N., Correia, P., Espadeiro, R. G., & Carreira, S. (2023c). *Aprendizagens Essenciais, 11.º ano, Ensino Secundário, Matemática Aplicada às Ciências Sociais*. Direção-Geral da Educação, Ministério da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/11_macs.pdf

De Freitas, S. (2018). Are games effective learning tools? A review of educational games. *Journal of Educational Technology & Society*, *21*(2), 74-84. http://www.jstor.org/stable/26388380

Alves, D. M., Carneiro, R. dos S., & Carneiro, R. D. S. (2022). Gamificação no ensino de matemática: uma proposta para o uso de jogos digitais nas aulas como motivadores da aprendizagem. Revista Docência e Cibercultura, *6*(3), 146-164. https://doi.org/10.12957/redoc.2022.65527

Ernest, P. (1986). Games. A Rationale for Their Use in the Teaching of Mathematics in School. Mathematics in School, 15(1), 2–5. http://www.jstor.org/stable/30216298

CC BY 4.0