



Modelagem Matemática no 5.º ano do Ensino Fundamental: uma análise à luz dos diagramas semióticos

Mathematical Modelling in the 5th year of Elementary School: an analysis in the light of semiotic diagrams

Modelación Matemática en el 5.º año de Educación Primaria: un análisis a la luz de diagramas semióticos

Susane Cristina Pasa Pelaquim

Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná - SEED/PR
susipasa@gmail.com
<http://www.orcid.org/0000-0002-8265-5291>

Nágela Martins

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/Londrina
nagelam27@gmail.com
<http://www.orcid.org/0000-0002-7895-3245>

Karina Alessandra Pessoa da Silva

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/Londrina
karinasilva@utfpr.edu.br
<http://www.orcid.org/0000-0002-1766-137X>

Resumo

Neste artigo apresentamos resultados de uma pesquisa empírica com alunos dos anos iniciais ao desenvolver uma atividade de modelagem matemática com o objetivo de inferirmos sobre a matemática presente na produção de diagramas semióticos. A contextualização teórica baseia-se no entendimento da modelagem matemática como uma alternativa pedagógica e em considerações sobre semiótica peirceana, mais especificamente pautada nos diagramas como signos semióticos e na teoria da percepção. A temática Produção de pipocas foi escolhida pela professora regente para ser abordada com 14 alunos de uma turma de 5.º ano de uma escola municipal no norte do Paraná, no Brasil. Os dados foram obtidos por registros escritos, fotos, vídeos e falas das gravações em cinco aulas de Matemática, realizadas em fevereiro de 2022. Considerando uma abordagem qualitativa e interpretativa, inspirada no processo de triangulação, analisamos o conjunto de dados e evidenciamos que a atividade de modelagem matemática proporcionou a produção de diagramas semióticos pelos alunos em que o conteúdo matemático proporcionalidade se fez presente, principalmente, na quantificação da massa de grãos de pipoca e no volume ocupado pelas pipocas estouradas. Com isso, inferimos que, por meio de



uma atividade de modelagem cuja temática seja do interesse dos alunos, é possível evidenciar relações de uma situação real a conteúdos matemáticos mediados por intervenções da professora.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Alternativa pedagógica; Semiótica peirceana; Proporcionalidade.

Abstract

In this paper we present the results of empirical research with students in the early years when developing a mathematical modelling activity with the aim of inferring about the mathematics present in the production of semiotic diagrams. The theoretical contextualization is based on the understanding of mathematical modelling as a pedagogical alternative and on considerations about Peircean semiotics, more specifically based on diagrams as semiotic signs and the theory of perception. The theme Popcorn Production was chosen by the teacher to be discussed with 14 students from a 5th year class at a municipal school in the north of Paraná, Brazil. The data were obtained from written records, photos, videos and speeches from recordings in five Mathematics classes, held in February 2022. Considering a qualitative and interpretative approach, inspired by the triangulation process, we analyzed the data set and demonstrated that the activity mathematical modelling provided the production of semiotic diagrams by students in which the mathematical content of proportionality was present, mainly in the quantification of the mass of popcorn grains and the volume occupied by popped popcorn. With this, we infer that, through a modelling activity whose theme is of interest to students, it is possible to highlight relationships between a real situation and mathematical content mediated by the teacher's interventions.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Modelling; Pedagogical alternative; Peircean semiotics; Proportionality.

Resumen

En este artículo presentamos los resultados de una investigación empírica con estudiantes de los primeros años al desarrollar una actividad de modelación matemática con el objetivo de inferir sobre las matemáticas presentes en la producción de diagramas semióticos. La contextualización teórica se basa en la comprensión de la modelación matemática como alternativa pedagógica y en consideraciones sobre la semiótica peirceana, más específicamente basada en los diagramas como signos semióticos y la teoría de la percepción. El tema Producción de palomitas de maíz fue elegido por la docente para ser discutido con 14 alumnos de una promoción de 5.º año de una escuela municipal del norte de Paraná, Brasil. Los datos se obtuvieron de registros escritos, fotografías, videos y discursos de grabaciones de cinco clases de Matemáticas, realizadas en febrero de 2022. Considerando un enfoque cualitativo e interpretativo, inspirado en el proceso de triangulación, analizamos el conjunto de datos y demostramos que la actividad de modelación matemática proporcionó la producción de diagramas semióticos por parte de los estudiantes en los que el contenido matemático de proporcionalidad estuvo presente, principalmente en la cuantificación de la masa de los granos de palomitas de maíz y el volumen ocupado por las palomitas de maíz reventadas. Con esto, inferimos que, a través de una actividad de modelación cuya temática sea de interés para los estudiantes, es posible resaltar relaciones entre una situación real y un contenido matemático mediado por las intervenciones del docente.

Palabras clave: Educación Matemática; modelación matemática; Alternativa pedagógica; Semiótica peirceana; Proporcionalidad.



Introdução

No Brasil, os anos iniciais do Ensino Fundamental, com 5 anos de duração, compreendem alunos na idade de 6 a 11 anos de idade. Nesse nível escolar, de modo geral, há a necessidade do fortalecimento da autonomia dos alunos, “oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação” (Brasil, 2018, p. 60). Especificamente ao que corresponde à Matemática, o ensino precisa “ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (Brasil, 2018, p. 266).

No âmbito da Educação Matemática, algumas tendências têm contribuído para o desenvolvimento das competências e habilidades supracitadas. Dentre essas tendências, entendemos que a modelagem matemática permite a investigação de uma situação da realidade em fontes variadas de informação em que se objetiva chegar a uma solução para um problema, perpassando por procedimentos e técnicas matemáticas. Esse encaminhamento oportuniza o raciocínio, a representação, a comunicação e a argumentação de ordem matemática e não matemática que correspondem à situação-problema investigada. No desenvolvimento de uma atividade de modelagem, cria-se “possibilidades de enxergar situações do cotidiano através de lentes matemáticas, ou seja, de interpretar, analisar e tomar decisões de situações do cotidiano por meio do ferramental matemático” (Silva & Almeida, 2017, p. 110).

Embora a modelagem matemática seja uma tendência que permite desenvolver habilidades e competências, ainda carece de investigação quando da sua implementação em sala de aula (Soares et al., 2021). A implementação da modelagem matemática como um processo significativo de ensino e aprendizagem se justifica pelo fato de que “a matemática deve ajudar os alunos a entender o mundo em que vivemos e a dominar melhor as situações do mundo real decorrentes da vida cotidiana, bem como de outras disciplinas escolares” (Niss & Blum, 2020, p. 28).

Pesquisas que abordam a modelagem matemática nos anos iniciais (Tortola, 2016; English, 2022; Nunomura, 2021; Palma, 2019; Triguero & Kato, 2022), asseveram que esse tipo de atividade foi aceito pelos alunos desse nível escolar como novidade, algo diferente e prazeroso, em que se envolveram e aprenderam matemática.

A interpretação e a análise de situações do cotidiano requeridas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem são mediadas por signos. Os signos são meios/formas que uma pessoa usa para se referir, remeter ou indicar algo, considerando certas características deste algo sob as quais é possível produzir novos signos. Dessa forma, para Peirce (1972, p. 27), o signo é “qualquer coisa que admita um ‘interpretante’ – isto é, que seja capaz de dar origem a outros signos”. Por exemplo, para representarmos uma reta (objeto matemático), podemos usar um gesto movimentando as mãos na horizontal. Esse gesto somente pode ser considerado um signo para o objeto matemático reta, se outra pessoa interpretá-lo e produzir outro signo (interpretante), como um traçado na lousa ou no caderno.

A natureza de uma atividade de modelagem tem revelado um potencial na produção de signos (Almeida, Silva, & Brito, 2022; Ramos, 2021; Silva & Almeida, 2017; Silva & Veronez, 2021; Yoon & Miskell, 2016). No desenvolvimento de uma atividade de modelagem, “a relação



entre signos e conhecimento dos alunos parece se configurar como uma rede em que signos são produzidos ou acionados pelo conhecimento e também geram novo conhecimento” (Almeida & Silva, 2017, p. 217). Para Kadunz (2016, p. 118), os diagramas são tipos de signos que revelam o conhecimento, pois “são construídos seguindo certas regras e podem, assim, mostrar relações”. Ou seja, um diagrama pode ser construído por uma pessoa a partir de regras em um sistema de representação por ela escolhido.

