desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

ISSN: 1647-3582

Engenharia Didática para a relação entre área de figuras planas (poligonais) e o volume de sólidos geométricos (prismas): uma análise preliminar e uma análise a priori

Didactic Engineering for the relationship between the area of plane figures (polygonal bases) and the volume of geometric solids (prisms): a preliminary analysis and a priori analysis

José Gleison Alves da Silva
Secretaria de Educação de Sobral – SEDUC (Brasil)
gleison.profmat.seduc@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3093-0239

Daniel Brandão Menezes
Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA
brandaomenezes@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0002-5930-7969

Francisco Régis Vieira Alves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do estado do Ceará – IFCE
Bolsista de Produtividade do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ – PQ2
fregis@ifce.edu.br
https://orcid.org/0000-0003-3710-1561

Resumo:

O presente estudo apresenta uma proposta para o ensino de geometria visando a uma desfragmentação da relação entre áreas de figuras planas (bases poligonais) o volume de sólidos geométricos (prismas). Nesse sentido, o objetivo deste artigo é desenvolver um estudo com base na Engenharia Didática (ED), visando a construção de uma sequência didática apoiada nos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), buscando a relação entre a área de figuras planas (bases poligonais) e o volume de sólidos geométricos (prismas). Para esse estudo teórico, limitou-se às duas etapas iniciais da ED denominadas de análises preliminares e concepções das situações didáticas e análises a priori. Para a concepção da situação didática, além da TSD, foi utilizado o *software* GeoGebra para dar suporte na visualização e no dinamismo das figuras apresentadas. Espera-se que a sequência didática possibilite a visualização, dinamismo e a compreensão do estudante quando diz respeito à relação entre a área de figuras planas (bases poligonais) e o volume de sólidos geométricos (prismas).

Palavras-chave: Engenharia Didática; Área; Volume; GeoGebra; Ensino.

CC BY-NC 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v14i1.29611

Abstract:

The present study presents a proposal for the teaching of geometry aiming at a defragmentation of the relationship between areas of plane figures (polygonal bases) and the volume of geometric solids (prisms). In this sense, the objective of this article is to develop a study based on Didactic Engineering (DE), aiming at the construction of didactic sequence supported by the assumptions of the Theory of Didactic Situations (TDS), seeking the relationship area of plane figures (polygonal bases) and the volume of geometric solids (prisms). For this theoretical study we limit ourselves to the two initial stages of DE called Preliminary Analysis and Conceptions of didactic situations and a priori analyses. For the design of the didactic situation, in addition to the TDS, we used the GeoGebra software to support the visualization and dynamism of the figures presented. We hope that the didactic sequence allows the visualization, dynamism and the understanding of the student when it comes to the relation area of plane figures (polygonal bases) and the volume of geometric solids (prisms).

Keywords: Didactic Engineering; Area; Volume; GeoGebra.

Resumen:

El presente estudio presenta una propuesta para la enseñanza de la geometría con el objetivo de desfragmentar la relación entre las áreas de las figuras planas (bases poligonales) y el volumen de los sólidos geométricos (prismas). En ese sentido, el objetivo de este artículo es desarrollar un estudio basado en la Ingeniería Didáctica (ID), visando la construcción de secuencia didáctica sustentada en los presupuestos de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), buscando la relación área de figuras planas (bases poligonales) y el volumen de sólidos geométricos (prismas). Para este estudio teórico nos limitamos a las dos etapas iniciales de la ID denominadas Análisis Preliminar y Concepciones de situaciones didácticas y análisis a priori. Para el diseño de la situación didáctica, además del TSD, se utilizó el software GeoGebra para apoyar la visualización y dinamización de las figuras presentadas. Esperamos que la secuencia didáctica permita la visualización, el dinamismo y la comprensión del estudiante en lo que se refiere a la relación área de figuras planas (bases poligonales) y el volumen de sólidos geométricos (prismas).

Palabras-claves: Ingeniería Didáctica; area; Volumen; GeoGebra.

Introdução

O objetivo deste artigo visa ao desenvolvimento de um estudo com base na Engenharia Didática (ED), a partir de uma sequência didática, apoiada nos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), buscando abordar a relação entre a área de figuras planas (bases poligonais) e o volume de sólidos geométricos.

A construção dessa proposta surgiu a partir da observação do autor deste artigo, que atua como docente na Escola Antonio Custódio de Azevedo EEIF, localizada na cidade de Sobral, Ceará, Brasil. A observação foi realizada no livro didático “A Conquista da Matemática” (Junior & Castrucci, 2018), que aborda algumas atividades contextualizadas, relacionando situações do cotidiano, contudo, por ser um material impresso, não disponibiliza o dinamismo das figuras.

CC BY-NC 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

Observou-se também a fragmentação do conteúdo de área de figuras planas (bases poligonais) e volume dos sólidos geométricos durante as séries do ensino fundamental (6.º e 7.º ano).

Com base nesses problemas citados anteriormente, construi-se uma situação didática seguindo os pressupostos da TSD, visando à relação dos dois conceitos em questão. Essa relação possibilita desfragmentar o ensino de cálculo de área (bases poligonais) e volume de sólidos geométricos (prismas) nas séries do 6.º e 7.º ano do ensino fundamental e, junto à utilização do GeoGebra, há a possibilidade de fazer construções de figuras geométricas que permitem ao aluno visualizar essa relação, utilizando as janelas de visualização 2D e 3D.

Como metodologia de pesquisa, utilizou-se a Engenharia Didática – ED (Artigue, 1995; 1996; Perrin-Glorian & Bellemain, 2019), limitando-se às duas etapas iniciais (análises preliminares e concepção das situações didáticas e análise a priori). Na seção seguinte, apresenta-se a noção de Engenharia Didática.

Engenharia Didática

A noção de Engenharia Didática (ED) emergiu no início dos anos 80 na Didática da Matemática (Almouloud & Silva, 2012), tendência francesa que tem como objetivo fundamental "averiguar como funcionam as situações didáticas, quer dizer, quais das características de cada situação são determinantes para a evolução do comportamento dos alunos e, consequentemente, de seus conhecimentos"(Galvez, 1996, p. 29).

A ED se desenvolveu a partir de uma nova estratégia para melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática. Essas estratégias decorriam como uma nova forma de observação em sala de aula e, consequentemente, ocorria a análise e, em sequência, a tomada de decisões com a possibilidade de qualificar o processo de ensino-aprendizagem.

