



O ensino da cônica parábola: uma abordagem via Categorias Intuitivas e Teoria das Situações Didáticas

The teaching of conic parabola: an approach via Intuitive Categories and Theory of Didactic Situations

La enseñanza de la cónica parábola: un abordaje a través de las Categorías Intuitivas y la Teoría de las Situaciones Didácticas

Renata Teófilo de Sousa

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, Brasil
rtsnaty@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-5507-2691>

Francisco Régis Vieira Alves

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, Brasil
fregis@ifce.edu.br
<http://orcid.org/0000-0003-3710-1561>

Ana Paula Aires

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal
CIDTFF—Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, Aveiro, Portugal
aares@utad.pt
<https://orcid.org/0000-0001-8138-3776>

Paula Maria Machado Cruz Catarino

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, Portugal
pcatarin@utad.pt
<https://orcid.org/0000-0001-6917-5093>

Resumo

Este trabalho resulta de um experimento realizado no decorrer de um curso de mestrado no Brasil que discute o ensino da parábola e suas particularidades na formação inicial de licenciandos em Matemática. Com relação ao ensino das cônicas e, em particular, a parábola pelo viés da Geometria Analítica, poucas são as aplicações vistas em sala de aula, tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior no contexto brasileiro, o que justifica nossa escolha por este tema. Utilizamos como aporte teórico a Teoria das Situações Didáticas e as Categorias do Raciocínio Intuitivo na estruturação de uma situação de ensino destinada ao desenvolvimento do tema. Seu objetivo é reconhecer possíveis obstáculos didáticos e lacunas do estudante em formação inicial, com base na manifestação de categorias intuitivas na resolução de uma



situação didática com amparo do *software* GeoGebra. A metodologia adotada foi a Engenharia Didática em suas quatro fases, experimentada com oito estudantes em formação inicial de uma universidade pública no formato presencial. A análise *a posteriori* e validação do experimento, a partir da observação e coleta de dados, nos permitiu averiguar a necessidade de se discutir a parábola, articulando suas visões geométrica, algébrica e analítica no currículo, bem como reforçar a importância de seu ensino com uso da tecnologia.

Palavras-chave: Parábolas; Teoria das Situações Didáticas; Categorias do Raciocínio Intuitivo; Formação Inicial de Professores; GeoGebra.

Abstract

This work is the result of an experiment carried out during a master's course in Brazil, which discusses the teaching of the parable and its particularities in the initial training of undergraduate students in Mathematics. With regard to the teaching of conics and, in particular, the parable from the perspective of Analytical Geometry, there are few applications seen in the classroom, both in Basic Education and in Higher Education in the Brazilian context, which justifies our choice for this theme. We used the Theory of Didactic Situations and the Categories of Intuitive Reasoning as a theoretical support in the structuring of a teaching situation to the development of the theme. Its objective is to recognize possible didactic obstacles and student gaps in initial training, based on the manifestation of intuitive categories in the resolution of a didactic situation with the support of the GeoGebra software. The methodology adopted was Didactic Engineering in its four phases, experimented with eight students in initial training at a public university in face-to-face format. The *a posteriori* analysis and validation of the experiment, based on observation and data collection, allowed us to verify the need to discuss the parable, articulating its geometric, algebraic, and analytical views in the curricula, as well as to reinforce the importance of its teaching with the use of technology.

Keywords: Parabolas; Theory of Didactic Situations; Categories of Intuitive Reasoning; Initial Teacher Training; GeoGebra.

Resumen

Este trabajo es el resultado de un experimento realizado durante un curso de maestría en Brasil, que discute la enseñanza de la parábola y sus particularidades en la formación inicial de estudiantes de graduación en Matemáticas. En cuanto a la enseñanza de las cónicas y, en particular, de la parábola en la perspectiva de la Geometría Analítica, se ven pocas aplicaciones en el aula, tanto en la Educación Básica como en la Educación Superior en el contexto brasileño, lo que justifica nuestra elección por este tema. Utilizamos la Teoría de las Situaciones Didácticas y las Categorías del Razonamiento Intuitivo como soporte teórico en la estructuración de una situación de enseñanza destinada al desarrollo del tema. Su objetivo es reconocer posibles obstáculos didácticos y vacíos de los estudiantes en la formación inicial, a partir de la manifestación de categorías intuitivas en la resolución de una situación didáctica con el apoyo del *software* GeoGebra. La metodología adoptada fue la Ingeniería Didáctica en sus cuatro fases, experimentada con ocho estudiantes en formación inicial en una universidad pública en formato presencial. El análisis y validación *a posteriori* del experimento, a partir de la observación y la recolección de datos, permitió constatar la necesidad de discutir la parábola,



articulando sus visiones geométrica, algebraica y analítica en el currículo, así como reforzar la importancia de su enseñanza con el uso de tecnología.

Palabras clave: Parábolas; Teoría de las Situaciones Didácticas; Categorías del Razonamiento Intuitivo; Formación Inicial del Profesorado; GeoGebra.

Introdução

A cônica parábola possui relevância significativa no desenvolvimento de trabalhos em áreas como Arquitetura, Física, Engenharias, entre outras. Não obstante, seu estudo na Educação Básica, em particular no contexto brasileiro, tem sido explorado de forma puramente algébrica, sob enfoque fragmentado e pouco contextualizado, ocasionando obstáculos na aprendizagem em etapas de estudos subsequentes, como o Ensino Superior (Cerqueira, 2015; Siqueira, 2016; Vargas & Leivas, 2019). Com base nisso, realizamos um experimento na formação inicial, como forma de compreender algumas das dificuldades que permeiam o trabalho do futuro professor de matemática com este tema, suas particularidades e possibilidades de exploração com o *software* GeoGebra.

O *software* GeoGebra é um Ambiente de Geometria Dinâmica que permite a criação, visualização e manipulação de representações de conceitos matemáticos, tratando a Geometria, a Álgebra e o Cálculo de forma conectada, entre outras possibilidades, propiciando a descoberta de relações entre os objetos que compõem uma construção geométrica. Segundo Alves (2019), dado o potencial do *software* GeoGebra para a resolução de problemas, manipulação, visualização e compreensão de conceitos, o professor pode estimular o envolvimento do aluno em uma exploração dinâmica de propriedades numéricas, algébricas e geométricas, desenvolvendo a visualização, percepção e intuição, que são vertentes essenciais para a evolução da sua aprendizagem.

Este trabalho é um recorte de uma dissertação de mestrado realizada no Brasil, em que trazemos o estudo da parábola, buscando explorar e articular suas visões algébrica, geométrica e analítica com aporte do GeoGebra a partir da discussão de suas particularidades e da inter-relação entre tópicos da matemática que a abordam. Nesse sentido, traçamos como objetivo reconhecer possíveis obstáculos didáticos no ensino de parábolas e lacunas do estudante em formação inicial, com base na manifestação de categorias intuitivas na resolução de uma situação didática com amparo do *software* GeoGebra.

Para isso, a metodologia adotada foi a Engenharia Didática (ED) em suas quatro fases. Segundo Artigue (1988), a ED caracteriza-se como um esquema experimental que se baseia nas realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino. Utilizamos em conjunto a Teoria das Situações Didáticas (TSD) (Brousseau, 1986) dada a compatibilidade entre ED e TSD e o fato de ambas serem teorias de origem francófona. Além destas, adotamos também as Categorias do Raciocínio Intuitivo (CRI) (Fischbein, 1987) como base para a análise da interação do sujeito com o tema parábola associado à tecnologia e dos dados atinentes a esse processo. A TSD e a CRI foram necessárias para estruturar o experimento dentro da Engenharia Didática desenvolvida.



O experimento realizado teve como sujeitos oito estudantes do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública brasileira, no formato presencial e foi realizado nas dependências da universidade no primeiro semestre de 2022.

Contextualização teórica

Teoria das Situações Didáticas (TSD)

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) traz um modelo teórico que visa compreender a relação dialética estabelecida entre os atores principais em um sistema didático - o professor, o estudante e o saber, bem como o meio (*milieu*) em que a conjuntura de uma situação didática específica se desenvolve. Partindo disso, a TSD visa estimular o estudante a comportar-se como um pesquisador, onde, a partir de um conjunto de dialéticas, pode desenvolver-se e ser capaz de formular hipóteses e conceitos, ao passo que o docente fornece situações favoráveis para que este estudante, ao agir, transforme as informações em conhecimento para si mesmo.

Brousseau (2002) explica que a aprendizagem do estudante deriva de sua adaptação a um *milieu* imbricado de contradições, dificuldades e desequilíbrios. O conhecimento resultante desta adaptação manifesta-se por meio de novas respostas, que por sua vez fornecem evidências de aprendizagem. Assim, compreendemos que a autonomia do aluno é desenvolvida por meio da tomada de decisões, da reflexão e organização de ideias baseadas em seus conhecimentos prévios, desde que o *milieu* seja elaborado pelo professor de modo a produzir tais desequilíbrios e sua consequente busca pela compreensão e apreensão do conhecimento.

Segundo Brousseau (2002), a concepção, organização e planejamento de uma situação didática por si só demanda etapas em que o estudante se encontra sozinho diante do problema e busca resolvê-lo sem a intervenção direta do professor. Esta situação é denominada pelo autor como *situação adidática*, em que o estudante ao interagir com a situação-problema proposta consegue resolvê-la, sem nenhum auxílio ou resposta direta dada pelo professor, fazendo isso apenas com base em seus conhecimentos prévios e vivências. Vale frisar que as situações adidáticas são elaboradas para que coexistam com as situações didáticas, caracterizando e obedecendo a um processo didático pré-determinado por objetivos, métodos, recursos e conceitos.