No âmbito da semiótica peirciana, estar ciente das regras utilizadas na produção de signos envolve a teoria da percepção (Santaella, 2012). A teoria da percepção estabelece uma integração de três dimensões: sensória, física e cognitiva. A dimensão sensória trata do signo que representa, de certa forma e capacidade, uma parte “física” da percepção – o objeto. Dizer que um signo “representa seu objeto implica que ele afete uma mente, de tal modo que, de certa maneira, determine naquela mente algo que é mediatamente devido ao objeto” (Santaella, 2008, p. 58). Esse novo signo, criado na mente de um intérprete (aluno), é o interpretante e consiste na parte cognitiva da percepção.

Tendo em vista analisar a parte cognitiva da percepção revelada nos diagramas produzidos pelos alunos dos anos iniciais, focamos nossa atenção para trazer reflexões para a questão de pesquisa: *Que matemática é percebida pelos alunos de uma turma do 5.º ano do Ensino Fundamental ao produzir diagramas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com a temática produção de pipocas?* Para isso, realizamos uma análise qualitativa de cunho interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994), inspirada no processo de triangulação (Tuzzo & Braga, 2016), das ações realizadas por alunos de uma turma do 5.º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública brasileira.

Para trazermos resultados de nossa investigação, organizamos o texto apresentando a contextualização teórica sobre modelagem matemática nos anos iniciais e sobre a semiótica peirciana, com foco nos diagramas e na teoria da percepção; seguida do método de investigação realizado, segundo orientações da pesquisa qualitativa, e dos resultados e discussões; finalizando com nossas conclusões.

Contextualização teórica

Sobre modelagem matemática nos anos iniciais

Na literatura brasileira, a modelagem matemática na Educação Matemática, apresenta diferentes caracterizações: “alternativa pedagógica” (Almeida, Silva, & Vertuan, 2012), “processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos” (Bassanezi, 2002, p. 24), “concepção de educar matematicamente” (Meyer, Caldeira, & Malheiros, 2021, p. 33), “matemática por excelência” (D’Ambrosio, 2022, p. 10).

Bassanezi (2002, p. 17) afirma que “a modelagem matemática em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la”. As soluções dos problemas,



que emergem de uma situação da realidade, podem ser oriundas de representações matemáticas que têm suas variáveis e hipóteses definidas. A partir das hipóteses, um modelo matemático é deduzido por meio de linguagem matemática. Neste sentido, Almeida et al. (2012) asseveram que:

Em matemática, usamos e construímos modelos para explicar, representar e fazer previsões para situações e torná-las presentes usando matemática. O modelo matemático é então um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, em geral, não matemático (Almeida et al, 2012, p. 25).

Para English (2016), os modelos matemáticos apresentam variados níveis de sofisticação. O modelo construído na atividade representa uma solução para a situação inicial, em que o aluno apresenta de forma generalizada uma solução para a situação-problema em estudo. O modelo não é único, ele é construído de acordo com os conhecimentos do aluno, segundo as suas vivências. Para Blum e Niss (1991, p. 39), a modelagem matemática “estrutura e cria uma parte da realidade, dependente do conhecimento, das intenções e dos interesses de quem soluciona o problema”. Assim, em modelagem matemática, os alunos desenvolvem seus modelos partindo de seus conhecimentos, que podem ser ampliados no decorrer dessa construção de acordo com o seu envolvimento.

A dedução de um modelo matemático, que subsidia uma solução para um problema, envolve ações dos alunos no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Essas ações, em certa medida, ocorrem com os alunos trabalhando em grupos e são orientadas pelo professor. Na literatura, o conjunto de ações é organizado em fases ou etapas que permitem analisar, estruturar e selecionar uma abordagem matemática.

As fases organizadas a partir das ações no desenvolvimento de uma atividade de modelagem estruturam o ciclo de modelagem (Blum & Niss, 1991; Silva & Almeida, 2017; Borromeo Ferri, 2018; Stender, 2018). Alguns autores apresentam denominações para as fases, segundo caracterizações adotadas. Para Almeida et al. (2012), em que a modelagem é entendida como uma alternativa pedagógica, as fases são nomeadas por inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

A inteiração corresponde à fase em que os alunos precisam entender a situação-problema, o que será desenvolvido, a que se deve o fenômeno em estudo, ou seja, cercar-se de informações qualitativas e quantitativas da situação que se está investigando, delineando um problema, uma questão a ser respondida; a matematização se refere a transpor a situação-problema da linguagem natural para a linguagem matemática, por meio da definição de variáveis e hipóteses que subsidiarão as abordagens que serão empreendidas na fase posterior; a resolução consiste na construção de modelos matemáticos, subsidiados em uma estrutura matemática; a interpretação dos resultados, permite ao aluno aplicar o modelo matemático construído e obter uma solução para o problema investigado; e a validação da solução ocorre com a análise dos resultados, em que se verifica se a resposta obtida faz sentido no âmbito do problema investigado. Caso a solução do problema não seja viável, há necessidade de retomar o ciclo desde o início de modo a buscar equívocos que precisam ser ajustados, configurando uma dinamicidade no que compete às ações dos alunos, seus conhecimentos sobre a matemática utilizada e a situação investigada. A Figura 1 ilustra um ciclo de modelagem matemática em que as fases supracitadas estão organizadas.

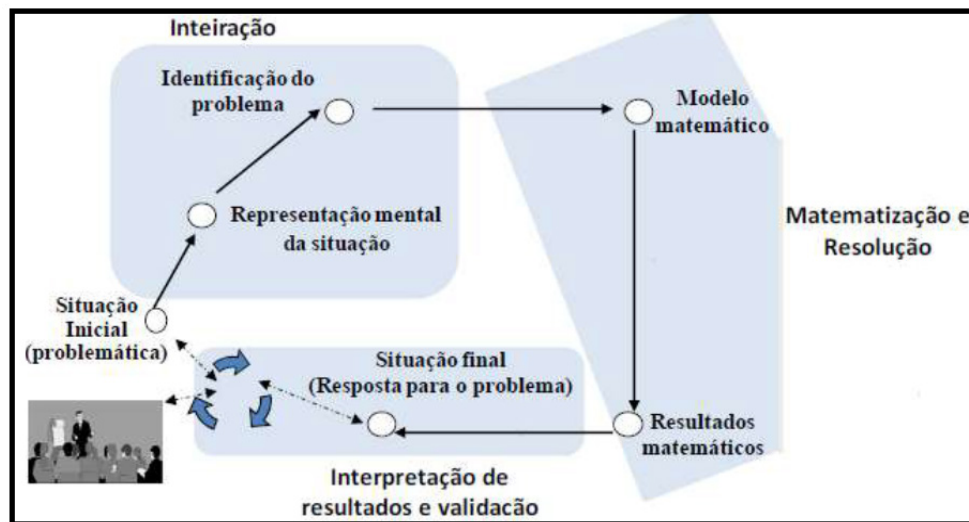


Figura 1. Ciclo de modelagem com destaque para as fases (Almeida et al., 2012, p. 19)

Entendemos, assim como English (2010, p. 288), que a implementação da modelagem matemática na sala de aula, nos primeiros anos escolares, “fornece às crianças ricas oportunidades para experienciar dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos”. Isso porque atividades de modelagem com temas que despertam a curiosidade provocam “uma mudança no ambiente do espaço escolar, em que o aluno tem mais autonomia e possibilidades de participação” (Fernandes & Tortola, 2021, p. 2087).

O aluno, enquanto modelador, nos anos iniciais, torna-se um investigador, aprendendo a trabalhar de forma colaborativa, visto que as atividades são desenvolvidas em grupos. Segundo English e Watters (2004, p. 336), “várias questões, conjecturas, conflitos, revisões e resoluções surgem à medida que as crianças desenvolvem, avaliam e se preparam para comunicar seus produtos”. Os “produtos” dizem respeito a descrições, explicações, justificativas e representações matemáticas associadas aos modelos matemáticos.