Artigue (1988, 1995, 1996) compara a ED, metodologia de pesquisa, a um trabalho de um engenheiro. O engenheiro, fazendo uma analogia com o engenheiro civil, é responsável por todo o processo que envolve a construção de uma obra, desde o projeto, o gerenciamento, a execução e a fiscalização, ou seja, ele é o principal responsável pela identificação de problemáticas e inconsistências que impedem o bom andamento do seu trabalho. E nessa identificação, procura soluções para que tenha o mínimo ou nenhum problema que prejudique a construção e/ou o produto final que será entregue ao seu cliente.

Nessa linha de pensamento do engenheiro, mas com um olhar para a educação, o engenheiro didático (professor/pesquisador) trabalha na perspectiva de que, para o processo de ensino e aprendizagem seja dado de forma eficiente, é necessária a identificação das problemáticas, lacunas e inconsistências do conteúdo em questão (nesse caso, a matemática).

Esses problemas, lacunas e inconsistências do conteúdo podem ser denominados de obstáculos epistemológicos (Bachellard, 1996) e, a partir da identificação desses obstáculos, deve-se ir em busca de soluções que possibilitem minimizar ou sanar esses imprevistos que impedem o aprendizado do estudante.

CC BY-NC 4.0

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v14i1.29611

No Brasil, diversas pesquisas, como a de Alves (2016), Marinho e Alves (2016), Santos e Alves (2018), Vieira et al. (2019), Silva et al. (2020, 2021), abordam a ED como metodologia de pesquisa. A ED tem características de uma pesquisa experimental (Artigue, 1988, 1995, 1996). Conforme Gil (2002, p. 48), a pesquisa experimental

> "consiste essencialmente em determinar um objeto, selecionar variáveis capazes de influenciá-lo e definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto. Trata-se, portanto, de uma pesquisa em que o pesquisador é um agente ativo, e não um observador passivo".

Nessa perspectiva, a ED "se caracteriza em primeiro lugar por um esquema experimental baseado em *"realizações didáticas" em classe, quer dizer, a concepção, realização, observação e análises das sequências de ensino"* (Artigue, 1995, p. 36). Nesse processo, a partir da identificação das variáveis didáticas potenciais, o professor/pesquisador tem o controle sobre as ações durante a situação de ensino.

Outra característica da ED é a maneira como é validado o experimento, de forma interna, o que se diferencia de outros realizados em sala de aula (Laborde, 2017). A autora explica que a validação interna baseada na ED busca confrontar os resultados esperados no processo de resolução das situações-problema propostas por meio do experimento realizado em sala de aula. E diante desse confronto, a análise é realizada possibilitando a adequação, modificação e/ou a percepção de elementos que não foram identificados em uma análise a priori.

A ED, como metodologia de pesquisa, se estrutura em quatros fases, são elas: análises preliminares, concepção e análise a *priori*, experimentação, análise a *posteriori* e validação (Figura 1).

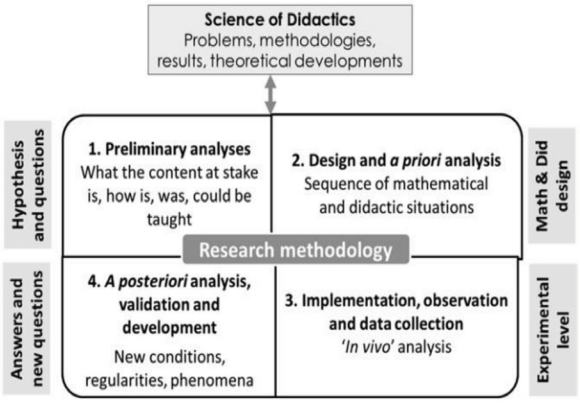

Figura 1. Fases da Engenharia Didática (Barquero & Bosch, 2015, p. 252).

Na primeira fase, análises preliminares, realiza-se um estudo baseado em trabalhos anteriores sobre o tema, objetivando o conhecimento do objeto de estudo. Artigue (1995) destaca alguns pontos a serem levados em consideração: a análise epistemológica dos conteúdos; as análises do ensino tradicional e seus efeitos; a análise da concepção dos estudantes, das dificuldades e dos obstáculos

CC BY-NC 4.0

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

que determinam sua evolução; a análise do campo de restrição de onde vai realizar-se a pesquisa; e, claro, todos os tópicos anteriores baseados nos objetivos da pesquisa, ou seja, "*referem-se aos estudos epistemológicos, cognitivos e institucionais necessários ao desenvolvimento de uma série de situações a serem vivenciadas em sala de aula*" (Perrin-Glorian & Bellemain, 2019, p. 59).

Na concepção e análise a *priori*, o professor/pesquisador se baseia nas variáveis didáticas, então, definidas. Essa definição acontece "*a partir de um direcionamento de um determinado procedimento, visando à organização de uma sequência de situações para conduzir a aprendizagem desejada*" (Nascimento, 2019, p. 24). Santos (2005, p. 42) acrescenta que "*a identificação de variáveis didáticas é fortemente imbricada com os estudos das dificuldades dos alunos encontradas nas resoluções dos problemas e das respostas corretas ou erradas que fornecem".*

Artigue (1995) distingue as variáveis didáticas em dois tipos: as variáveis macrodidáticas ou globais e as variáveis microdidáticas ou locais, ou seja, *"a variável macrodidática analisa de forma global a ED, já a microdidática, analisa somente um determinado conteúdo abordado"* (Vieira et al., 2019, p. 265). De acordo com Santos (2005, p. 35) a variável didática

> "é uma ferramenta importante na categorização dos problemas matemáticos a serem propostos aos alunos, na elaboração de problemas adaptados para desestabilizar regras das ações errôneas, na escolha de problemas que contribuam significamente para a aprendizagem e na análises dos procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos, inclusive os erros cometidos".

Na terceira etapa, denominada experimentação, aplica-se a situação de ensino, na qual o professor se torna um agente ativo, observando, questionando, coletando dados. Os dados coletados são análisados na quarta e última fase, denominada de análise a *posteriori,* com objetivo de validar ou modificar as hipóteses elencadas na etapa de análise a priori.

Contudo, a referida pesquisa baseia-se apenas nas duas etapas iniciais da ED, análises preliminares e concepção e análises a priori, para uma proposta de ensino do cálculo de área de figuras planas (bases poligonais) e do volume de sólidos geométricos (prismas).