A TSD organiza o processo de aprendizagem do estudante a partir de situações ou dialéticas, que são ação, formulação, validação e institucionalização, sendo as três primeiras consideradas a fase adidática. Sintetizamos estas dialéticas, de acordo com as ideias de Brousseau (2002):

- i) *Situação de ação*: o estudante, de posse do problema, busca em seus conhecimentos prévios e em sua interação com o *milieu* elementos que o auxiliem na busca de um caminho para seguir até à correta solução do problema proposto.
- ii) *Situação de formulação*: há uma troca de informações entre o aluno e o *milieu*. É o momento de expor as ideias de forma clara e verbalizada, no entanto, sem a obrigação de uso de linguagem matemática formal. O estudante traça estratégias e começa a se apropriar do conhecimento.



- iii) *Situação de validação*: o estudante apresenta sua estratégia de solução para os demais envolvidos e argumenta com base em seu raciocínio, verificando se suas conjecturas são válidas. Nesta etapa, o estudante tenta convencer os interlocutores sobre a veracidade, ou não, dos argumentos apresentados para a solução. É importante que se busque o uso de uma linguagem mais formalizada e mecanismos de prova.
- iv) *Situação de institucionalização*: aqui a figura do professor intervém, realizando uma síntese do que foi exposto nas etapas anteriores, de maneira formal e com linguagem matemática adequada, eliminando modelos contraditórios ou inadequados gerados no decorrer da fase adidática.

Ao analisar estas dialéticas na perspectiva de Brousseau (2002), tem-se que o momento em que o estudante constrói o conhecimento ocorre na situação adidática, que compreende as três primeiras fases da TSD, sendo esta elaborada para que o aluno interaja com um ambiente sem a intervenção do professor.

Para o desenvolvimento deste trabalho, interessamo-nos pelo percurso do raciocínio matemático no desenvolvimento das dialéticas da TSD. Durante muito tempo considerou-se que, em Matemática, o raciocínio devia ser concebido como uma apresentação de provas de modelo, ensinado pelo professor e fielmente reproduzido pelos alunos. Contudo, para os professores atualmente “o raciocínio como atividade mental não é uma simples recitação de uma prova memorizada” (Brousseau & Gibel, 2005, p. 14). Desta maneira, para construir um modelo de raciocínio matemático de um sujeito a partir da noção de situação, é necessária uma compreensão de que o raciocínio diz respeito a um domínio que não se restringe ao das estruturas formais, lógicas ou matemáticas, apesar de serem constituídos por um conjunto ordenado de afirmações ligadas, combinadas ou opostas umas às outras, respeitando certas restrições que podem ser explicitadas na solução de um problema (Brousseau & Gibel, 2005).

Conforme Brousseau (1997), um raciocínio pode ser caracterizado pelo papel que desempenha em uma situação, ou seja, por sua função nessa situação. Assim, tal função pode ser decidir sobre algo, informar, convencer ou explicar. Por essa óptica, a função de um raciocínio varia de acordo com o tipo de situação em que ocorre, tendo relação direta com o movimento dialético da TSD, ou seja, consoante é uma situação de ação, formulação ou validação. Assim, Brousseau e Gibel (2005) buscam distinguir os níveis de raciocínio matemático, considerados mais ou menos degenerados, e que se adaptam aos diferentes tipos de situações na TSD, como sintetizados a seguir:

- i) *Raciocínio de nível 1 (N1)*: pode ser caracterizado por um tipo de raciocínio que não é formulado como tal, entretanto pode ser atribuído ao sujeito com base em suas ações, e construído como um modelo dessa ação, sendo considerado como um modelo implícito relativo à situação de ação na TSD.
- ii) *Raciocínio de nível 2 (N2)*: pode ser considerado como um raciocínio incompleto do ponto de vista formal, com lacunas que podem ser, de modo implícito, preenchidas pelas ações do estudante em uma situação em que uma formulação completa não se justificaria. Este



tipo de raciocínio aparece em situações em que é necessária a comunicação, sendo relacionado à fase de formulação.

- iii) *Raciocínio de nível 3 (N3)*: pode ser definido como um raciocínio formal, global e concluído, baseado em um conjunto de inferências corretamente relacionadas, que fazem uma clara menção aos elementos da situação ou conhecimento considerado como compartilhado pela classe, mesmo que ainda não se postule que tal raciocínio seja absolutamente correto. O raciocínio deste nível é característico de situações de validação.

O problema apresentado ao aluno demanda soluções ou provas cuja validação pode ser dada de modo independente das circunstâncias didáticas em que o problema foi introduzido. “A solução padrão, ou seja, uma solução que poderia ser produzida pelo professor e que se espera do aluno, tem a forma de uma sequência de inferências (e cálculos), que está corretamente conectada, ou seja, conforme regras da lógica” (Brousseau & Gibel, 2005, p. 19).

Assim, podemos considerar que cada etapa do raciocínio é incorporada a justificativas lógicas e matemáticas consideradas padrão, em que sua validade e relevância parecem ser autônomas. Na proposta dos autores, a interpretação das soluções dos alunos deve levar em conta um sistema maior e mais complexo, caso seja a intenção do docente desafiá-los, instigá-los ou mesmo explicar por que tais formas de raciocínio, corretas ou não, foram produzidas. Desta maneira, recomenda-se que o professor considere os conhecimentos prévios do aluno para a construção do seu raciocínio em uma situação objetiva.

Categorias do Raciocínio Intuitivo (CRI)

No que concerne à intuição no âmbito educacional, voltada estritamente para a Matemática, esta tem sido pauta de discussões ao longo do tempo nos campos da Psicologia Cognitiva e na própria Educação Matemática (Pais, 1996; Kidron, 2011; Grande & Silva, 2013; Sousa, 2022). Podemos dizer que a intuição remete a um produto de representações que são feitas a partir da realidade e, nesse sentido, ela tem um papel auxiliar no processo de aprendizagem dos estudantes, que pode ser levado em consideração pelo docente.

Fischbein (1987) afirma ainda que o aprendizado de uma definição ou prova formal não determina absolutamente a maneira pela qual um aluno a entende e usa e, deste modo, “obstáculos à compreensão, equívocos e estratégias de solução inadequadas são, muitas vezes, o efeito de influências intuitivas” (p. 49). Em Matemática existem afirmações que aparentemente são aceitáveis, de maneira simples e direta, com certa naturalidade, enquanto em outros casos torna-se necessária uma demonstração ou prova lógica formal para que sua aceitação como verdade ocorra.

Acerca da categorização da intuição, Fischbein (1987) busca articular os diferentes tipos de intuição e sua relação com soluções de problemas, classificando-as no que ele denomina como Categorias do Raciocínio Intuitivo, que são: *intuições afirmativas*, *intuições conjecturais*, *intuições antecipatórias* e *intuições conclusivas*, descritas brevemente nos parágrafos subsequentes.



A primeira categoria refere-se às *intuições afirmativas*, sendo estas representações, interpretações ou compreensões diretamente aceites pelo ser humano como verdades naturais, de modo evidente e intrinsecamente significativas (Fischbein, 1987). Por exemplo, se alguém questionar a um estudante o que é uma linha reta, muito presumivelmente este tentaria esboçar uma linha reta ou mostrar o exemplo de uma linha bem esticada.

A segunda categoria trata das *intuições conjecturais*. Fischbein (1987) considera que neste modelo de intuição há uma óptica explícita da solução de um problema, contudo, o sujeito não se encontra envolvido em um esforço para a sua resolução. Ou seja, este tipo de intuição remete a suposições atreladas ao sentimento de certeza. Elas “representam declarações sobre eventos futuros ou sobre o curso de certo evento, sendo uma visão preliminar, global que antecede uma solução analítica e completamente desenvolvida de um problema” (Sousa, 2022, p. 202).

Já a terceira categoria são as *intuições antecipatórias*. Fischbein (1987) explica que este tipo de intuição proporciona um ponto de vista absoluto, precedente à solução de um problema, que antecede a resolução analítica totalmente desenvolvida. O sujeito enxerga todos os passos para sua solução e compreende o percurso a seguir para atingir a resposta esperada. Partindo de uma compreensão global da possibilidade de resolver um problema, esta intuição influencia e direciona as etapas de busca e construção da solução, onde há uma aplicação concreta de estratégias que auxiliam de modo efetivo a identificação de uma solução adequada. Além disso, pode-se assumir que as *intuições antecipatórias* são estimuladas por *intuições afirmativas* pré-existentes. Nesse sentido, enquanto nas *intuições conjecturais* o estudante ainda não iniciou sua estratégia de solução, apenas a elaborou, nas *intuições antecipatórias* o estudante já se encontra envolvido no processo de solução do problema, tendo momentos de clareza do percurso a ser seguido para a sua resolução.

A quarta categoria discute as *intuições conclusivas*. Estas sintetizam uma visão globalizada e estruturada das ideias básicas da solução de um problema, previamente elaboradas, dependendo, assim, dos outros três tipos de intuição citadas anteriormente e possibilitando a generalização da estrutura matemática para os problemas propostos e a replicação do modelo de solução em situações similares.

Fischbein (1987) examina minuciosamente o processo de ensino e de aprendizagem ao ponderar que, recorrentemente, o estudante enfrenta obstáculos em sua aprendizagem, compreensão e resolução de problemas em níveis mais avançados, dado o fato de que, por vezes, suas técnicas e estratégias de raciocínio são conduzidas por modelos implícitos, por vezes inadequados. Nesse sentido, o docente supostamente tem a tarefa de averiguar e reconhecer tais modelos, propiciando um suporte ao aluno para o aperfeiçoamento de seus modelos/esquemas mentais, para que seu raciocínio seja construído de maneira apropriada.