Nos anos iniciais, há necessidade de um olhar diferente para os modelos matemáticos construídos pelos alunos. De acordo com Tortola (2016, p. 263), a construção de modelo matemático nos anos iniciais oportuniza “uma diversidade de estruturas matemáticas que podem contribuir para a observação das regularidades e generalização da situação, assim podem construir o ponto de partida para a discussão de relações entre diferentes situações”. Tortola (2016) destaca que o modelo a ser desenvolvido pode ser apresentado de diferentes formas, desde que esteja estruturado e baseado em conceitos matemáticos que o sustente como verdadeiro e solucione a situação apresentada.

De modo geral, estes modelos podem ser apresentados por meio de tabelas, gráficos, textos, desenhos ou outras representações que os alunos encontrarem como forma de padronizar a solução da situação inicial investigada. É importante que o professor discuta com seus alunos sobre as variáveis e as hipóteses que subsidiam a construção de um modelo matemático, de forma a registrarem essas informações e compreenderem que estão idealizando uma situação de forma que possa ser analisada.



Os conceitos matemáticos evidenciados na dedução de um modelo matemático, em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais, podem ser representados por meio escrito, gesticulado e falado, que podem se constituir em signos, analisados no âmbito da semiótica peirceana.

Sobre a semiótica peirceana

A semiótica é uma ciência em desenvolvimento, em que se pesquisa e se investiga sobre o saber e o conhecimento dos seres pensantes (intérpretes) e como ocorre este processo. Para analisar esse processo precisamos conhecer as linguagens e investigá-las de modo que estas produzam fenômenos de significação e de sentido (Santaella, 2005). Consideramos, assim como Almeida et al. (2022) e Yoon e Miskell (2016), que a semiótica de Charles Sanders Peirce é um referencial para a pesquisa em modelagem matemática, isso porque é possível analisar o papel dos signos nas ações dos alunos no desenvolvimento de uma atividade de modelagem.

De modo geral, nos estudos realizados sobre a semiótica, Peirce (1972) trata o signo como uma relação entre três elementos — objeto, signo (ou representámen) e interpretante — em que o signo estabelece uma mediação entre objeto e interpretante. Dependendo do objeto, um signo pode ter um significado diferente para cada indivíduo, partindo do que este já conhece, sendo algo diferente, dependendo do contexto que este está inserido. Santaella (2008, p. 45) afirma que “o signo não ocorre vazio. Ele está enraizado num vastíssimo mundo de relações com outros signos”.

A estrutura analítica de um signo pode sugerir, indicar ou representar o objeto, dependendo da natureza do fundamento do objeto do signo. Tem-se com isso uma tricotomia peirceana que considera a relação do signo com o objeto em três categorias: símbolo, índice e ícone. De acordo com Peirce (2005), o ícone é um signo que se refere ao objeto por meio de semelhança; o índice é um signo que se refere ao objeto por relação de proximidade; e o símbolo é um signo que se refere ao objeto em virtude de uma lei.

Dependendo da característica de um ícone, esse pode ser classificado, na semiótica peirceana, como: imagens, diagramas e metáforas. Na imagem, o representámen é o signo pela qualidade; o diagrama é um ícone de segundo nível, pois esse apresenta as relações entre as partes do objeto, utilizando-se de relações análogas em suas próprias partes; já a metáfora corresponde ao “representámen [que] mantém uma relação triádica na forma de paralelismo entre dois elementos constitutivos, paralelismo que se resolve com uma terceira relação” (Nöth & Santaella, 2017, p. 53).

Considerando nossos interesses, atentamo-nos aos diagramas produzidos em atividades de modelagem. Esse interesse, em certa medida, está respaldado no fato de que “A maior parte dos diagramas só funciona iconicamente quando existe uma experiência colateral do intérprete com as relações internas do objeto a que o diagrama se refere” (Nöth & Santaella, 2017, p. 53). Ou seja, o indivíduo relaciona o que está vendo ao conhecimento que já tem (experiência colateral) sobre essa representação e cria um novo signo para entender o que está sendo representado, dependendo do conhecimento que possui.

Os diagramas são tipos de signos construídos seguindo regras próprias de um sistema. Segundo Kadunz (2016, p. 118):



Todo desenho que obedece às regras da geometria é um diagrama. No mesmo sentido, uma frase escrita é um diagrama se seguir a gramática. Por outro lado, o leitor que lê esta frase tem que conhecer a gramática para decidir se é um diagrama. Portanto, um diagrama não é um diagrama por si só!

Os diagramas semióticos, de acordo com Bakker e Hoffmann (2005), são meios de pensamento, de compreensão e de raciocínio, que oferecem base para abstrações hipotéticas. Com isso, podem dar indícios das formas de pensamento dos alunos, no decorrer de uma atividade matemática. Todavia, como já mencionado por Kadunz (2016), para se fazer uma análise dos diagramas, há necessidade de se reconhecer os signos como diagramas. Um gráfico pode ser definido como diagrama desde que este represente algo para alguém, no caso, que o construiu com esse intuito. Esse conhecimento é resultado da experiência, o que corresponde a um estado cognitivo resultante, em última análise, da percepção.

A percepção é entendida como “a definição psicológica usada para descrever como você interpreta o que experimenta e o processo de percepção transforma suas experiências em informações compreensíveis e gerenciáveis” (Hall & Lingefjärd, 2017, p. 444). Trata-se, portanto, de um meio que estabelece a ponte entre a mente e o fenômeno. Só será possível atingir o controle sobre a percepção quando o percepto – aquilo que se apresenta à percepção – é interpretado, para que assim, a percepção possa ser validada.

Santaella (2000, p. 50-51) discorre sobre a tríade perceptiva – percepto, percipuum e julgamento perceptivo – da seguinte maneira: “[...] Perceber é perceber algo externo a nós. Mas não podemos dizer nada sobre aquilo que é externo, a não ser pela mediação de um julgamento perceptivo. Aquilo que está fora, Peirce denomina percepto, aquilo que nos diz o que nós percebemos é o julgamento perceptivo”. Esses constituintes da tríade perceptiva podem ser representados por meio de um esquema (Figura 2).

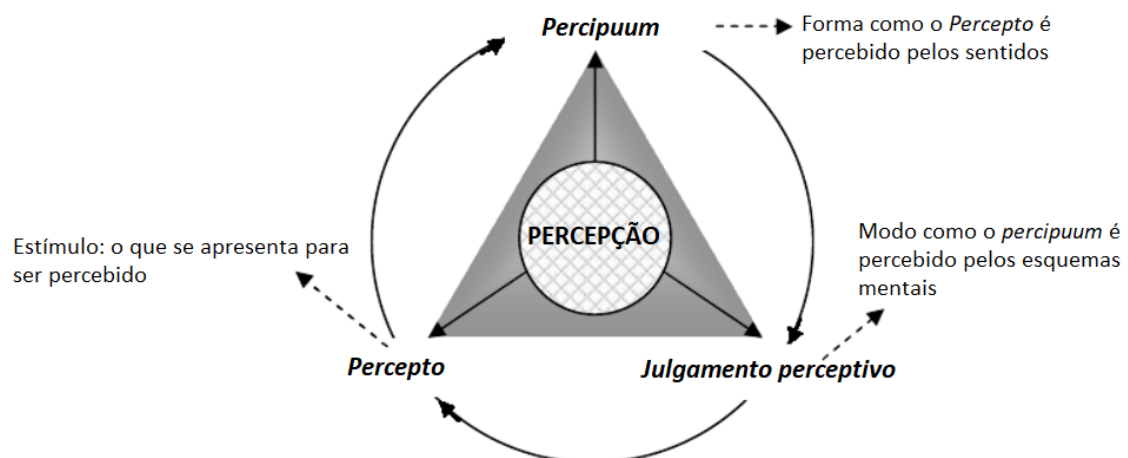


Figura 2. Constituintes peirceanos da percepção (Santaella, 2004, p. 51)



Entretanto, a percepção se dá no tempo e no espaço, por mais que a situação perceptiva seja explorada, há sempre algo a mais, algo que escapa, que se oculta, que não cabe no ato perceptivo.