Metodologia

Como metodologia de pesquisa foi adotada a Engenharia Didática (Artigue, 1995), contudo limitou-se apenas às duas etapas iniciais denominadas: análises preliminares e concepção das situações didáticas e análise a priori.

Na etapa inicial de análises preliminares, foi realizado um estudo a fim de identificar alguns problemas causados em décadas anteriores por meio de rupturas que dizem respeito ao ensino de geometria.

Além desse estudo, realizou-se uma análise de 4 livros didáticos de matemática. A escolha de dois livros aconteceu devido ao autor deste escrito atuar como docente em uma instituição a qual se utiliza dessa coleção, contudo a análise foi baseada nas turmas de 6.º ano e do 7.º ano do ensino fundamental, turmas de atuação do professor. Assim, foi escolhida outra coleção (6.º e 7.º ano), porque considerou-se ser suficiente para comprovar nossa hipótese.

CC BY-NC 4.0

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v14i1.29611

A análise foi baseada em três perguntas, a partir dos seguintes critérios: a – A forma como é abordado o conceito de área?, b – São apresentadas a fómula das áreas de quais figuras? c – Como é abordado o conteúdo de Volume? d – É dado destaque a relação área da base e o volume do sólido geométrico?

Na concepção da situação didática e análise a priori, foi construída uma situação-problema, seguindo os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas – TSD (Brousseau,1986). A situação-problema visou relacionar a área da base de figuras planas (poligonais) com a noção de volume de sólidos geométricos (prismas).

Nessa situação-problema, teve-se como apoio o *software* GeoGebra para a construção das figuras para dar possibilidades aos sujeitos de uma melhor visualização espacial e um maior dinamismo dos sólidos geométricos. A ferramenta também servirá de apoio ao estudante para a construção do conhecimento matemático abordado no problema diante da possível aplicação do docente em sala de aula.

Para a aplicação em sala de aula, o autor propõe ao docente o uso de um *data-show,* para a projeção da imagem das figuras no GeoGebra, e um notebook, para que os estudantes as movimentem, por meio do controle deslizante disponibilizado na construção. Caso a instituição possua um laboratório de informática, aula pode ocorrer nesse ambiente e o docente poderá disponibilizar os links de cada construção realizada no *software*.

Análises preliminares

A geometria é uma área muito importante para o contexto escolar e uma das que mais se aproxima da realidade do estudante. A geometria está presente em construções (prédios, casas, monumentos etc.), na natureza, além disso, lida-se com *"idéias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria"* (Lorenzato, 1995, p. 5), entre outras situações que são necessárias para o desenvolvimento do pensar geométrico do aprendente.

Mesmo com essa importância e pela sua presença no cotidiano do estudante, o ensino de geometria passou por uma ruptura, a partir do Movimento da Matemática Moderna - MMM. De acordo com Lorenzato, o MMM (1995, p. 4)

> "tem sua parcela de contribuição no atual caos do ensino da geometria: antes da sua chegada ao Brasil, nosso ensino geométrico era marcantemente lógico-dedutivo, com demonstrações e nossos alunos o detestavam. A proposta de algebrizar a geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje"

Além dessa ruptura, o autor destaca outros dois problemas que incidem diretamente na sala de aula, são eles: a formação do professor e a exacerbada importância da utilização do livro didático como a única ferramenta de apoio ao ensino de geometria. Segundo Lorenzato (1995, p. 3-4),

CC BY-NC 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

> "são inúmeras causas, porém, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detém os conhecimentos necessários para a realização de suas prática pedagógicas. [...] a segunda causa da omissão geométrica deve-se a exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro, quer devido a má formação de nossos professores, quer devido a estafante jornada de trabalho a que estão submetidos".

Todas essas causas estão intrinsecamente ligadas. Com a ruptura no ensino de geometria, a partir do MMM, as mudanças no currículo impactaram, também, na formação dos professores de Matemática.

O conceito de áreas de figuras planas (bases poligonais) e volume de sólido geométricos (prismas) nos livros didáticos

Nos dias atuais, o livro didático ainda continua sendo uma importante ferramenta de apoio ao docente no ensino de Matemática, além de ser *"considerado um dos principais recursos didáticos, impressos, utilizados por professores e alunos do sistema público de ensino" (*Santos, 2013, p. 36*)*.

Todos esses livros didáticos são distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de forma gratuita para todas as escolas públicas e Federais do país (MEC, 2018). Contudo, não é a única ferramenta que pode ser utilizada como apoio ao ensino de geometria na sala de aula.

Com base na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), "*a geometria envolve um estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento"(*Brasil, 2018, p. 271), portanto, existem diversas outras possibilidades que podem ser utilizadas como recurso didáticos na explanação desse tema.

Com passar do tempo, foram surgindo várias metodologias de ensino, ferramentas pedagógicas, novas tecnologias, buscando qualificar ainda mais o ensino da geometria e da matemática, inclusive as tecnologias digitais (Borba et al., 2014). As tecnologias digitais se apresentam como ferramentas metodológicas de apoio tanto para o ensino como para o aprendizado da Matemática.

Uma dessa ferramentas tecnológicas é o *software* GeoGebra, *"criado por Markus Hohenwater em 2001 e, ao longo dos anos, foi consolidando seu status enquanto tecnologia inovadora na educação matemática"* (Borba et al., 2014, p. 38). O GeoGebra é uma ferramenta gratuita que relaciona a álgebra e a geometria. Permite, dentre outras funcionalidades, a construção de funções, gráficos, estatística e tabelas. Além dessas funcionalidades, enriquece ainda mais o ensino se utilizando do seu dinamismo e da visualização, principalmente para o ensino da geometria.

Neste trabalho, a utilização do GeoGebra foi apresentada como uma ferramenta capaz de complementar a explicação do livro didático escolar, já que esse *software* se limita apenas à exposição do conteúdo matemático, nesse caso, a relação entre a área de figuras planas (bases poligonais) e a noção de volume de sólidos geométricos (prismas).

Essa seção tem o objetivo de analisar 2 coleções distribuídas pelo PNLD com base no conteúdo de área de figuras planas e o volume de sólidos geométricos. Foram utilizados, para a análise, os livros didáticos das séries do 6.º e 7.º ano do ensino fundamental.