Relação existente entre a TSD e CRI

Diante do exposto nas seções anteriores, podemos inferir uma relação entre o que Brousseau e Gibel (2005) propõem sobre os diferentes níveis de raciocínio matemático no desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas e o que Fischbein (1987) explicita em sua classificação da



intuição, denominadas como Categorias do Raciocínio Intuitivo. Nesse sentido, propomos uma correlação entre as ideias dos autores, conforme esquema da Figura 1:

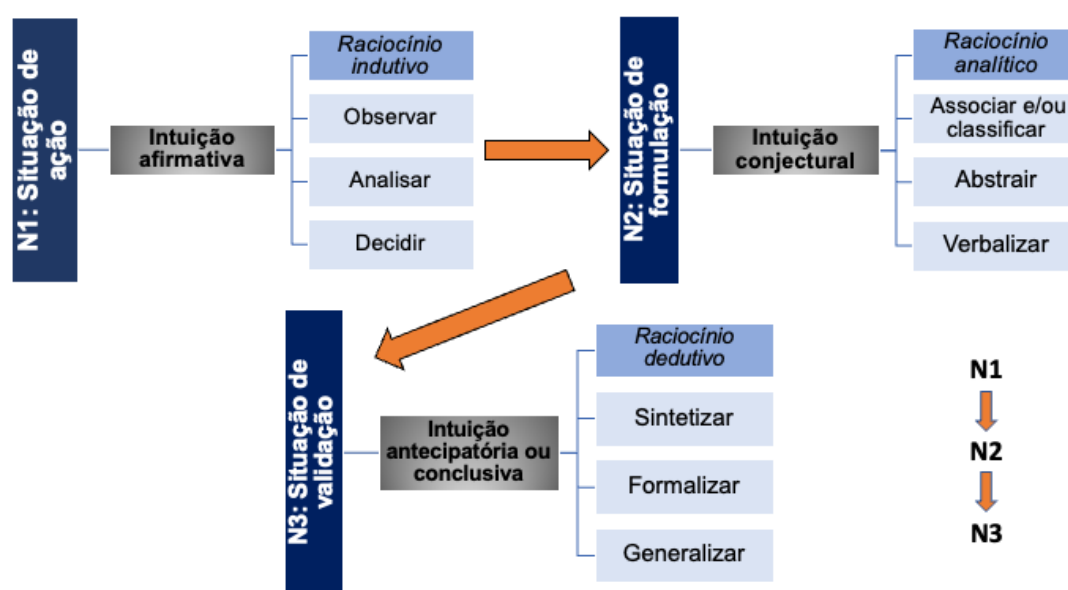


Figura 1. Relação entre níveis de raciocínio e categorias intuitivas.

Quando Brousseau e Gibel (2005) propõem o *Raciocínio de Nível 1 (N1)*, descrevendo-o como um modelo de raciocínio ainda não formulado, mas relacionado à posição do sujeito em uma situação de ação em TSD, podemos perceber uma semelhança com a categoria *intuição afirmativa* de Fischbein (1987). Essa relação pode ser percebida quando Fischbein (1987) propõe que o sujeito tem uma visão preliminar do problema e uma visão superficial de seu caminho de solução, podendo observar e analisar, com base em estruturas do pensamento indutivo. Nesse nível de raciocínio e categoria intuitiva, o aluno ainda não realizou ação alguma para resolvê-lo, mas está em vias de prever suas hipóteses e estabelecer então um caminho que faça sentido para ele.

O *Raciocínio de Nível 2 (N2)* proposto por Brousseau e Gibel (2005) é considerado inacabado do ponto de vista formal, mas com lacunas que podem ser preenchidas implicitamente a partir do desempenho do aluno em uma situação de formulação na TSD. Esse modelo de raciocínio pode ser relacionado às intuições conjecturais propostas por Fischbein (1987), nas quais o aluno parte de um *raciocínio analítico* sobre cada uma das partes do problema. Assim, o aluno inicia suas deduções a partir de um ponto de partida, podendo associar, classificar e se expressar verbalmente, formulando ideias e estabelecendo um caminho para a solução de forma mais explícita.

Nessa perspectiva, podemos entender que o *Raciocínio de Nível 3 (N3)*, definido por Brousseau e Gibel (2005) como um modelo formal, global e acabado, que se baseia na co-



nexão sequencial de inferências articuladas de forma coesa (embora tal raciocínio possa não ser absolutamente correto), como um formato apresentado em situações de validação na TSD. Nessa perspectiva, podemos relacionar o *Raciocínio de nível 3* ao que Fischbein (1987) propõe como *intuição antecipatória* e/ou *intuição conclusiva*, dependendo de como esse raciocínio foi produzido pelo estudante. Consideramos a *intuição antecipatória* porque o aluno, neste curso de raciocínio, consegue vislumbrar uma solução analítica totalmente desenvolvida, apresentando uma lógica coerente para a sua solução, sendo capaz de sintetizá-la e formalizá-la. Também será *conclusiva* se o aluno tiver plena compreensão e articulação entre seus conhecimentos prévios e o desenvolvimento de novos conhecimentos a partir da mobilização do raciocínio dedutivo. Esta pode estabelecer uma uniformização e uma generalização da sua solução para situações semelhantes às anteriores, sendo esta generalização validada pelo professor em uma situação posterior de institucionalização.

Dessa forma, entendemos que tanto os níveis de raciocínio propostos por Brousseau e Gibel (2005) quanto as categorias intuitivas estabelecidas por Fischbein (1987) mostram que a trajetória de aprendizagem de um novo raciocínio ocorre quando ele é promovido a partir de um único meio particular de resolução de um problema a um meio universal de resolver todos os problemas de um determinado tipo, e está integrado como tal com o conhecimento do sujeito. Em uma situação autônoma, o raciocínio baseia-se na indução, mas esta indução é suportada por uma cadeia de inferências que podem ser explicitadas. Assim, a identificação dos modelos intuitivos e níveis de raciocínio requerem uma análise teórica *a priori* dos comportamentos, dificuldades e procedimentos que possam surgir nas fases da aula e no desenvolvimento de uma situação didática.

Metodologia: Engenharia Didática

Segundo Artigue (1988), a ED caracteriza-se por um esquema experimental baseado em realizações didáticas no âmbito da sala de aula, ou seja, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Além disso, a ED também pode ser considerada como uma metodologia de pesquisa experimental, pelo registro em que se situa e o modo de validação que lhe são associados: a comparação entre as análises *a priori* e *a posteriori* (Almouloud, 2007).

O planejamento e execução de uma ED pode ser estruturado em quatro etapas, que são: i) Análises preliminares, ii) Concepção e análise *a priori* das situações didáticas, iii) Experimentação e iv) Análise *a posteriori* e validação. Nas próximas subseções descrevemos estas etapas de forma prática, relacionando-as ao desenvolvimento desta pesquisa, com base em Artigue (1988).

Neste trabalho temos uma *microengenharia*, pois buscamos observar e aprimorar uma ED direcionada ao ensino de parábolas para o desenvolvimento do estudante em formação inicial, no âmbito da sala de aula. Além disso, nosso registro empírico fornece dados para uma *validação interna*, pois esta baseia-se no confronto entre a análise *a priori*, que traz

consigo o subsídio de um quadro teórico, e a análise *a posteriori*, por um viés que se ancora na dimensão prática.

Os participantes desta pesquisa foram oito estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, sendo 7 do gênero masculino e 1 do gênero feminino, cursando entre o 6.º e o 9.º semestre, com idades entre 20 e 24 anos. Um dos critérios para participação do estudo era que o estudante já tivesse cursado a disciplina de Geometria Analítica (Vetorial e Plana) e manifestassem interesse em seu estudo com uso do *software* GeoGebra. A participação dos sujeitos se deu de forma voluntária. No Quadro 1 apresentamos uma breve caracterização dos participantes:

Perguntas	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Já possui outra formação acadêmica/graduação?	Não							
Cursa qual período atualmente?	6.º	6.º	8.º	6.º	9.º	6.º	9.º	9.º
Que disciplinas envolvendo Geometria Analítica já cursou?	- Geometria Analítica Plana - Geometria Analítica Vetorial - Cálculo Diferencial e Integral I, II e III							
Trabalha ou já trabalhou como professor? Se sim, por quanto tempo?	Não	Não	Sim, 1 ano e 6 meses	Não	Não	Sim, 2 meses	Sim, 4 anos e 8 meses	Não

Quadro 1. Perfil dos participantes.

No Quadro 1, observamos que todos os sujeitos frequentavam a Licenciatura em Matemática como primeira graduação e são estudantes entre o 6.º e o 9.º período. Além disso, todos os participantes cursaram Geometria Analítica Vetorial e Cálculo Diferencial e Integral I, II e III. No entanto, destacamos que apenas três, de entre eles, cursaram Geometria Analítica Plana (P1, P2 e P8). No que diz respeito à experiência profissional, apenas três (P3, P6 e P7) afirmaram ter alguma experiência em sala de aula, sendo de um período inferior a cinco anos e somente um deles trabalha atualmente como professor (P7), mesmo sem ter concluído a licenciatura.

Análise preliminar

Nesta etapa realizamos um levantamento sobre as distintas formas de se abordar a parábola, as dificuldades e particularidades em seu ensino e buscamos identificar as lacunas presentes na formação inicial com relação a este tema.