Desse modo, no contexto de uma atividade de modelagem a partir de uma situação inicial, representada por meio de um signo, pode ser estabelecida uma vivência do aluno, associando-se a um diagrama, que compreende e gerencia este, criando um novo signo para um objeto matemático por meio da percepção.

Método

A investigação a qual nos reportamos neste artigo está subsidiada em uma pesquisa empírica realizada no âmbito de uma dissertação de mestrado concluída (Pelaquim, 2023) da primeira autora, sob orientação da terceira, cujas análises foram articuladas em conjunto com a segunda autora.

No tocante da investigação, uma atividade de modelagem foi planejada e desenvolvida com 14 alunos de uma turma do 5.º ano do Ensino Fundamental em cinco aulas de Matemática (de 50 minutos cada) de uma escola municipal localizada no estado do Paraná, no Brasil. O desenvolvimento da atividade de modelagem aconteceu em um único dia (23 de fevereiro de 2022) e teve como objetivo analisar a massa do grão de pipoca no processo de transformação – do grão para o formato de pipoca estourada – e a capacidade de ocupação no recipiente. Como a professora, além de ministrar aulas de Matemática na turma, também era responsável pelas disciplinas de Ciências, História e Geografia, vislumbrou a possibilidade de articular diferentes conteúdos, ocupando, para tanto, as aulas das referidas disciplinas no mesmo dia. As aulas foram planejadas seguindo as fases da modelagem matemática (inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação), conforme indica o Quadro 1.

Aula(s)	Encaminhamentos planejados	Fase(s) de uma atividade de modelagem
1	Discussão histórica e geográfica para familiarizar os alunos com o tema pipoca.	Inteiração
	Organização dos alunos em três grupos – um com quatro integrantes (G1) e dois com cinco integrantes (G2 e G3) – para a observação e a manipulação de grãos de pipoca <i>in natura</i> .	
2	Discussões e registros nos grupos para resolver a situação-problema utilizando conceitos matemáticos e das outras disciplinas.	Matematização
3 e 4	Dedução de um modelo para os alunos estourarem pipoca para todos degustarem um copo.	Resolução
5	Preparação da quantidade de pipoca <i>in natura</i> a ser estourada para que todos degustassem um copo de pipoca estourada.	Interpretação dos resultados e validação

Quadro 1 - Organização das aulas e fases da modelagem matemática na atividade Pipoca

A escolha da temática *Produção de pipocas* está ancorada no fato de a professora, que doravante nos referimos por PROF, entender que os alunos iriam se interessar em manusear e



estourar grãos de pipocas em uma pipoqueira elétrica, configurando um novo ambiente educacional e, de antemão, antecipou um problema a ser investigado – Quantos gramas de grãos devemos estourar para que todos possam comer um copo de pipocas? Essa escolha também está respaldada no fato de que poderiam emergir conteúdos presentes na matriz curricular em estudo, como medidas de massa e de volume.

Para a realização da investigação, os pais ou responsáveis assinaram um termo livre e esclarecido, autorizando a coleta de dados que seria feita por meio de gravações de áudio e vídeo, bem como dos registros escritos dos alunos, desde que mantido o anonimato dos alunos, que são referenciados no corpo do texto pela letra E e um número que os diferenciavam, ou seja, utilizamos E1, E2, ..., E14. Eventualmente, a palavra *Alunos* foi utilizada quando mais de um aluno respondiam juntos. A direção da escola também autorizou o desenvolvimento da atividade. Os dados obtidos por meio das gravações em áudio foram transcritos na íntegra para que, posteriormente, fossem selecionados excertos significativos das falas dos alunos para as análises; imagens capturadas nos vídeos ou em fotografias se fizeram necessárias para a análise dos gestos que os alunos, por ventura, pudessem utilizar na produção dos diagramas; os registros escritos foram utilizados para a análise da notação matemática empregada pelos alunos.

Diante do interesse em trazer reflexões para a questão de pesquisa - *Que matemática é percebida pelos alunos de uma turma do 5.º ano do Ensino Fundamental ao produzir diagramas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com a temática produção de pipocas?* - empregamos uma análise de cunho qualitativo e interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994), pautada na contextualização teórica e inspirada no processo de triangulação (Tuzzo & Braga, 2016).

Em um processo de triangulação, consideram-se três elementos primordiais que, metaforicamente, estruturam um triângulo. Os elementos são caracterizados por objeto, sujeito e fenômeno. Para Tuzzo e Braga (2016, p. 152), “a partir dos vértices *objeto, sujeito e fenômeno*, com importância fundante ao *metafenômeno*”, se configuram e se subsidiam os resultados da pesquisa. No caso da nossa investigação, os sujeitos são os alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental, os diagramas produzidos no desenvolvimento da atividade de modelagem correspondem ao objeto investigado e a matemática percebida na produção dos diagramas corresponde ao fenômeno em estudo. Os diálogos subsidiados no quadro teórico estabelecido para a pesquisa correspondem ao metafenômeno, conforme movimento analítico apresentado no próximo tópico.

Resultados e sua discussão

A inteiração com a temática *Produção de pipoca* foi encaminhada com toda a turma, em que os alunos responderam algumas perguntas feitas pela professora. Para a observação dos grãos de pipoca e as trocas de ideias, os alunos foram organizados em três grupos – G1, G2 e G3, com quatro, cinco e cinco integrantes, respectivamente. Cada grupo recebeu uma amostra de grãos de pipoca *in natura* para que pudesse observar alguns aspectos, descrevendo-os. Para saber o que os alunos percebiam com o manuseio dos grãos de pipoca, a PROF percorria os grupos fazendo questionamentos. O excerto a seguir corresponde às discussões implementadas em um dos momentos de intervenção da PROF no G1, formado por E4, E5, E13 e E14:



PROF: Que formato tem essa pipoca antes de estourar?

E4: Redondinha.

PROF: Esse formato tem um nome específico?

E13: Milho.

PROF: Imagina esse milho, ele tem formato de que? Vamos puxar esse formato para a matemática, ele tem formato de quê?

E13: Bolinha.

PROF: Como a gente chama bolinha em conceito de matemática? [...]

E14: Esfera.

PROF: Ah, uma esfera, por que? A esfera representa o que no nosso dia a dia?

E13: Uma bola, uma bolinha.

PROF: Então a pipoca tem a forma de uma esfera, que é uma figura tridimensional.

Na fase de inteiração, por meio de questionamentos feitos pela professora, os alunos associaram o formato do grão de pipoca com uma esfera, por meio de analogia e experimentação empírica com o grão de pipoca, a partir de suas experiências relativas ao formato da bolinha. Em um ato perceptivo, a associação do formato do grão de pipoca foi feito por meio da palavra bolinha, porém as intervenções da professora permitiram um refinamento na linguagem matemática trazendo à tona o objeto matemático esfera, no contexto de uma figura tridimensional, como revelado pela PROF aos alunos. O que podemos conjecturar é que a professora considerou a caracterização feita pelos alunos, porém imprimiu a inserção da nomenclatura utilizada no contexto matemático.

Atrair o formato do grão à esfera trata-se de uma simplificação da realidade de modo que uma abordagem possa ser realizada, ou seja, identificar na situação, uma abordagem “passível de análise matemática” (Stillman, 2015, p. 42). De fato, a professora tinha o objetivo de abarcar matemática a partir da observação de um objeto físico e, para tanto, houve necessidade de intervenção por meio de questionamentos para o avanço com o que tinha intenção de abarcar. No momento em que os alunos fizeram a associação do grão de pipoca a uma esfera, construíram um diagrama, pois relacionaram o grão de pipoca a esse objeto matemático, de modo a construir um novo significado para o grão de pipoca, relativo ao contexto matemático.

Na transcrição anterior, no momento que a PROF questionou, *que formato tem a pipoca*, evidenciamos um interpretante imediato quando E13 respondeu *bolinha*, pois é a percepção que o aluno tinha daquele signo naquele momento em relação ao formato do grão de pipoca. Porém, quando a PROF questionou, no contexto matemático, os alunos definiram que se assemelhava a uma esfera, a partir da menção da palavra *esfera* por E14.