CC BY-NC 4.0

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v14i1.29611

Os critérios foram os seguintes: a – A forma como é abordado o conceito de área?, b – São apresentadas a fómula das áreas de quais figuras? c – Como é abordado o conteúdo de Volume? d – É dado destaque à relação área da base e o volume do sólido geométrico?

O primeiro livro analisado foi a coleção a "Conquista da Matemática", de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (2018). A escolha dessa coleção aconteceu devido ao autor deste artigo atuar como docente nas turmas de 6.º e 7.º ano do ensino fundamental na instituição na qual é utilizada a coleção.

O conteúdo de área das figuras planas é abordado no capítulo 4 da unidade 8 no livro do 6.º ano. É iniciada a exposição dos conceitos de área do retângulo de duas maneiras semelhantes, a primeira é uma figura em superfície única e a segunda foi dividida em quadrados de lado 1 cm, totalizando 10 quadrados menores.

A situação anterior também se estende à área do quadrado. A área do triângulo retângulo é explicada por meio da construção de dois triângulos semelhantes transformando-a em um retângulo. Relacionado as figuras são apresentadas as áreas do retângulo e do quadrado e a área do triângulo retângulo.

O conteúdo relacionado a volume, capítulo 3 da unidade 9 do livro didático, apresenta-se de uma maneira dissociada do conteúdo de área de figuras planas, sendo que o autor explicita na exposição do seu conceito que o cálculo do volume acontece por meio da multiplicação do comprimento, largura e altura, e a noção de volume é apresentada limitando-se à utilização de cubos e blocos retangulares.

No livro didático do 7.º ano, o conteúdo de área e volume é apresentado na unidade 9. Na exposição do conteúdo de áreas de figuras geométricas planas, capítulo 1, são abordados alguns conceitos a mais em relação ao 6.º ano, como o conceito de área do paralelogramo, equivalência entre áreas (que se utiliza da decomposição das figuras) e a área do trapézio.

Um desses conceitos (equivalência entre áreas) faz uma abordagem de como realizar o cálculo da área de figuras planas, utilizando outras construções por meio da junção de quadrados e retângulos. Esse cálculo pode ser realizado por meio da decomposição de figuras. No exemplo citado, a figura foi dividida em duas (I e II) e, após a identificação da base e altura de cada uma, foi determinada a área e, por fim, realizou-se a soma de ambas, encontrando assim o resultado da área total da figura.

Quando diz respeito ao conteúdo de volume, apresentado no capítulo 2, a sua noção é apresentada por meio de dois sólidos, são eles: o cubo e o paralelepípedo. A partir de uma leitura inicial, observa-se que a abordagem do conceito de volume é realizada utilizando cubinhos de lado 1 cm. Para encontrar a solução, é necessário completar o bloco retangular cujas medidas são 4 cm de comprimento, 2 cm de largura e 3 cm de altura.

Em outra situação são apresentados dois contêiners a partir de uma situação-problema cujas medidas são 3 m de altura, 2,5 m de largura e 6 m de comprimento. O resultado do volume do contêiner é obtido multiplicando cada dimensão destacada. Em seguida, é destacado que, para o cálculo do volume, realiza-se o produto das dimensões ($V = a.b.c$). A explanação anterior também se estende para o volume do cubo, no entanto, com todas as medidas iguais.

O segundo livro analisado foi a coleção a "Matemática essencial 6.º ano: Ensino fundamental anos finais", de Patricia Moreno Pataro e Rodrigo Balestri (2018).

CC BY-NC 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

Iniciou-se com a observação de como são apresentados os conceitos de área de figuras planas e noção de volume de sólido geométricos no livro didático de Pataro e Balestri (2018).

O conteúdo de áreas de figuras planas é apresentado no capítulo 13 do livro didático, intitulado de "Matemática essencial 6.º ano: ensino fundamental anos finais (Pataro & Balestri, 2018). O capítulo aborda a área de figuras planas, como a do quadrado, retângulo e triângulo retângulo.

A explanação inicial do conteúdo do capítulo acontece com a área de um quadrado e de um retângulo com o suporte de uma malha quadriculada. O autor apresenta as duas definições de ambas as figuras, em que diz *"podemos calcular área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura"* (Pataro & Balestri, 2018, p. 266). Essa mesma definição serve também para o cálculo da área da superfície de um quadrado, no entanto, a largura e comprimento têm a mesma medida.

Logo em seguida, é exposta a área de um triângulo retângulo, também tendo como suporte a malha quadriculada. Após a explanação da figura, logo abaixo, traz a sua definição *"podemos calcular a medida da área de um triângulo retângulo multiplicando as medidas dos comprimentos dos lados que formam um ângulo reto e dividindo o resultado por 2*" (Pataro & Balestri, 2018, p. 267).

No conteúdo de volume, o capítulo traz a temática baseada nos sólidos geométricos paralelepípedo retângulo e do cubo. Para o cálculo do volume de ambos os sólidos geométricos, realiza-se a multiplicação do comprimento, da largura e da altura, contudo, no caso do volume do cubo, todas as medidas são iguais.

No livro do 7.º ano do ensino fundamental, o conteúdo de áreas de figuras planas é apresentado no capítulo 12 do livro didático. No capítulo, é abordada a área de figuras planas, como o quadrado, o retângulo, o paralelogramo e o triângulo (Pataro & Balestri, 2018).

A explanação inicial do conteúdo de área acontece com a área de um retângulo e um quadrado. Para o cálculo da área de um retângulo, multiplica-se a medida do seu comprimento pela sua largura, ou seja, $A = a.b$. Na situação em que a figura é um quadrado, o comprimento tem a mesma medida da largura ($a = b$), ou seja, $A = a.a$. Os conceitos de área do paralelogramo e do triângulo são apresentados por meio de atividades desenvolvidas dentro da lista apresentada pelo livro didático.

No conteúdo de volume, o capítulo traz a temática baseada nos sólidos geométricos denominados paralelepípedo retângulo e cubo. Para o cálculo da medida desses dois sólidos, é utilizada a fórmula, como dito pelo autor, $V = a.b.c$ e $V = a.a.a$, em que a, b e c são as dimensões dos sólidos.

Entende-se que a análise dessas duas coleções (totalizando 4 livros) seja suficiente para comprovar a hipótese da não relação do conteúdo de áreas de figuras planas e a noção de volume. Ademais, compreende-se que essa fragmentação dissocia a relação entre esses dois conteúdos no ensino de geometria, trazendo uma maior dificuldade na sua compreensão pelos estudantes.