As parábolas fazem parte do cotidiano do aluno: a trajetória do chute em uma bola, lançamento de um projétil, antenas parabólicas e faróis de automóvel, além de construções no campo da Arquitetura e Engenharia. Sua definição analítica, segundo Lima (2014, p. 115) diz que “sejam d uma reta e F um ponto fora dela. No plano determinado por d e F , chama-se parábola de foco F e diretriz d ao conjunto dos pontos equidistantes de d e F ”. Tal definição pode ser representada pela Figura 2:

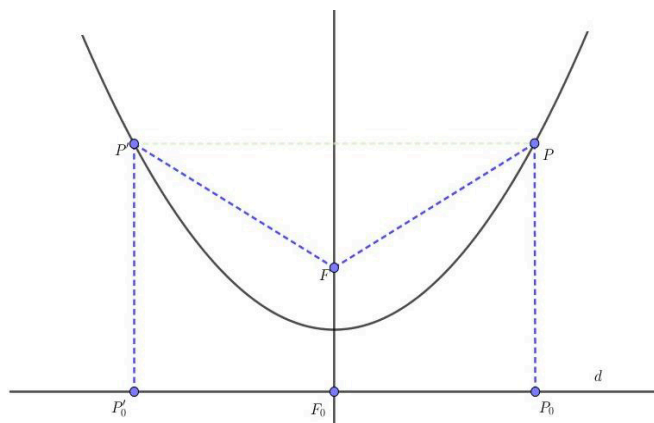


Figura 2. Definição analítica da parábola segundo Lima (2014).

Conforme Lima (2014) o ponto P pertence à parábola de foco F e de diretriz d , pois a distância entre os pontos P e F é igual à distância entre os pontos P e P_0 . Ou seja, a $d(P, F) = d(P, P_0)$, com o segmento de reta PP_0 perpendicular à diretriz d e a perpendicular FF_0 baixada do foco sobre a diretriz configura-se em um eixo de simetria da parábola.

Outra definição, agora de um ponto de vista geométrico, traz a parábola como uma secção cônica, configurando-se em uma curva obtida através da intersecção de um cone e de um plano que não passa pelo seu vértice e é paralelo à sua geratriz (Lima, 2014). Há um processo geométrico para determiná-la a partir de sua definição como a secção de um cone. Buscamos ilustrar esta secção de modo mais claro na Figura 3:

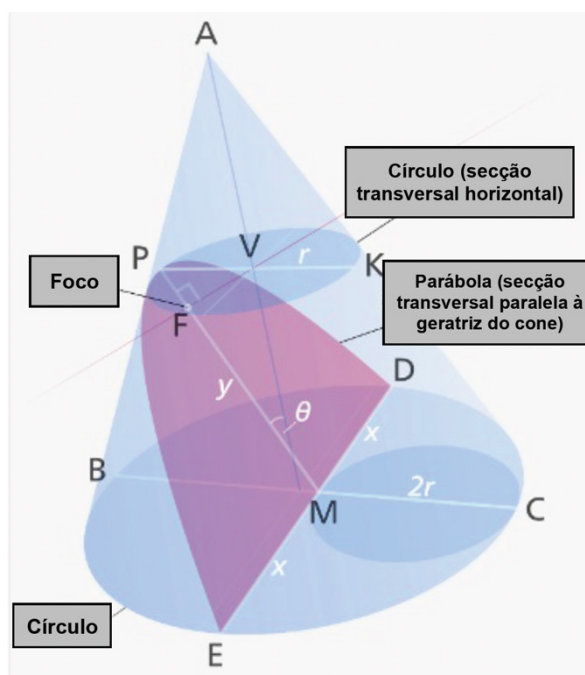


Figura 3. Parábola como a secção de um cone (Adaptado de Repositório Pnegg, 2022)¹.

Na Figura 3 temos a representação de um cone (em azul), com eixo no sentido $\overline{AV}$ e vértice no ponto A. Em rosa, temos uma secção transversal oblíqua ao cone, inclinada a partir do eixo em um ângulo de abertura θ , tangenciando sua lateral. Partindo da definição de parábola como secção cônica, temos que o limite da região compreendida pelos pontos D, E, P, destacada em cor rosa, corresponde a uma parábola.

Já no contexto das funções polinomiais do 2.º grau, no currículo da Educação Básica brasileira, a definição de parábola é apresentada nos livros didáticos como o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, em que sua concavidade pode ser voltada para cima ou para baixo (Leonardo, 2016). Neste tópico de ensino, a parábola é comumente apresentada levando em consideração apenas o sinal do coeficiente a e do discriminante (Δ), como na Figura 4.

¹ Imagem disponível no endereço eletrônico: <https://www.pnegg.com/pt/png-cigjs>

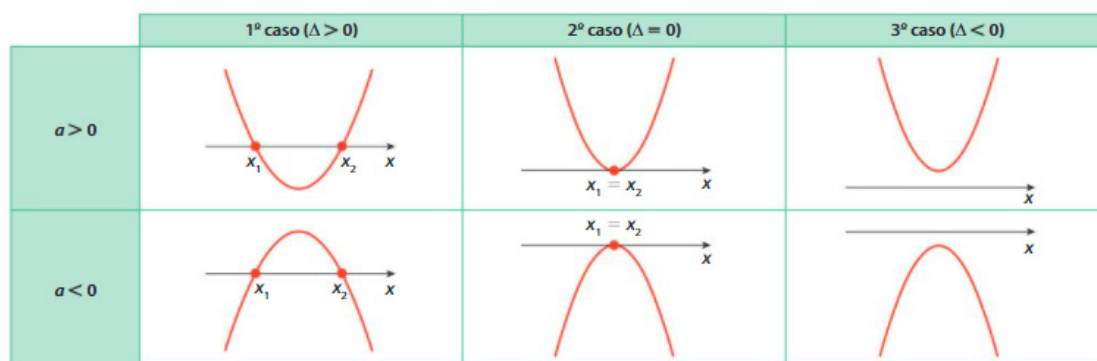


Figura 4. Comportamento do gráfico com base em a e Δ .

Estas distintas formas de se apresentar a parábola aparecem corriqueiramente nos livros-texto de modo fragmentado. Geralmente não se menciona a relação entre estas representações semióticas, ou ainda, quando mencionado, ocorre de maneira abreviada (Cerqueira, 2015; Bermúdez & Mesa, 2018). Outras pesquisas apontam que a metodologia dos professores traz consigo algumas lacunas, com aulas tradicionais e pouco uso de recursos tecnológicos ou aplicações (Feltes & Puhl, 2016; Bohrer & Tinti, 2021), reverberando na dificuldade do estudante ao lidar com este tema no ensino superior, em disciplinas como Geometria Analítica e Cálculo Diferencial e Integral.

Com base no exposto, reforçamos a importância do desenvolvimento do docente no âmbito epistêmico e da busca de meios para uma apresentação clara do conteúdo, com possibilidades de práticas e se refletindo no aprendizado do estudante. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC)² destaca a articulação entre Geometria e Álgebra para construir sentido para o estudante, recomendando a não abordagem de equações dissociadas de sua interpretação geométrica e sugerindo o uso de *softwares* para seu ensino (Brasil, 2018). Além disso, cabe citar a relevância de se tratar este tema na formação inicial, o que segundo as pesquisas, pouco tem ocorrido nas Licenciaturas em Matemática no Brasil (Siqueira, 2016; Bermúdez & Mesa, 2018).

Concepção e análise *a priori*

Nesta etapa, buscamos estruturar uma situação didática de ensino que abordasse a parábola para além do prisma algébrico/analítico, explorando-a por uma perspectiva geométrica, a partir de uma construção no ambiente lápis e papel e sua transposição para o GeoGebra. O *software*, ao permitir a manipulação de seus elementos pelo estudante, propicia um ambiente em que estes podem demonstrar seu raciocínio matemático para obter a solução.

A partir disto, delimitamos as possíveis variáveis didáticas (loais), como hipóteses mais específicas voltadas para o âmbito da sala de aula. Tais hipóteses referem-se à previsão atitudinal

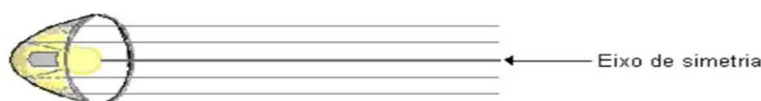
² Documento norteador do currículo da Educação Básica no Brasil.

do estudante acerca do seu comportamento diante da situação proposta que, ao final de todo o percurso, nos permitem validar a Engenharia estruturada. Neste caso, como variáveis locais, consideramos:

- (i) As possíveis dificuldades no desenvolvimento das situações didáticas no GeoGebra (transposição do papel para o *software*);
- (ii) Os conhecimentos prévios do estudante sobre o tema não serem suficientes para a compreensão e solução da situação didática;
- (iii) O estudante não apresentar claramente uma manifestação das Categorias do Raciocínio Intuitivo.

A situação didática (Quadro 2) foi elaborada intencionalmente, como forma de fazer emergir os conhecimentos referentes à parábola do ponto de vista geométrico. Observe que esta situação didática não apresenta equações previamente estabelecidas, o que demanda maior atenção, criatividade e possibilidades de manifestação do raciocínio intuitivo.

Matematicamente, o farol de um carro funciona desta forma: ao ligar os faróis de um carro, os raios de luz, provenientes da lâmpada que se encontra no foco da parábola, incidem sobre um espelho parabólico e são refletidos paralelamente ao eixo de simetria, como no esboço a seguir:



Partindo dessa ideia, construa o esboço deste modelo de farol de carro, a partir de uma parábola lateral utilizando o *software* GeoGebra. Após sua construção, aponte a equação encontrada com base em seus parâmetros utilizados.

Quadro 2. Situação Didática proposta.

Nesse sentido, esperamos que os estudantes tenham um conhecimento prévio sobre parábolas cujo eixo de simetria é paralelo ao eixo x (ou coincidente), com sua concavidade voltada para a direita ou esquerda, com equação da diretriz do tipo $x = \frac{-p}{2}$. Entretanto, esperamos que eles tentem construir a parábola a partir de elementos da Geometria Plana dentro do ambiente do GeoGebra, fazendo um paralelo entre a imagem mental da parábola e sua definição.