O fato de a PROF mencionar a palavra matemática já produziu um efeito na mente do intérprete (E14) em que se fez associação ao objeto físico – grão de pipoca – a um objeto matemático. Por meio das interações dos alunos, podemos evidenciar o modelo perceptivo triádico de Peirce – *percepto*, *percipuum* e *juízo perceptivo* – com relação ao objeto matemático. O *percepto* sendo o grão de pipoca, o *percipuum* pela fala do aluno “bolinha” e o *juízo perceptivo* por meio da questão da PROF. A percepção da matemática neste contexto, foi se delineando com as intervenções da PROF.

Prosseguiu-se o encaminhamento da atividade, com vistas à definição de um problema a ser investigado e que, embora já constasse no planejamento da PROF, era intuito que emergisse



dos diálogos com os alunos. Dessa forma, depois de todos os grupos terem manipulado os grãos de pipoca, foram feitos os questionamentos com a turma toda:

PROF: Não tem a quantidade que tem lá dentro? [referindo-se à quantidade de grãos de pipoca em um pacote]

E14: Não.

PROF: Não?

E9: Tem, alguns têm 500.

PROF: 500 o quê?

E9: Gramas.

PROF: Então como a gente mede a pipoca?

Alunos: Gramas.

E9: Aqui tem 600 gramas.

PROF: Aqui onde?

E9: No caderno.

PROF: Ah, no seu caderno. Então a pipoca é medida em gramas, gramas é medida do quê? Vocês sabem?

[Alunos em silêncio]

PROF: Gramas é a unidade de medida de massa, ou seja, a massa que tem naquele saquinho, certo?

Quando a PROF mencionou “*gramas é medida do quê?*” e depois definiu “*Gramas é a unidade de medida de massa, ou seja, a massa que tem naquele saquinho*”, os alunos construíram diagramas referentes à unidade de medida de massa, tanto por meio de analogia com o caderno de E9 (Figura 3) quanto em relação à experimentação na manipulação do pacote de grãos de pipoca. Os alunos definiram, a partir de um objeto físico, um representámen e um interpretante cognitivamente, ou seja, criaram novas relações referentes ao objeto, no caso saquinho de grãos de pipoca, para construir a ideia do que seja o objeto matemático gramas.



Figura 3. E9 evidenciando a indicação gramas na capa do caderno

Quando E9 evidenciou que o caderno também tem massa em gramas, podemos considerar que este estabeleceu novas relações para o objeto matemático – unidade de medida de



massa – representado pela palavra gramas, construindo assim um diagrama, que se referiu ao caderno como algo que também representava tal objeto matemático. Podemos inferir que ocorreu uma semiose, que corresponde ao “processo pelo qual o signo tem um efeito cognitivo sobre o intérprete” (Nöth & Santaella, 2017, p. 53).

Ao perceber a presença da unidade de medida em outro objeto físico, podemos evidenciar que o E9 conjectura o que é grama, fazendo relações da definição com a massa do caderno. Com isso, entendemos que o objeto matemático relacionado à palavra grama passou a fazer parte da sua realidade de forma cognitiva, em que se começou a estabelecer relações para evidenciá-lo em outros contextos.

Os questionamentos feitos a todos os alunos da turma permitem fazermos uma associação ao modelo perceptivo triádico de Peirce. O *percepto* é a relação da massa contida no saquinho de pipoca, o *percipuum* é a relação da medida de massa com o caderno e o *juízo perceptivo* está associado a perceber a unidade de massa em outro objeto físico. Para Santaella (2004, p. 51) “perceber é algo externo a nós. Mas não podemos dizer nada sobre aquilo que é externo, a não ser pela mediação de um julgamento perceptivo”.

De posse dessa percepção da unidade de medida da pipoca, uma primeira ação para o desenvolvimento da atividade foi determinar a massa de grãos que cabe no medidor da pipoqueira, visto que a PROF tinha como objetivo trazer uma solução para o problema (Quantos gramas de grãos devemos estourar para que todos possam comer um copo de pipocas?), conforme excerto transcrito a seguir:

PROF: Será que eu consigo estourar esse saco aqui de uma vez só? [apresenta uma embalagem de 500g].

Alunos: Não!

PROF: Por que?

Alunos: Porque é muito grande!

E7: Porque é muita pipoca para colocar aí dentro.

PROF: Mas como eu sei quanto de pipoca eu vou colocar aqui dentro?

E6: Tem que medir nessa tampinha. [se referindo ao medidor presente na pipoqueira elétrica]

PROF: E como é que eu vou saber quanto cabe aqui?

E14: Na balança.

Na fase de matematização, em que discussões empreendidas em linguagem natural passaram a ser estruturadas em linguagem matemática, houve necessidade de realizar uma experimentação em busca de dados quantitativos para chegar a uma solução para o problema em estudo. Os alunos, então, identificaram que os grãos de pipoca deveriam ter suas massas aferidas na balança, em gramas, de forma que pudessem padronizar esta situação, ou seja, para que a partir deste evento – estourar uma amostra de grãos de pipoca –, eles poderiam se programar para situações futuras, como estourar pipoca para todos os alunos da turma. Ou seja, aferir a massa de grãos para uma determinada porção de pipoca a ser estourada, permitiria aos alunos fazerem algumas previsões antes mesmo de estourar um pacote todo. Assim, o que se fazia necessária era a elaboração de uma hipótese para a investigação em que se debruçaram. Para



isso, a PROF disponibilizou uma balança, grãos de pipoca e solicitou aos alunos que enchessem o medidor da pipoqueira (Figura 4).



Figura 4. Materiais utilizados para coleta de dados

Os alunos, juntamente com a professora, aferiram a massa dos grãos presentes em um medidor para a pipoqueira e obtiveram a medida de 50 gramas. A partir dessa experiência, podemos inferir que os alunos construíram relações entre os grãos de pipoca e, por meio da construção de diagramas que são expressos nas falas, explicitaram “a necessidade de apresentar relações” (Bakker & Hoffmann, 2005, p. 340).

Seguindo orientações da professora sobre a necessidade de registrar a coleta de dados que estavam realizados, os alunos representaram por meio de signos escritos (Figura 5), as informações. Como estavam com a balança em mãos, além de aferirem a massa de pipocas que correspondia à medida do recipiente da pipoqueira, também aferiram a massa do próprio recipiente, bem como anotaram a quantidade de massa presente no pacote de pipocas. Essa ação pode estar atrelada ao fato de os alunos estarem fazendo uso da balança e aferir a massa do que utilizaram.

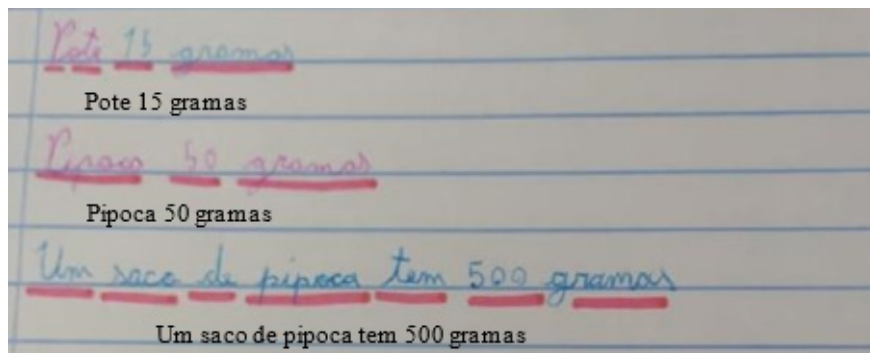


Figura 5. Registro dos alunos de G1 para a atividade



Os alunos, com a ajuda da professora, estouraram 50g de pipocas, obtendo, ao final, 43g de pipoca estourada. Além de os alunos observarem que a massa dos grãos estourados, que viraram pipoca, ficou mais leve, perceberam que estes passaram a ocupar um espaço maior – ter um maior volume. Com isso, empreenderam-se encaminhamentos para responder a outro problema – *Um copo de grãos rende um copo de pipoca estourada? Como podemos comparar?* Dessa forma, os alunos perceberam, visualmente, que não conseguiam mais colocar a quantidade inicial de pipoca que foi estourada no medidor. Isso ficou evidente na transcrição a seguir, em que discutiram com a PROF tal situação:

PROF: [...] agora deixa eu ligar a pipoqueira aqui, pra gente poder estourar. Então está aqui a bacia e nós vamos estourar 50 gramas de pipoca. Vocês anotaram aí certinho? Vou colocar a quantia do potinho aqui dentro, tampar e vai estourar.