No 6.º ano do ensino fundamental, são apresentadas as áreas do retângulo, do quadrado e do triângulo. Ao que diz respeito ao estudo do conceito de volume, são apresentados apenas de blocos retangulares e de cubos.

Ao passo que os estudantes compreendem o cálculo das áreas dessas três figuras (do retângulo, do quadrado e do triângulo) com uma simples relação entre os sólidos geométricos, torna-se bem mais simples identificar o volume de cada um. A figura abaixo construída no *software* GeoGebra pode ser um exemplo a ser explanado pelo docente em sala de aula.

CC BY-NC 4.0

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v14i1.29611

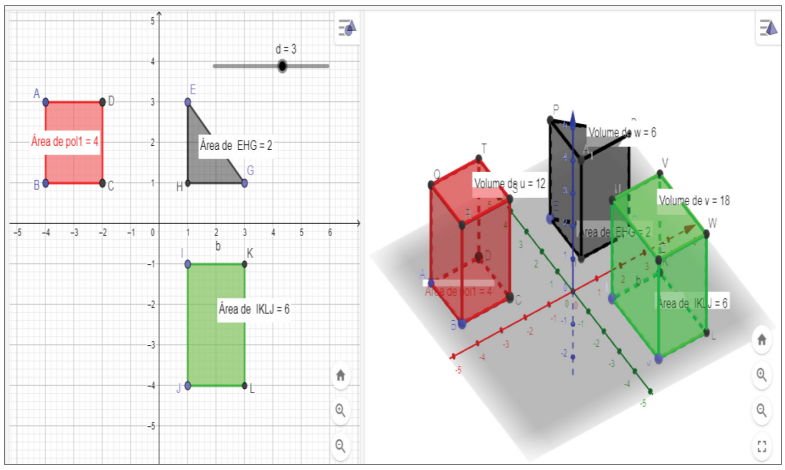

Figura 2. Relação da área de figuras planas (do retângulo, do quadrado e do triângulo) com o volume dos sólidos geométricos.

Na Figura 2, observa-se a relação das áreas do quadrado, do retângulo e do triângulo retângulo (lado esquerdo), construídos no *software* GeoGebra, com os volumes dos sólidos geométricos (lado direito), cuja bases são representadas pelas três figuras em questão.

Com o apoio de um controle deslizante, pode-se observar o aumento da altura do sólido e, consequentemente, o seu volume. O professor deve dar destaque às figuras planas que não mudam sua estrutura, independentemente da mudança da altura do sólidos. Com essas simples movimentações, o professor pode explicitar essas relações entre ambas as figuras.

Como existe uma ampliação de figuras a partir do momento que os estudantes irão passando de ano, segue a mesma ideia para ambas, destacando sempre a relação dos dois conceitos.

Baseado nisso, a intenção é utilizar a relação entre esses dois conceitos de áreas de figuras planas e volumes por meio de sequências didáticas que propicie a visualização e compreensão dos estudantes quanto à temática. De acordo com a BNCC (2018, p. 271), "*estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos*".

A BNCC (2018, p. 275) ainda enfatiza *"as articulações das habilidades com outras áreas dos conhecimento, entre as unidades temáticas e no interior de cada uma delas"*. Pensando nessas relações entre elementos e na articulação entre as habilidades, a seção seguinte propõe situações didáticas que visam à relação entre os dois conceitos aqui explicitados, como proposta para os professores que ensinam geometria nas turmas do 6.º e 7.º ano do ensino fundamental.

Concepção da situação didática e análise a priori

Buscando relacionar o conteúdo de área de figuras planas (bases poligonais) e o volume de sólidos geométricos (prismas), utilizou-se, como ferramenta de apoio ao livro didático, o *software*

CC BY-NC 4.0

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

GeoGebra. De acordo com o Instituto São Paulo, como citado em Borba et al. (2014, p. 38), o GeoGebra é *"um software de Matemática dinâmica gratuito e multiplataforma dinâmica gratuito para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação"*.

Essas características potencializam essa ferramenta como um complemento ao livro didático devido à sua dinamização em relação às figuras, e essa dinâmica pode permitir a exploração e a realização de conjecturas em relação a elas.

Com base nessas características, construiu-se sequências didáticas, as quais podem ser utilizadas para a relação do ensino do conceito de cálculo de área de figuras planas e o volume de sólidos geométricos.

A proposta foi apresentada em forma de situação-problema buscando a autonomia do estudante no processo investigativo, tornando-o um sujeito ativo no processo de aprendizagem. Com base nisso, escolheu-se uma teoria de ensino que proporcione o estudante agir sobre problema, formular situações, possibilitando as validações dos conceitos explanados pelo docente, denominada Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1986).

Conforme Almouloud (2007, p. 31), *"o objetivo da teoria das situaçoes é caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis"*. E, com base nessa reprodutividade, apresenta-se a situação didática a seguir. A situação didática foi descrita com base nas etapas de ação, formulação, validação e Institucionalização (Almouloud, 2007).

O primeiro problema proposto trata-se de um quadrado (interface 2D) de lado 3 cm e um prisma (interface 3D), no qual a base é formada pelo quadrado de lado 3 cm e sua altura varia a partir da movimentação do controle deslizante. A relação dos conceitos abordados pode ser observada a partir da resolução do problema (3 itens) ao ser aplicado em sala de aula.