Na *situação de ação* almejamos que os estudantes verifiquem de imediato que a questão solicita a construção de uma parábola, mas sem especificar seus principais elementos (foco, vértice e diretriz) ou equação que possa fornecer estas informações. Desta forma, espera-se que estes iniciem o esboço de sua solução tentando elaborar uma expressão algébrica que, graficamente, represente uma imagem semelhante à parábola do farol, visando uma possibilidade de solução.

Na *situação de formulação* esperamos que os estudantes relacionem este modelo de parábola aos seus conhecimentos prévios e estudados na disciplina de Geometria Analítica, esta-

belecendo uma relação entre as representações geométrica e algébrica da parábola, a partir da representação analítica e esboçando esta relação de forma coerente.

Caso os conhecimentos em Geometria Analítica necessários estejam presentes na bagagem do estudante, uma *intuição afirmativa* por parte deles pode apontar para o fato de que a parábola proposta não é representada por uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, pois o formato da parábola é diferente do usual formato para cima ou para baixo. Assim, há a possibilidade da manifestação de *intuições conjecturais* a partir da exploração de ferramentas do GeoGebra para a elaboração de uma equação que solucione a situação didática, ou mesmo uma tentativa de elaborar uma expressão conveniente utilizando lápis e papel. As intuições podem surgir e servir de base para a formulação de hipóteses e construção de um raciocínio a partir de conjecturas.

Na *situação de validação* esperamos que os estudantes apresentem uma construção similar ao que se propõe no enunciado, com um modelo de parábola com concavidade voltada para a direita ou para a esquerda. Neste caso, há diversas possibilidades de solução para a situação didática e apontamos na Figura 5 uma dessas soluções como sugestão:

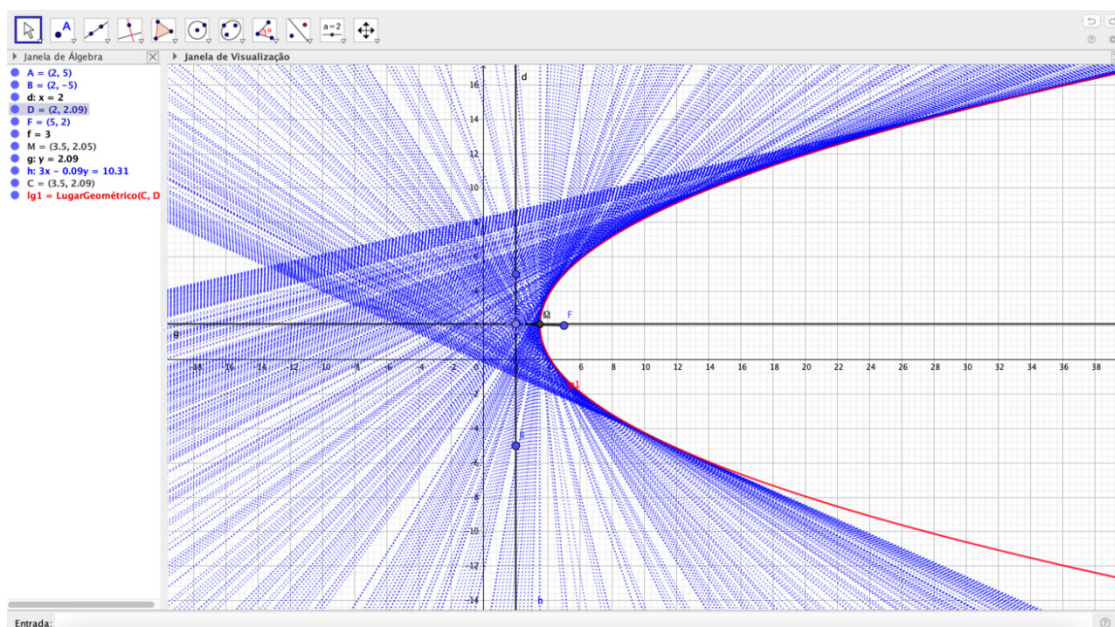


Figura 5. Sugestão de solução no GeoGebra.

Observe que para a chegar à solução apresentada, o estudante deve criar uma reta diretriz e um foco arbitrários, porém observando que a reta diretriz deve ser paralela ao eixo y , por meio de *intuições conjecturais*. Após a construção, também se espera que o estudante aponte como equação encontrada para o lugar geométrico esboçado um modelo matemático do tipo $(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$.



Para a *situação de institucionalização*, como aponta Almouloud (2007, p. 40), “o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber”. Assim, o professor-pesquisador retoma o controle da situação didática, formalizando o conceito matemático desenvolvido pelos estudantes, com base em seus apontamentos e construções no GeoGebra. Neste caso, o professor-pesquisador pode organizar as produções e conjecturas apresentadas, bem como associá-las à definição de Lima (2014), que traz uma demonstração da equação da parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo x .

Resultados e Discussão

Experimentação

Esta situação didática propõe a construção de uma parábola e identificação de sua equação a partir de um objeto do nosso cotidiano, que é o farol de um automóvel. Contudo, o enunciado não fornece dados explícitos como foco, vértice e diretriz. Neste caso, a questão teve a intenção de observar se os estudantes associariam a parábola do ponto de vista analítico, algébrico e geométrico, com a possibilidade de construí-la utilizando conhecimentos de Geometria Plana.

Na *situação de ação*, os estudantes comentaram, de fato, sobre a não existência de elementos previamente estabelecidos para determinar uma equação, salientando que isto não era comum em sua trajetória como estudante, o que condiz com pesquisas apontadas em nossa análise preliminar, como Cerqueira (2015), Siqueira (2016), Bermúdez e Mesa (2018), entre outros.

Ainda no decorrer da *situação de ação*, no geral, os participantes inverteram a ordem de utilização dos ambientes, seguindo a sequência “GeoGebra – lápis e papel” para estabelecer suas conjecturas e observações. Exceto um deles, o participante P2, que anunciou de imediato “*com base no que a gente já viu, eu tentei criar um foco que tivesse numa posição conveniente, pra poder fazer a parábola*”, rabiscando em papel e imaginando como poderia resolver a situação. Observamos que P2, apesar das dificuldades enfrentadas, foi o único a buscar solução com o uso da equação da parábola em Geometria Analítica. Suas conjecturas foram registradas e sua *formulação* é representada na Figura 6.

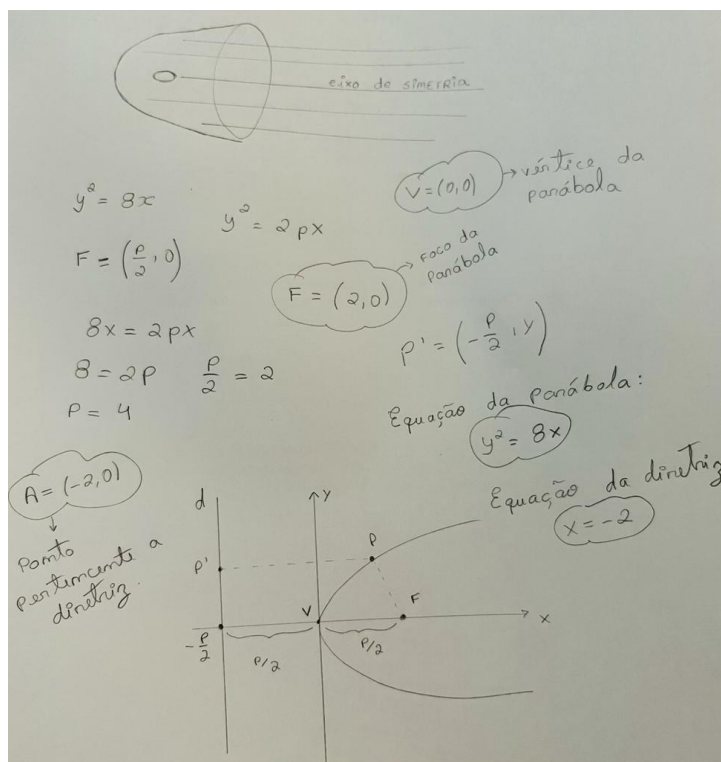


Figura 6. SD3 - Formulação de P2.

Na *situação de formulação* percebemos que, mesmo após as discussões ocorridas nos encontros anteriores, ainda subsiste uma visão muito arraigada no que diz respeito à relação entre a forma gráfica da parábola e a função do 2.º grau. Tanto que, de forma irrefletida, sem analisar ou conjecturar hipóteses, surgiu de imediato como uma *intuição afirmativa* a ideia de se buscar os coeficientes da função quadrática, como se evidencia no diálogo:

- No caso eu vou ter que achar os coeficientes pra fazer essa parábola, né? (P7).
- Mas que coeficientes? (pesquisadora).
- O a , o b e o c , né não? [...] Se eu considerar o como eixo de simetria e colocar o pode dar certo (P7).
- Mas essa parábola, nessa posição, vai ter a mesma estrutura de uma função quadrática? (pesquisadora).
- (momento de silêncio)
- É professora, acho que vai ser diferente, vai ser a mesma coisa não (P7).
- Ei, eu acho que aqui ao invés de y em função de x , tem que ser x em função de y , só pode ser assim para a posição da parábola ficar pro lado (P6).

Como aponta Fischbein (1987), as estruturas lógicas formais do pensamento e a diversidade de esquemas mentais, até os operacionais, são apenas instrumentos com potencialidades ou

possibilidades, mas não necessariamente garantem que o indivíduo alcance uma solução clara a partir disso. Dessa maneira, entendemos que as ideias iniciais, naturalmente geradas por um processo intuitivo, para que produzam um resultado matemático adequado necessitam de conjecturas, associações e sistematização do pensamento.

Nos parágrafos que se seguem trazemos uma descrição das etapas de *formulação* e *validação* dos participantes no percurso da TSD, com observações sobre suas manifestações intuitivas no decorrer do uso do GeoGebra para esta situação didática.