E1: Que diferente, nunca tinha visto uma dessa.

PROF: Ela não precisa de óleo, ela é saudável, ela estoura no calor, quando esquenta, só com o calor. A gente coloca o óleo na panela para não grudar a pipoca, aqui não precisa. Olha ela girando e esquentando. Olha já começou a estourar. Ela estourou tudo e jogou aqui na bacia. Vocês estão vendo aqui na bacia?

Alunos: Sim.

PROF: Isso aqui são 50 gramas de pipoca estourada. Ela cabe aqui de volta? [apontando para o copo medidor da pipoqueira].

Alunos: Não!

PROF: Olha eu vou pegar aqui para a gente comparar. O que que aconteceu?

E1: Ela ficou grande.

PROF: O que aconteceu, a gente colocou o milho no calor e o que aconteceu?

Alunos: Estourou.

PROF: Estourou e virou o quê?

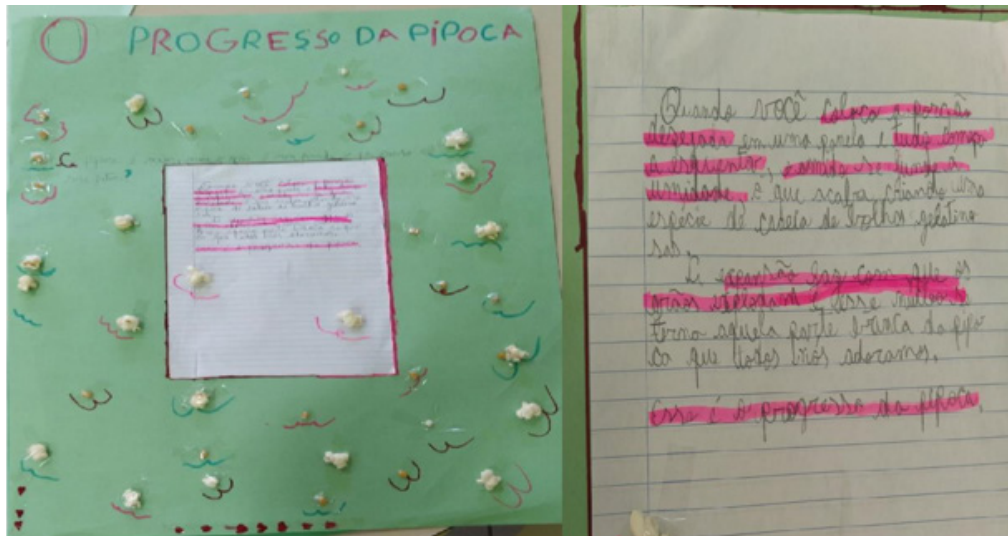
Alunos: Pipoca.

PROF: Ficou do mesmo tamanho?

Alunos: Não.

Podemos evidenciar, na transcrição supracitada, que os alunos construíram diagramas referentes ao objeto matemático volume. De acordo com Franco e Borges (2017), os signos são resultado da semiose baseada em experiências vivenciadas pelo indivíduo. Os alunos vivenciaram o que é um espaço ocupado, no caso o volume que os grãos ocuparam e o volume que estes mesmos grãos ocuparam depois de estourados, quando viraram pipoca. Com isso, observaram que o espaço ocupado mudou, que os grãos de pipoca, depois de serem aquecidos na pipoqueira estouraram e mudaram sua forma, massa e volume.

Para explicar o processo de transformação do grão em pipoca e que suas características mudaram em relação à textura, forma, massa e volume, os alunos do G2 construíram um cartaz (Figura 6). Neste novo diagrama, os alunos construíram cognitivamente um conhecimento não matemático, que se referia ao processo de estourar a pipoca, pois quando o grão de pipoca foi aquecido, ocorreu um processo de ebulição na água que se encontrava em seu interior e o amido se fundiu, ocasionando o rompimento da casca e formando a pipoca.



Quando você coloca a porção desejada em uma panela e tudo começa a esquentar, o amido se funde à umidade, o que cria criando uma espécie de cadeia de bolhas gelatinosas. A expansão faz com que os grãos explodam e esse núcleo se torna aquela parte branca da pipoca que todos nós adoramos. Esse é o progresso da pipoca.

Figura 6. Cartaz produzido pelos alunos do G2

Os alunos observaram que, a quantidade de 50g de grãos, que ocupava o espaço do medidor, depois de estourados passaram a ocupar o espaço de dois copos e meio, que são bem maiores que o medidor, com isso, estabeleceram a hipótese: se 50g rendem dois copos e meio, 100g irão render dois copos e meio mais dois copos e meio, totalizando 5 copos. Na Figura 7 podemos observar o copo utilizado na coleta de dados, bem como o registro de como os alunos construíram cognitivamente a relação que fizeram entre a quantidade de milho de pipoca que a pipoqueira estourou por vez (50g), com a quantidade total que precisa ser estourada para que cada aluno da sala consuma um copo de pipoca. Então os alunos registraram 50g, mais 50g mais 50g e logo abaixo, por meio de desenhos dos copos, estabeleceram as quantidades de pipoca que estes representaram. Estas representações correspondem a diagramas semióticos, pois consistiram nas construções cognitivas que os alunos fizeram em relação à situação apresentada com conteúdos matemáticos.

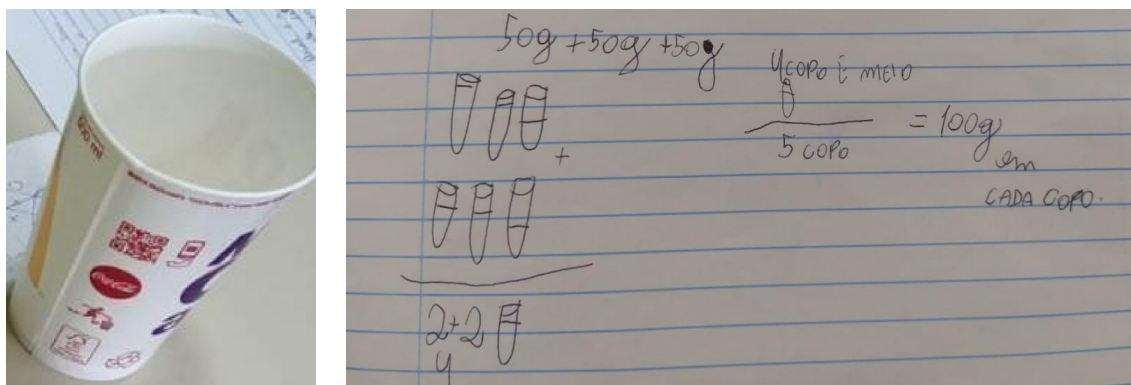


Figura 7. Copo utilizado e registro dos alunos analisando a quantidade de pipoca estourada

De acordo com os diagramas apresentados na Figura 7, os alunos concluíram que 200 gramas encheriam 10 copos; 300 gramas, 15 copos. Essa quantidade iria satisfazer a todos os alunos neste dia, sendo que estavam presentes 14 alunos na sala de aula, mais a PROF, totalizando 15 pessoas. Portanto, chegaram à conclusão que seriam necessários estourar 300 gramas de pipoca. Podemos evidenciar que os alunos utilizaram a representação do algoritmo da adição, utilizaram representações numéricas e representações dos copos por meio de desenhos, bem como o sinal de igualdade para relacionar a quantidade 100 gramas com 5 copos de pipoca estourada.

Este diagrama figural estrutura um modelo que os alunos construíram para solucionar o problema inicial. De acordo com Tortola (2016), os modelos matemáticos construídos nos anos iniciais podem ser diversificados em relação à sua apresentação, pois os alunos utilizam as linguagens que dominam para representá-lo. Assim, associando todas as informações levantadas pelos alunos podemos evidenciar o modelo perceptivo triádico de Peirce no qual o *Percepto* corresponde às características do grão de pipoca, o *Percipuum* ao fato de 50 gramas ocuparem o espaço do medidor da pipoqueira e o *Juízo Perceptivo* a conclusão da quantidade que seria estourada para cada aluno comer um copo de pipoca.