Problema 1: Observe a figura abaixo:

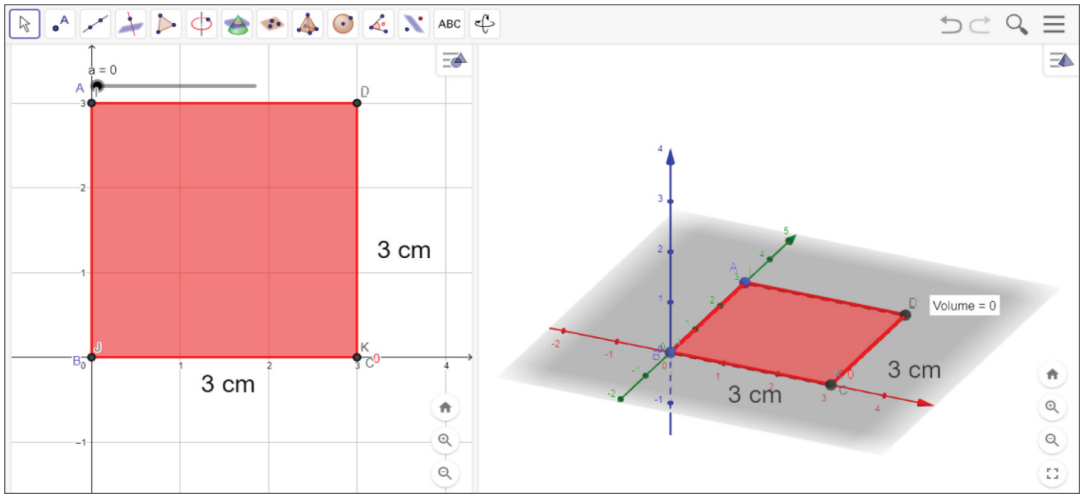

Figura 3. Representa a imagem inicial do problema proposto para a visualização pelos estudantes.

CC BY-NC 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v14i1.29611

A partir da figura, responda dos itens “a” a “c”.

a – Calcule a área do quadrado(interface 2D), cuja medida lateral é 3 cm?

b – Calcule o volume do sólido geométrico (prisma de base quadrada), cuja medida da altura é 4 cm? E se a altura for 5 cm?

c – Qual a relação entre área da base e o cálculo do volume a partir da mudança da altura do prisma de base quadrada?

Cabe destacar que a construção (Problema 1) pode ser acessada pelo *smartphone* no aplicativo do GeoGebra, como também pela *web* a partir do *link* de acesso (https://www.geogebra.org/classic/xwrhewg9). A situação didática apresenta os possíveis comportamentos dos estudantes frente ao problema.

Descrição da situação didática:

O professor deve apresentar a construção para os estudantes em sala de aula por meio de um projetor para uma melhor visualização e com a disponibilização do *software* GeoGebra para a sua manipulação.

Na situação de ação, conforme Almouloud (2007, p 38), “*é essencial para o aluno exprimir suas escolhas e decisões por ações sobre o milieu*”, portanto o aluno poderá escolher as estratégias para que consiga chegar ao resultado.

Tendo o estudante compreendido o conceito de superfície, poderá utilizar duas estratégias para a resolução da situação-problema, são eles: poderá utilizar a multiplicação do comprimento pela largura da figura ou usar a malha quadriculada no *software* GeoGebra como suporte para determinar a quantidade de quadrados menores dentro do quadrado maior.

Na situação de formulação, *“é o momento em que o aluno ou o grupo de alunos explicita, por escrito ou oralmente, as ferramentas que utilizou e a solução encontrada”* (Almouloud, 2007, p. 38).

Caso o estudante tenha utilizado a primeira estratégia para o cálculo da área, ele deve realizar a multiplicação do comprimento pela largura do quadrado, ou seja, $(3\ x\ 3)\ cm^2 = 9\ cm^2$. Caso tenha utilizado a segunda estratégia, ele deve contar os quadrados menores dentro do quadrado maior e identificar a quantidade de 9, ou seja, a área igual $9\ cm^2$.

Essa informação coletada é suficiente e necessária para a ir ao encontro das soluções seguintes, as quais se referem ao volume do bloco retangular cuja altura é 4 cm. Em seguida, o professor deve dispor do *software* GeoGebra para que o estudante realize movimentações no controle deslizante e observe essa movimentação até a altura 4 cm.

A observação dessa movimentação deve levar o estudante à possibilidade da percepção de que, a partir do momento em que ele altera o controle deslizante, a área do quadrado ($9\ cm^2$) na interface 2D não muda (Figura 4).

CC BY-NC 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

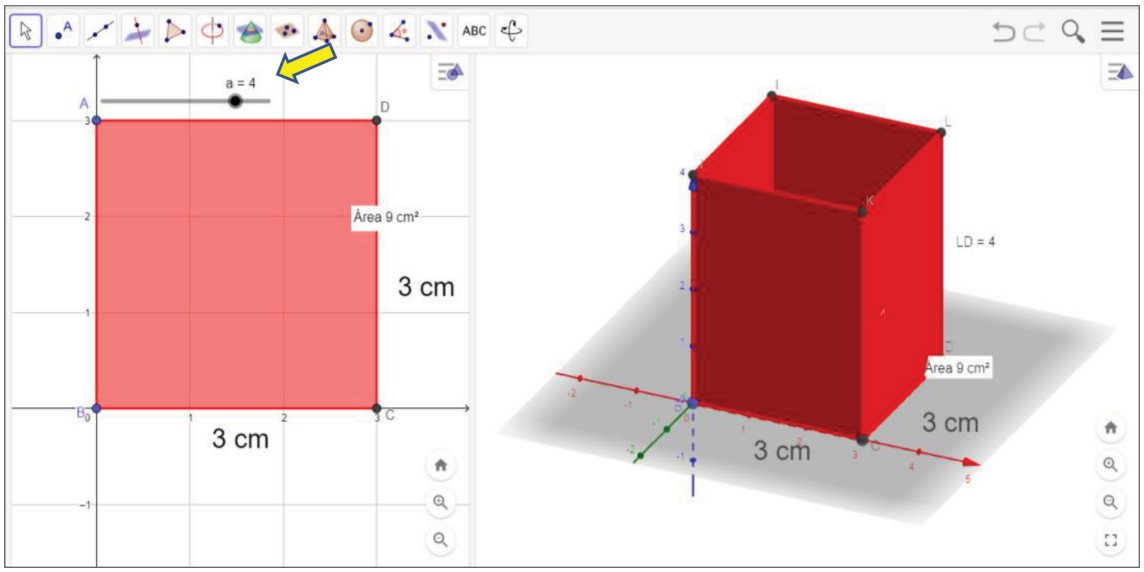

Figura 4. Dando destaque à movimentação do controle deslizante até a altura 4 cm do bloco retangular.

A situação de validação proporciona ao estudante uma solução provisória para o problema, isso porque primeiro ele *"deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática (modelo da situação) ao julgamento do interlocutor"* (Almouloud, 2007, p. 39).

Essa situação deve prezar pelo debate e questionamentos diante da exposição no quadro da solução apresentada pelo estudante, tanto dos alunos para o aluno, do professor para o aluno, como também dos alunos para os alunos *"assim, a teoria funciona, nos debates científicos e nas discussões entre alunos, como milieu de estabelecer provas ou refutá-las"* (Almouloud, 2007, p. 39).