Os participantes P1 e P4 iniciaram sua construção criando um ponto arbitrário sobre o eixo x , considerando-o como eixo de simetria e o eixo y como reta diretriz. Após isso, entendemos que P1 e P4 mostraram uma *intuição conjectural* ao construir retas paralelas ao eixo de simetria da parábola, tentando representar o feixe de luzes do farol. Entretanto, não convencidos do resultado, descartaram as retas e construíram segmentos de reta, com pontos não fixos. Observamos que grande parte do tempo de construção no GeoGebra foi usado para tentar construir os raios luminosos e seu reflexo, representados pelas retas paralelas e os segmentos $[BE]$ e $[BD]$, passando pelo bulbo da lâmpada (ponto B), como mostra a Figura 7.

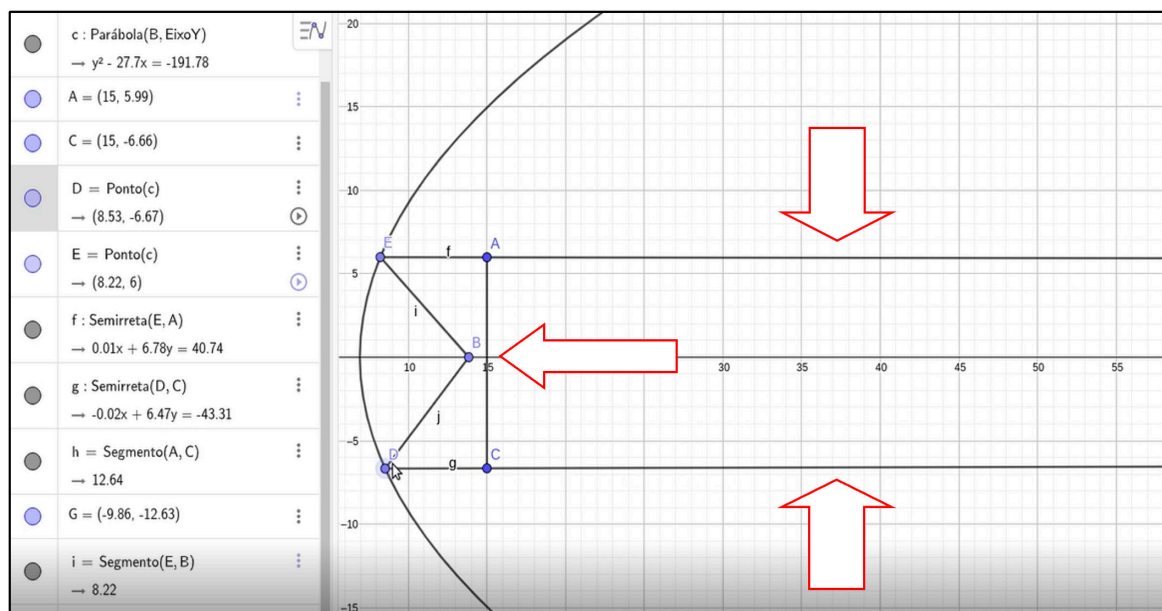


Figura 7. Formulação de P1 e P4 para os raios luminosos.

Após ajustes, como ocultar alguns segmentos e teoricamente prolongar os feixes luminosos, a construção final da dupla apresentada como *validação* está registrada na Figura 8.

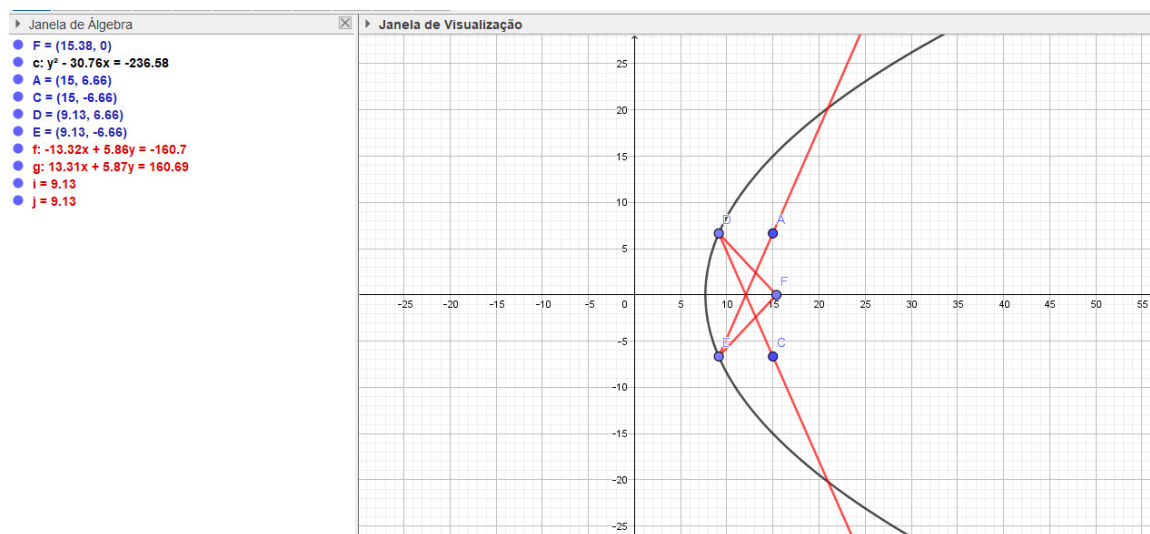


Figura 8. Construção final de P1 e P4.

O participante P2, que a princípio seguiu um percurso distinto dos demais, observando que a questão não fornecia equações prévias, partiu do que interpretamos como uma *intuição conjectural* e criou uma equação que convenientemente gerasse uma parábola voltada para a direita. Assim como P1 e P4, ele criou a parábola considerando o eixo x como o eixo de simetria. Entretanto, posicionou de forma ajustada o vértice na origem do sistema e foco sendo um ponto F sobre o eixo x , simulando a imagem proposta na questão. A equação criada foi $y^2 = 8x$ e, em seguida, ele estabeleceu seu foco em $F(2,0)$ e diretriz $d: x = -4$.

Após tentativas de vincular o foco às retas paralelas, P2 criou um controle deslizante (a) e reescreveu a equação inicial como $y^2 = ax$. Ao repetir o procedimento com outros pontos simétricos pertencentes à curva, sua construção final encontra-se registrada na Figura 9.

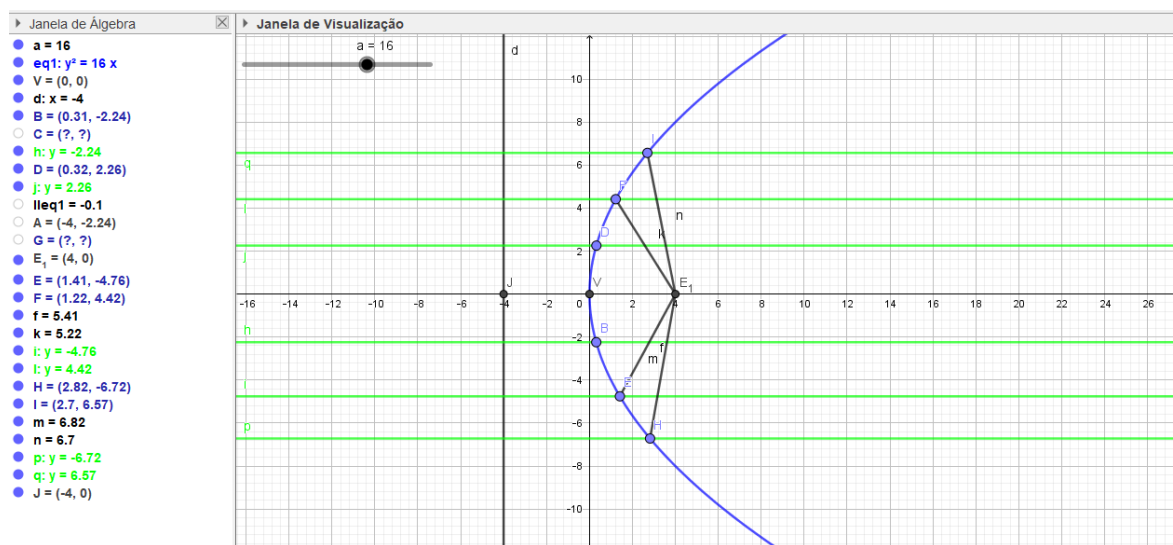


Figura 9. Validação de P2.

Com relação ao participante P3, este usou uma estratégia diferentes dos demais. Inicialmente, para sua *situação de formulação* P3 criou três controles deslizantes a , b , e c , e, em seguida, inseriu na caixa de entrada do GeoGebra uma equação com x em função de y , da forma $x = ay^2 + by + c$. De seguida, estabeleceu o vértice B da parábola e uma reta g que intersecta a parábola no ponto A . A partir disso, ele criou a função $f: y = 0,2$ e a função $g: -0,45x - 1,62y = -1,01$, ambas passando pelo ponto A e sendo objetos vinculados. Estas funções foram criadas usando o vértice (ponto B) e o ponto de interseção f da função com a parábola (ponto A), em uma tentativa de simular os raios luminosos. Contudo, ao movimentar os controles deslizantes observamos que a simulação dos feixes luminosos não ocorre de fato, como se observa na Figura 10.