Para validar a situação apresentada pelos alunos, a PROF estourou 300 gramas de pipoca, para confirmar se, de fato, encheria os 15 copos com pipoca. Havia dois pacotes de pipoca – de 500 gramas cada – e os alunos questionaram se seriam necessários os dois pacotes. Então, novamente a PROF mostrou a quantidade que estava descrita na embalagem e questionou: *se fôssemos estourar 300 gramas seriam necessários estourar os dois pacotes?* Os alunos responderam que não e que poderíamos utilizar 300 gramas de um dos pacotes e ainda sobriam.

Seguindo o que foi sugerido, a PROF estourou de 50 em 50 gramas os grãos de pipoca, e os alunos foram somando oralmente, 50 mais 50 até chegar nos 300 gramas. Em seguida, as pipocas estouradas foram transferidas para os copos. Os alunos auxiliaram na contagem dos copos e observaram que foram completados 16 copos e não 15, como haviam calculado.



PROF: Então chegamos à conclusão de que 50 gramas de grãos de pipoca dão quantos copos de pipoca estourada?

E4: Dois copos e meio.

PROF: Então quantas medidas de 50 gramas teremos que estourar para a sala inteira?

E8: Três.

PROF: Três? Quantos gramas eu preciso estourar?

E7: 300 gramas.

PROF: Quantos medidores então?

E4: Três.

PROF: Quantos gramas cabem aqui neste copinho?

E4: 50.

PROF: Então vou precisar de quantos?

E8: Três.

PROF: Três. $50 + 50$?

Alunos: 100.

PROF: Mais 50?

Alunos: 150.

PROF: Deu os 300?

E7: Não, daí precisa chegar no 300.

E8: Seis.

PROF: $50 + 50$ [mostrando nos dedos que são 2 vezes].

E14: 100.

PROF: Mais 50 [mostrando nos dedos 3 vezes].

Alunos: 150.

PROF: Mais 50 [mostrando nos dedos 4 vezes].

Alunos: 200.

PROF: Mais 50 [mostrando nos dedos 5 vezes].

Alunos: 250.

PROF: Mais 50 [mostrando nos dedos 6 vezes].

Alunos: 300.

PROF: Então teremos que estourar 6 potinhos deste aqui [mostrando o medidor cheio de grãos de pipoca] de pipoca, certo?

Alunos: Sim.

PROF: Vamos estourar então?

Alunos: Mas vai caber tudo aí dentro?

PROF: Temos que estourar um de cada vez, e colocar na bacia. Eu vou conseguir estourar os seis de uma vez?

Alunos: Não.

Na Figura 8, podemos observar diagramas construídos pela PROF durante a explicação feita para os alunos: *1, 2, 3, 4, 5 e 6 vezes a quantidade do medidor cheio (50 gramas) de grãos de pipoca, totalizando 300 gramas de grãos de pipoca necessários para a validação*. A ação da PROF estava em consonância com as assertivas de Kadunz (2016, p. 119), de que “diagramas são construídos seguindo certas regras e podem, assim, mostrar relações”.



Figura 8. Contagem feita pela professora da quantidade de medidores para a atividade Pipoca

O objeto matemático proporção subsidiou a abordagem matemática para o desenvolvimento da atividade de modelagem sobre a temática produção de pipocas. Todavia, para empreender tal abordagem, conteúdos matemáticos foram percebidos pelos alunos no encaminhamento orientado pela professora a cada problema que emergiu.

Na inteiração com a situação-problema a ser abordada, conteúdos matemáticos como esfera e unidade de medida de massa foram percebidos por meio de *analogia* e *experimentação*. Ao manipularem grãos de pipoca, os alunos realizaram experimentação com esse objeto físico e o conhecimento colateral com o formato da esfera fez com que associassem por analogia o grão a uma expressão de uso cotidiano para esse nível de escolaridade – *bolinha*. No que compete à percepção da unidade de medida, por meio da experimentação com as informações presentes no pacote de pipoca, um dos alunos fez analogia às informações presentes na capa do seu caderno.

A matematização foi subsidiada, essencialmente, pela experimentação, em que o acesso ao objeto matemático volume foi conferido ao estourarem grãos de pipoca *in natura* e observarem o espaço ocupado pelas pipoca estouradas. Com a distribuição das pipocas estouradas nos copos em que seriam servidas, os alunos estabeleceram uma hipótese – 50g de grãos rendem 2,5 copos de pipocas – que subsidiou a dedução do modelo matemático para a situação.

Partindo da hipótese supracitada, os alunos lançaram mão de proporção. Para isso, um modelo matemático subsidiado em diagramas figurais e por meio de algoritmos da operação da soma permitiram aos alunos manipularem cálculos matemáticos, na fase de resolução da atividade de modelagem.

Todavia, chegar a uma solução – 300 gramas, 15 copos –, a partir do modelo matemático deduzido, necessitou de uma validação para que os resultados fossem interpretados com a situação-problema. Para isso, foi necessário realizar experimentação em que 300 gramas de grãos de pipoca foram estourados. Porém, um impasse foi gerado quando se propôs a encher o recipiente da pipoqueira, em que a professora fez uso do recurso gestos para auxiliar na interpretação de que cada recipiente tinha 50g, sendo necessário realizar o procedimento de estourar as pipocas seis vezes. Ao estourar os grãos de pipoca foram obtidos 16 copos, ou seja, um a mais do que obtiveram por meio de cálculos matemáticos. Porém, os alunos se deram por satisfeitos, pois a solução do problema que realizaram atendeu a todos os presentes na sala de aula.



Conclusões

Ao desenvolver a atividade de modelagem matemática, inferimos sobre a matemática percebida pelos alunos de uma turma do 5.º ano do Ensino Fundamental ao produzir diagramas. Analisando os registros escritos, orais e gestuais produzidos no desenvolvimento da atividade, evidenciamos que os alunos estavam estabelecendo as regras matemáticas a respeito da temática produção de pipoca, a partir de ações para apresentar soluções para os problemas que foram emergindo até chegar à solução para o problema antecipado pela professora: Quantos gramas de grãos devemos estourar para que todos possam comer um copo de pipocas?

As regras matemáticas presentes nas respostas dos alunos, a partir das intervenções da professora, fizeram emergir objetos matemáticos como esfera, unidade de medida de massa, conceito de volume e proporcionalidade. A emergência desses objetos também foi percebida pelos alunos nos encaminhamentos vivenciados por meio de analogias, experimentações e intervenções na linguagem matemática feita pela professora ao estourar pipoca, de modo a descrever como interpretam o que experimentam, visto que a “percepção transforma suas experiências em informações compreensíveis e gerenciáveis” (Hall & Lingefjärd, 2017, p. 444).

O manuseio dos grãos de pipoca, por experimentação, permitiu que os alunos simplificassem seu formato para um objeto matemático, por meio de analogia. De imediato, o interpretante produzido foi a partir da palavra bolinha que é recorrente na linguagem usual dos alunos, mas no âmbito da matemática esse termo corresponde a uma figura tridimensional – esfera – sob a qual a professora fez algumas explicações que possibilitou complementar o repertório dos alunos.

Porém, as esferas juntas podem ser medidas por meio da unidade de massa – gramas – e comercializadas em saquinhos com 500g. A palavra gramas veio à mente dos alunos quando a professora perguntou sobre como medir esses grãos para saber a quantidade que caberia no medidor da pipoqueira elétrica. Conjecturamos que a presença da balança pode ter influenciado a percepção dos alunos neste questionamento, porém estavam atentos também a outros objetos que apresentavam essa unidade de medida, como o caderno que E9 tinha em mãos e que continha na capa a sua gramatura.

A partir da experimentação de estourar os grãos de pipoca existentes no medidor da pipoqueira, os alunos então perceberam que as pipocas estouradas adquiriram novo formato e tamanho, além de diminuir a massa. Salvo às considerações físicas dessa transformação, o objeto matemático volume esteve presente e foi percebido a partir da dimensão sensória visual do espaço ocupado pelo montante da pipoca estourada. De fato, esse montante não caberia mais no medidor da pipoqueira.