Para a validação da situação-problema, o estudante deve usar a percepção identificada na situação de formulação em relação ao movimento do controle deslizante que representa a altura do bloco retangular e a área da base, isso porque a movimentação do controle deslizante vai mudando o valor do volume, contudo não altera o valor da área (Figura 5).

CC BY-NC 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v14i1.29611

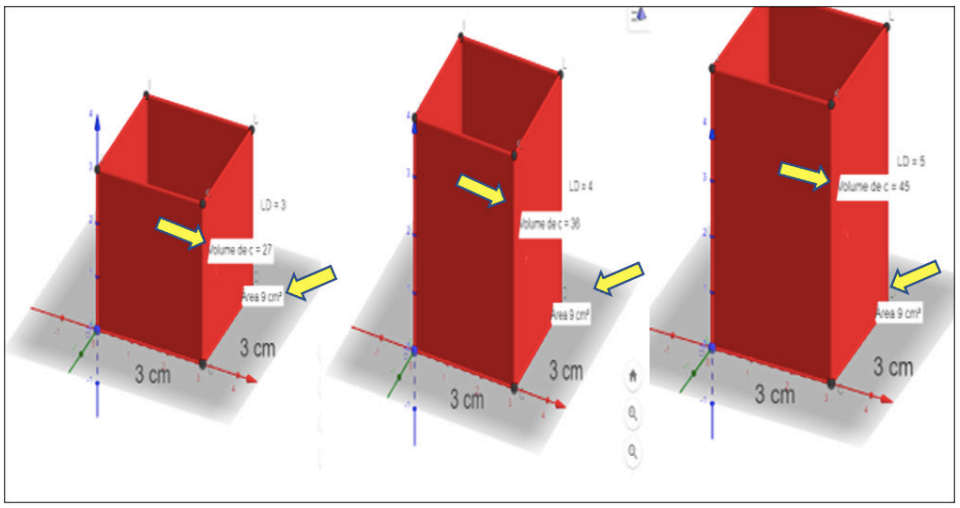

Figura 5. As movimentações do controle deslizante e seus respectivos volumes.

Como mostrado na Figura 5, a área da base permanece independentemente da mudança da altura do prisma. Com essa afirmação o estudante, a partir dessas mudanças, poderá identificar que no prisma em que a altura é 3 (lado esquerdo da Figura 5), o volume é 27, ou seja, $(9\ x\ 3)\ cm^3 = 27cm^3$, sendo 9 cm² a área da base. No prisma do centro em que a altura é 4, o volume é 36, ou seja, $(9\ x\ 4)\ cm^3 = 36\ cm^3$. No prisma do lado direito, a altura é 5, o volume é 45, ou seja, $(9\ x\ 5)\ cm^3 = 45\ cm^3$.

O que ele poderá concluir com essas afirmações possíveis anteriores é que o volume do sólido geometrico cuja base é quadrada é calculado da seguinte maneira:

$$(9\ x\ 5)\ cm^3 = 45\ cm^3$$

A etapa final da TSD denomina-se de situações de Institucionalização "*definidas como aquelas em que o professor fixa convencionalmente o estatuto cognitivo do saber*" (Almouloud, 2007, p. 40). Nessa etapa, o professor deve entrar em ação explicitando as estratégias utilizadas e confirmando-as a partir do que foi encontrado pelos alunos diante das três fases anteriores.

O docente poderá trazer exemplos para que possa, além do problema proposto, ampliar mais ainda o conceito de volume com base na definição encontrada, como, por exemplo, na figura em que a base tem a forma de um trapézio (Figura 6).

CC BY-NC 4.0

desenvolvimento
curricular
e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

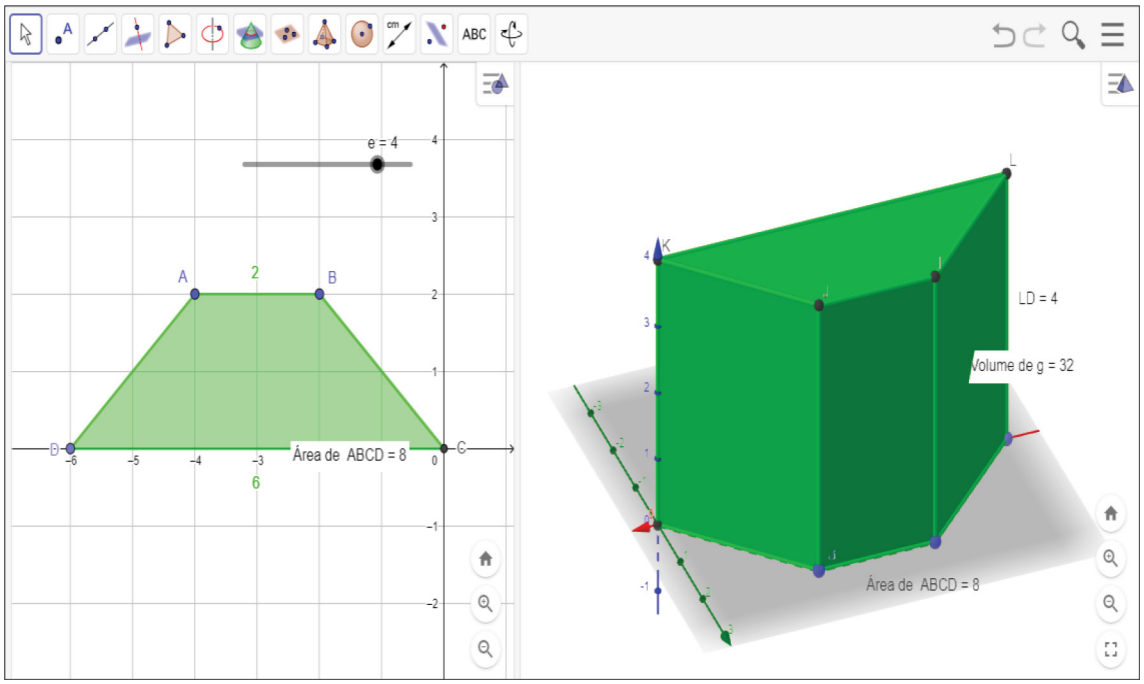

Figura 6. prisma cuja base é um trapézio. (link de acesso https://www.geogebra.org/classic/zb9dmhdw).