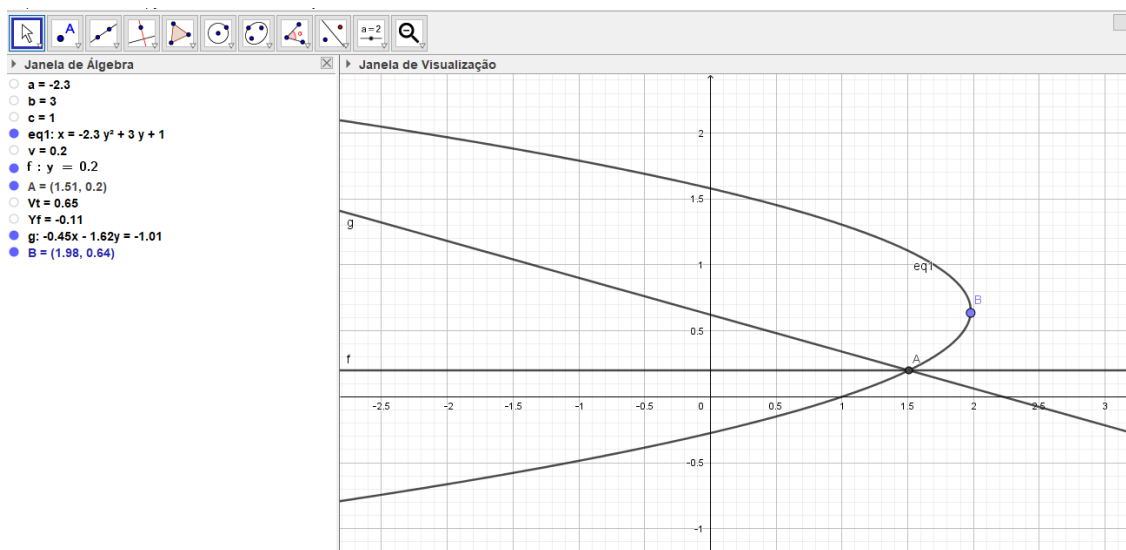


Figura 10. Formulação de P3 no GeoGebra.

Percebemos que a *validação* da situação didática no *software* foi apresentada de forma parcial. Nesta etapa, além da construção no GeoGebra, P3 apresentou um registro escrito apresentado na Figura 11.

$$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$$
$$p = \frac{(y - y_0)^2}{2(x - x_0)} = \frac{(0 - 100)^2}{2(4 - 24)} = \frac{100^2}{-40} = -250$$
$$x_F = x_v + 2p$$
$$y_F = y_v - \frac{p}{2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = -\frac{1}{16}$$
$$Foco:$$
$$p = \frac{1}{2a} =$$
$$Ex: x = -4y^2 + 3y + 1$$
$$OK!$$

Para
 $y = ax^2 + bx + c$
O foco.

$$p = \frac{1}{2a} \quad x_0 = \frac{-b}{2a}$$
$$p = \frac{1}{2(-3)} = -\frac{1}{6}$$
$$y_F = -\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{12}$$

Figura 11. Validação de P3 – registro escrito.

Fischbein (1987) explica que em algumas ocasiões, no decurso de um raciocínio, as estratégias de busca e solução sofrem influências de modelos que funcionam implicitamente, que estão além do controle consciente direto. “Tais modelos tácitos, produzidos automaticamente, frequentemente determinam a construção de estruturas intuitivas” (Fischbein, 1987, p. 203).

Os participantes P6 e P7 percorreram um trajeto em dupla, com características similares aos demais. Iniciaram sua construção, assim como P1 e P2, manifestando o que aparenta ser uma *intuição afirmativa*, criaram um ponto sobre o eixo x e consideraram-no como o foco da parábola, mantendo o eixo y como sua diretriz. E assim como P4, criaram inicialmente pontos arbitrários sobre a curva. Então, no que entendemos como *intuições conjecturais*, P6 e P7 construíram semirretas que partiam destes pontos e passavam pelo foco da parábola, conforme se pode ver na Figura 12.

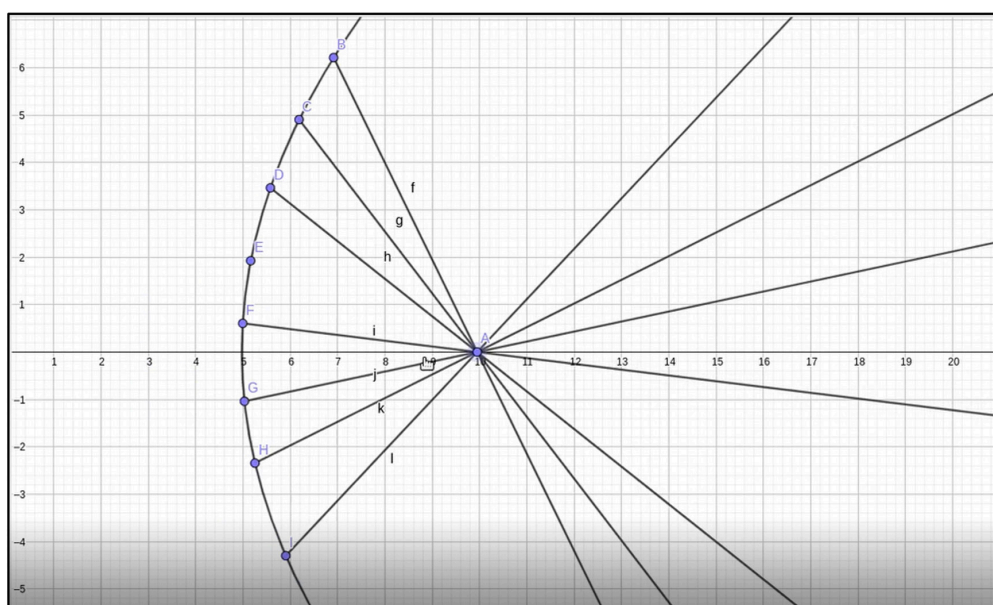


Figura 12. Formulação de P6 e P7 – parte 1.

Após perceber que suas conjecturas não apresentaram o resultado desejado e discutir entre si, desfizeram as retas criadas inicialmente e mantiveram os pontos sobre a curva. Em seguida, criaram pontos arbitrários internos à parábola e retas entre estes pontos e os já existentes sobre a curva, em uma segunda tentativa. Sua terceira tentativa foi, a partir dos pontos sobre a curva, traçar semirretas, como consta da Figura 13.

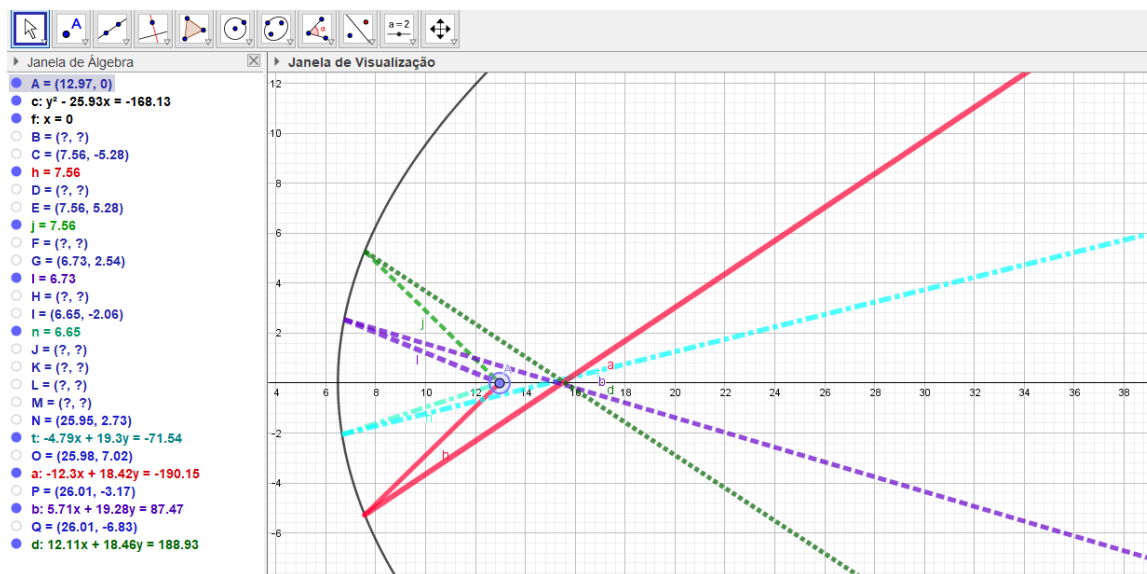


Figura 13. Formulação de P6 e P7 – parte 2.

Após a construção e consenso, P6, de modo particular, esboçou um registro escrito, apresentado na *situação de validação* para os demais colegas, como se mostra na Figura 14.

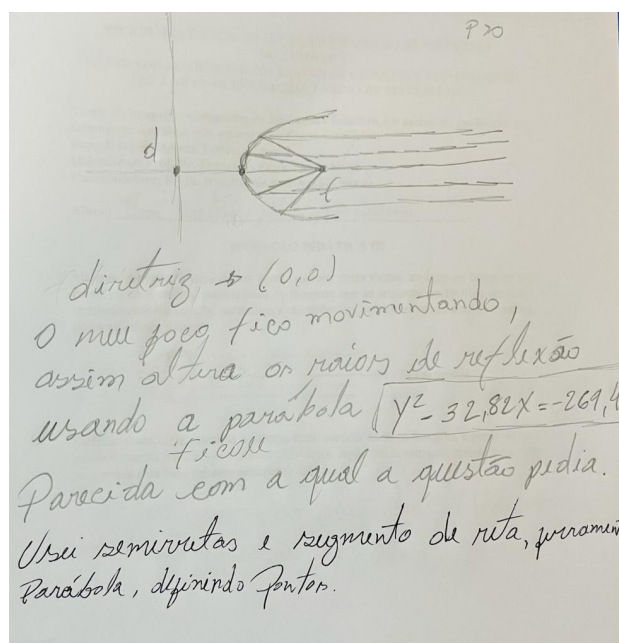


Figura 14. Validação de P6 – registro escrito.