Considerando a hipótese de que 50g de grãos rendem 2,5 copos de pipocas, ideias de proporcionalidade foram requeridas para que os alunos determinassem a quantidade de 300g a serem estourados para se obter 15 copos para servir a todos que estavam na sala de aula naquele dia – 14 alunos e a professora. Porém, na validação prática, obtiveram ao final 16 copos, um resultado próximo da estimativa que realizaram.

Levando em consideração a potencialidade da atividade de modelagem sob a temática produção de pipocas, trata-se de oportunizar, a partir de uma situação que permite “uma mudança no ambiente



do espaço escolar” (Fernandes & Tortola, 2021, p. 2087), o raciocínio, a representação, a comunicação e a argumentação de ordem matemática e não matemática subsidiadas na situação-problema investigada. Essas oportunidades são almejadas nos documentos oficiais que regem a Educação Básica brasileira. Além disso, no desenvolvimento da atividade de modelagem foi possível ouvir as considerações e conhecimentos dos alunos quanto ao que era questionado pela professora, bem como ao que estava presente ao redor, como o caderno que tinha em sua capa a palavra grammas.

Ao dar a oportunidade de os alunos se expressarem, a professora pode implementar nomenclaturas para os objetos matemáticos construídos mentalmente – interpretantes – e explicitados pelos alunos na linguagem usual presente nesse nível de escolaridade.

Cabe destacar a necessidade de refinamento do registro escrito dos alunos, visto que a abordagem foi mais dialogada. Para tanto, a professora poderia ter requerido esse procedimento de modo que revelassem características e aspectos dos objetos matemáticos por meio de signos escritos. Todavia, como se tratava da primeira atividade de modelagem desenvolvida com os alunos, a organização e a estruturação de um relatório escrito não era algo que fazia parte do contexto diário. Porém, enquanto resultado da pesquisa de mestrado da primeira autora, é evidente que o hábito de registrar de forma escrita foi evoluído com a familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática.

Contribuições dos autores

Conceptualização: SCPP, NM e KAPS; Metodologia: SCPP, NM e KAPS; Software: N/A (não aplicável); Validação: SCPP, NM e KAPS; Análise formal: SCPP, NM e KAPS; Investigação: SCPP, NM; Recursos: SCPP, NM; Curadoria de dados: SCPP, NM e KAPS; Escrita - Esboço original: SCPP, NM e KAPS; Escrita - Revisão & Edição: NM e KAPS; Visualização: SCPP, NM e KAPS; Supervisão: KAPS; Gestão do projeto: SCPP e KAPS.

Referências

- Almeida, L. M. W., Silva, K. A. P., & Brito, D. S. (2022). Interface didática entre modelagem matemática e semiótica. *Bolema*, 36(73), 777-800.
- Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.
- Bakker, A., & Hoffmann, M. H. G. (2005). Diagrammatic reasoning as the basis for developing concepts: A semiotic analysis of students' learning about statistical distribution. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 333-358.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.



- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Borromeo Ferri, R. B. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Picassoplatz, Switzerland: Springer, 2018.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília: MEC / Secretaria de Educação Básica.
- D'Ambrosio, U. (2022). Prefácio. In: R. C. Bassanezi. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.
- English, L. D. (2010). Young children's early modelling with data. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 24-47.
- English, L. D. (2016). Developing early foundations through modeling with data. In C. Hirsch (Ed.), *Annual perspectives in mathematics educations: Mathematical Modeling Mathematics* (pp. 187-195). NCTM.
- English, L. D. (2022). Fifth-grade Students' Quantitative Modeling in a STEM Investigation. *Journal for STEM Education Research*, 5, 134-162.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical Modelling with Young children. In J. HØines & A. B. Fuglestad. (Eds.), *The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (pp. 335-342). Bergen.
- Fernandes, A., & Tortola, E. (2021). Ludicidade em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental. In M. Rosa & V. F. Neto, *Anais eletrônicos...* (pp. 2075-2089). SBEM.
- Franco, J. R., & Borges, P. M. (2017). O conceito de diagrama em Peirce: uma leitura semiótica para além da gramática especulativa. *Cognitivo*, 14(1), 45-54.
- Hall, J., & Lingefjård, T. (2017). *Mathematical Modeling: applications with GeoGebra*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Kadunz, G. (2016). Diagrams as Means for Learning. In A. Sáenz-Ludlow, & G. Kadunz. (Org.), *Semiotics as a Tool for Learning Mathematics* (pp. 111-126). Sense Publishers.
- Meyer, J. F. C., Caldeira, A. D., & Malheiros, A. P. S. (2021). *Modelagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The learning and teaching of mathematical modelling*. London, New York: Routledge.
- Nöth, W., & Santaella, L. (2017). *Introdução à Semiótica*. São Paulo: Paulus.
- Nunomura, A. R. T. (2021). *Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar para os registros de representação semiótica*. 2021. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina.
- Palma, R. M. (2019). *Manifestações da criatividade em modelagem matemática nos anos iniciais*. 2019. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina.
- Peirce, C. S. (1972). *Semiótica e filosofia: textos escolhidos*. São Paulo: Cultrix.
- Peirce, C. S. (2005). *Semiótica*. São Paulo: Perspectiva.
- Pelaquim, S. C. P. (2023). *Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma interpretação dos diagramas semióticos*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina.
- Ramos, D. C. (2021). Atividades de modelagem matemática: um olhar para os diagramas construídos. In L. M. W. Almeida, K. A. P. Silva & M. R. D. Veronez (Org.), *Elementos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática* (pp. 133-148). Livraria da Física.



- Santaella, L. (2000). *Estética: de Platão a Peirce*. São Paulo: Experimento.
- Santaella, L. (2004). *A teoria geral dos signos: como as linguagens significam as coisas*. São Paulo: Pioneira.
- Santaella, L. (2005). *Matrizes da linguagem e pensamento: sonora visual verbal: aplicações na hipermídia*. São Paulo: Iluminuras: FAPESP.
- Santaella, L. (2008). *O que é semiótica?* São Paulo: Brasiliense.
- Santaella, L. (2012). *Percepção: fenomenologia, ecologia, semiótica*. São Paulo: Cengage Learning.
- Silva, K. A. P., & Almeida, L. M. W. (2017). Percepção da Matemática em atividades de modelagem matemática. *VIDYA*, 37(1), 109-125.
- Silva, L. M., & Veronez, M. R. D. (2021). Modelagem Matemática: Uma interpretação a partir de lentes Semióticas. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 10(23), 263-282.
- Soares, M. R., Iglioni, S. B. C., Alencar, E. S., & Gualandil, J. H. (2021). As pesquisas acadêmicas sobre modelagem matemática na educação matemática (de 1979 a 2015): compreensões das áreas de educação e ensino da CAPES. *Alexandria*, 12(1), 139-163.
- Stender, P. (2018). The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM*, 50(1-2), 315-326.
- Stillman, G. (2015). Problem Finding and Problem Posing for Mathematical Modelling. In L., N. Hoe & N. K. E. Dawn (Eds.), *Mathematical Modelling: from theory to practice* (pp. 41-56). World Scientific Publishing.
- Tortola, E. (2016). *Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Londrina: Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.
- Triguero, L. F., & Kato, L. A. (2022). Articulações entre os significados denotativos e conotativos para o conceito de proporção: uma experiência com Modelagem Matemática nos anos iniciais. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 13(2), 1-25.
- Tuzzo, S., & Braga, C. (2016). O processo de triangulação da pesquisa qualitativa: o metafenômeno como gênese. *Revista Pesquisa Qualitativa*, 4(5), 140-158.
- Yoon, C., & Miskell, T. (2016). Visualising cubic reasoning with semiotic resources and modeling cycles. In A. Sáenz-Ludlow & G. Kadunz. (Org.), *Semiotics as a tool for learning mathematics: How to describe the construction, visualization, and communication of mathematical concepts* (pp. 89-109). Sense Publishers.