Com relação aos participantes P5 e P8, apesar destes terem participado do momento da experimentação, eles não realizaram o registro do arquivo do GeoGebra, sendo uma quebra do contrato didático. Em decorrência da falta dos registros de vídeo e de registros escritos, a análise da manifestação das categorias intuitivas foi inviabilizada.

Na *situação de institucionalização*, a pesquisadora fez um compilado de todas as soluções apresentadas pelos presentes, culminando na definição de Lima (2014), que versa sobre a equação da parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo x , e apresentando uma possibilidade de resolução no GeoGebra, como efetuada na análise *a priori*.

Análise *a posteriori* e validação interna

Esta situação didática foi elaborada visando estimular os estudantes a ver a parábola por uma vertente geométrica, desvinculada de equações prontas. Assim, propomos uma situação em que a parábola foi esboçada com concavidade voltada para a direita e criamos um *milieu* com intenção de possibilitar um paralelo entre a imagem mental e a gerada da parábola no *software* GeoGebra e sua definição.

Na *situação de ação*, era esperado que os estudantes identificassem o modelo de parábola e sua respectiva equação a serem construídos. A partir disso, esperávamos que eles traçassem uma estratégia para criar uma expressão algébrica que fornecesse uma parábola similar, usando primeiramente o ambiente físico (lápiz e papel), seguindo para uma transposição no ambiente computacional GeoGebra.

Nesta etapa, os estudantes mencionaram nunca ter se deparado com este modelo de situação didática, sem equações previamente estabelecidas. Ademais, eles inverteram a ordem dos ambientes, utilizando primeiro o GeoGebra e, após isso, passaram para o lápis e papel, para registro de suas conjecturas. Situações que nos chamaram atenção foram o fato de dois participantes, P6 e P7, cogitarem a busca dos coeficientes da função quadrática para obterem a solução, bem como o fato de apenas um desses participantes ter utilizado a ordem correta dos ambientes (P2) e os conhecimentos de Geometria Analítica. Percebemos algumas manifestações intuitivas de ordem *afirmativa* e *conjectural*, sobretudo na etapa de resolução no *software*.

Na *situação de formulação*, almejamos que estes estudantes retomassem seus conhecimentos prévios e relacionassem a visão geométrica e algébrica da parábola no âmbito da Geometria Analítica. A intenção era perceber também *intuições conjecturais* e *antecipatórias* a partir do uso do GeoGebra. Nesta etapa, os estudantes criaram o foco e a diretriz, sendo esta paralela ao eixo y , e o eixo de simetria sendo o próprio eixo x . Estes passos iniciais foram comuns a quase todos os participantes, todavia, o restante do percurso de cada um deles teve diferenças. Notamos a manifestação de intuições predominantemente *conjecturais*, e entendemos que estas foram propiciadas pelo GeoGebra.

A *situação de validação* demandava que estes estudantes apresentassem suas construções no GeoGebra, mostrando uma parábola com a concavidade voltada para a direita ou para a esquerda, a que corresponde uma equação do tipo $(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$. Os estudantes afirmaram



ter criado uma diretriz e um foco de modo arbitrários e apresentaram suas construções em formato GeoGebra. Nas discussões, observamos a presença de *intuições conjecturais* e *antecipatórias*, partindo da analogia entre a expressão encontrada como y em função de x e sua comparação com a função quadrática, comum ao longo de toda a etapa final da Educação Básica.

Por fim, a *situação de institucionalização* ocorreu conforme previsto, de acordo com a explanação de Lima (2014), que discute a parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo x .

Considerações finais

Este trabalho partiu de uma problematização, observada em levantamento bibliográfico, sobre a existência de algumas lacunas que permeiam a formação inicial do professor de Matemática, no tocante ao ensino de parábolas. O modelo recorrente de abordagem tradicional e a fragmentação do conteúdo, desconectado da realidade e de tópicos correlatos, como funções quadráticas, são exemplos destas lacunas pré-existentes encontradas.

Desta forma, desenvolvemos uma Engenharia Didática para verificar os possíveis obstáculos didáticos causadores das dificuldades como o estudante em formação inicial compreende e, em numa visão futura, abordaria a parábola em seu lócus de trabalho. Para compreendermos melhor este panorama, ancoramo-nos na Teoria das Situações Didáticas e nas Categorias do Raciocínio Intuitivo, que estruturaram a sessão de ensino deste experimento.

Na análise preliminar demarcamos alguns aspectos epistemológicos e didáticos no ensino de parábolas, ao passo que na análise *a priori* estruturamos uma situação didática para seu ensino e a desenvolvemos em uma experimentação. A observação e coleta dos dados se deu mediante participação de oito licenciandos em formação inicial, que nos forneceram elementos para uma análise *a posteriori* e validação interna dos resultados.

Sobre os resultados da experimentação, percebemos que os participantes conheciam o GeoGebra de modo elementar. Porém, as situações didáticas oportunizaram a estes futuros professores um aprimoramento no uso do *software*, assim como desencadearam percepções geométricas e algébricas por meio da manipulação e visualização de elementos das construções. Como consequência, com o aporte da TSD, do GeoGebra e de toda a estrutura elaborada na análise *a priori*, conseguimos captar momentos em que as manifestações de ordem intuitiva ocorreram, além de proporcionar um fértil ambiente de discussão. A TSD foi fundamental na estruturação das sessões didáticas, no que diz respeito à relação que estabelecemos entre as categorias intuitivas e os níveis de raciocínio produzidos, reconhecendo-os dentro do percurso de suas dialéticas.

Em nossa análise *a posteriori*, destacamos a importância de se trabalhar a parábola no âmbito da Geometria durante a licenciatura, abordando-a sobretudo a partir do conceito de lugar geométrico. Também destacamos a importância de se diferenciar a parábola enquanto gráfico da função quadrática e enquanto secção cônica, o que foi suportado na literatura apresentada (Cerqueira, 2015; Siqueira, 2016; Bermúdez & Mesa, 2018; Bohrer & Tinti, 2021). Portanto, visamos contribuir para que o licenciando desenvolva um olhar que lhe permita construir uma relação entre a visão geométrica e analítica da parábola. Nesse sentido, recomendamos uma



abordagem com aporte da tecnologia, como o GeoGebra, para que estes aspectos (geométrico e analítico) e suas relações sejam trabalhados de modo mais proficiente, pelo viés do Ambiente de Geometria Dinâmica.

Agradecimentos

Os dois primeiros autores agradecem o incentivo e aporte financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) para o desenvolvimento desta pesquisa no Brasil. As duas últimas autoras agradecem o financiamento assegurado por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UIDB/00194/2020 (CIDTFF).

Referências

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Universidade Federal do Paraná.
- Alves, F. R. V. (2019). Visualizing the Olympic Didactic Situation (ODS): teaching mathematics with support of the GeoGebra software. *Acta Didactica Napocensia*, 12(2), 97-116. <https://doi.org/10.24193/adn.12.2.8>
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 281-308.
- Bermúdez, E. A., & Mesa, J. H. L. (2018). Estudio histórico, epistemológico y didáctico de la parábola. *Práxis & Saber*, 9(19), 63-88.
- Bohrer, A., & Tinti, D. S. (2021). Mapeamento de pesquisas sobre a função quadrática em contextos de ensino e/ou aprendizagem da matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(1), 201-230. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i1p201-230>
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.
- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement de mathématiques*. (Thèse d'État et Sciences). Université de Bordeaux I, Bordeaux.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques*, 1970-1990. Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G., & Gibel, P. (2005). Didactical handling of students' reasoning processes in problems solving situations. In C. Laborde, M. J. Perrín-Glorian, & A. Sierpinski (Eds.), *Beyond the Apparent Banality of the Mathematics Classroom* (pp. 13-58). Springer.
- Cerqueira, A. A. (2015). *Parábola e suas aplicações*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador.
- Feltes, C. M., & Puhl, C. S. (2016). Gráfico da função quadrática: uma proposta de ensino potencialmente significativa. *Scientia cum Industria*, 4(4), 202-206. <http://dx.doi.org/10.18226/23185279.v4iss4p202>
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics: an educational approach*. Mathematics Educational Library.



- Grande, A. L., & Silva, B. A. (2013). Resolução de questões relacionadas ao cálculo e o uso da intuição e do rigor. *Educação Matemática Pesquisa*, 2(1), 27-38.
- Kidron, I. (2011). Tacit models, treasured intuitions and the discrete - continuous interplay. *Educational Studies in Mathematics*, 78(1), 109-126. <https://www.jstor.org/stable/41485943>.
- Leonardo, F. M. (Org.). (2016). *Conexões com a Matemática – volume 1*. Moderna.
- Lima, E. L. (2014). *Geometria Analítica e Álgebra Linear*. Coleção Matemática Universitária. Instituto de Matemática Pura e Aplicada.
- Pais, L. C. (1996). Intuição, experiência e teoria geométrica. *Revista Zetetiké*, 6, 45-63. <https://doi.org/10.20396/zet.v4i6.8646739>.
- Pngegg. (2022). *Seção cônica da parábola, Foco do cone da hipérbole, círculo, ângulo, triângulo*. Recuperado de <https://www.pngegg.com/pt/png-cigjs> em 14 de abril de 2023.
- Siqueira, C. A. F. (2016). *Um estudo didático das cônicas: quadros, registros e pontos de vista*. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Sousa, R. T. (2022). Resenha de “A intuição em ciências e matemática: uma abordagem educacional”, de Fischbein, E., 1987. *Revista Contraponto*, 3(3), 199-203. <https://doi.org/10.21166/ctp.v3i3.2083>
- Vargas, A. F., & Leivas, J. C. P. (2019). Superfícies quádricas e o Ensino de Geometria Analítica: intersecções na pesquisa. *Revista REAMEC*, 7(3), 37-55.