A Figura 6 apresenta um trapézio cuja área é 8 cm². Com base nessa informação e utilização, a definição encontrada para o volume do prisma, basta realizar a multiplicação da área da base pela altura do prisma, ou seja, no caso da figura acima, $(8\ x\ 4)\ cm^3 = 32\ cm^3$.

Sendo assim, a partir dos problemas anteriores e da relação área da base e volume de sólidos de geométricos, o professor poderá explicar outras situações, mostrando outros exemplos de prismas, cuja base são em formas triangulares, retangulares, na forma de paralelogramo, etc.

Conforme Almouloud (2007, p. 40), *"depois da institucionalização, feita pelo professor, o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para a utilização na resolução de problemas matemáticos".* Nesse caso, o docente poderá apresentar outras situações-problema como sugestão para a sala de aula.

Como sugestão, poderá utilizar os respectivos prismas de base poligonais representados na Figura 7.

CC BY-NC 4.0

desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v14i1.29611

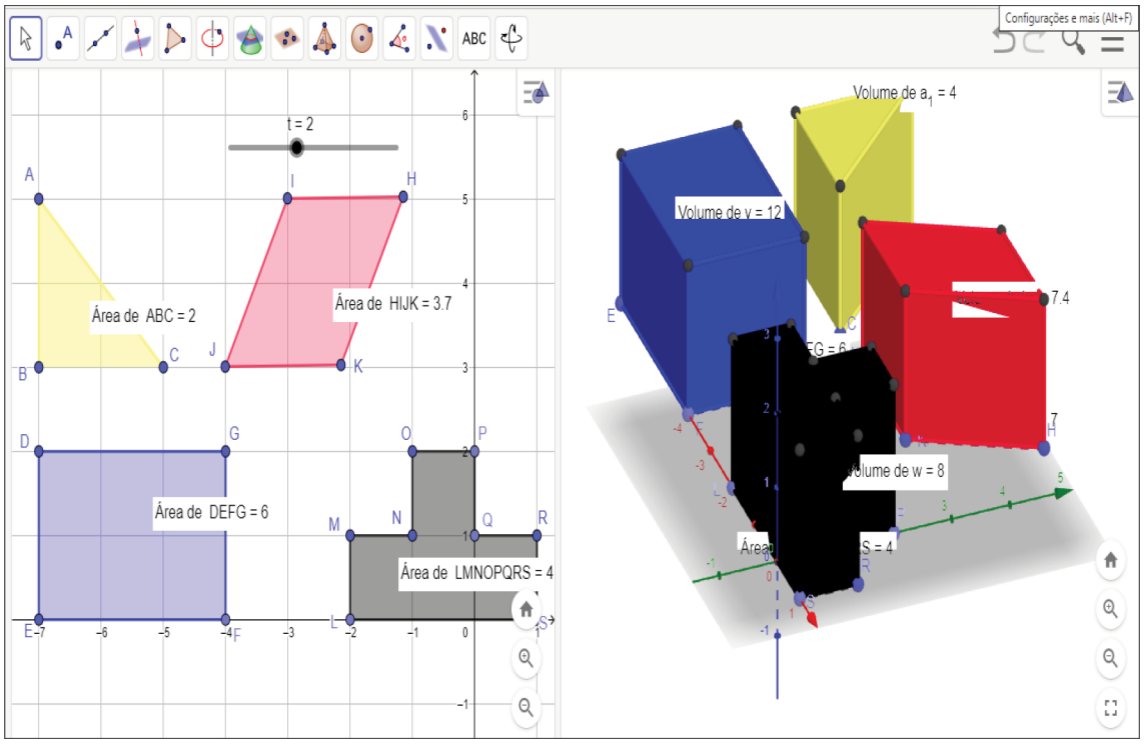

Figura 7. Outros exemplos de prismas (link de acesso: https://www.geogebra.org/classic/nqbrq4bf).

Diante dessas duas situações-problema envolvendo a relação da área de figuras planas (representando a base dos sólidos geométricos) e a noção de volume, espera-se, após a aplicação, que os estudantes consigam relacionar ambos os conteúdos.

Em relação ao *software* GeoGebra, com a dinamização e a visualização, espera-se que os estudantes percebam a noção espacial dos sólidos geométricos por meio do controle deslizante acrescentado. Ademais, o GeoGebra também poderá servir como um complemento ao livro didático, pois, como mencionado anteriormente, o *software* traz o dinamismo das figuras que fica impossibilitado com o uso apenas do livro didático.

Conclusões

Este artigo teve o objetivo de desenvolver um estudo com base na Engenharia Didática (ED), visando a construção de uma sequência didática apoiada nos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD), buscando a desfragmentação da relação entre de área de figuras planas (bases poligonais) e o volume de sólidos geométricos (prismas). Foram utilizadas nesse estudo apenas as duas fases iniciais da ED.

CC BY-NC 4.0

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

Diante disso, a ED permitiu identificar por meio das suas etapas de análises preliminares confirmar nossa intuição inicial que diz respeito à não relação da áreas de figuras planas e o volume de prismas. E a partir dessa identificação, construir uma situação didática que poderá a vir proporcionar a superação desse obstáculo de aprendizagem da noção de volume.

Para a apresentação dessa relação entre ambos os conteúdos, foi utilizado o *software* GeoGebra com sua interface dinâmica que possibilitou a criação de duas interfaces (2D e 3D) que podem trazer facilidades à compreensão por meio da visualização e da dinamização das figuras abordadas.

Destaca-se também, pelo seu modo diferente da exposição do conteúdo, que o software proporciona um complemento ao livro didático e que pode ser utilizado em sala de aula devido ao fácil acesso pelos *links* disponibilizados anteriormente.

Entende-se que a apresentação da abordagem da relação entre áreas de figuras planas e a noção de volume de prismas por meio do livro didático pode facilitar a compreensão do conceito de volume para outros sólidos geométricos que serão abordados nas séries em sequência e, para que essa noção seja aplicada de forma eficaz, o docente pode trazer esses conceitos junto ao *software* GeoGebra, ampliando a visão espacial do aluno diante das figuras.

Essa atividade pode vir a contribuir tanto para os professores — para qualificar ainda mais o ensino de Matemática, pelo modo diferente de exposição do conteúdo abordado quando se utiliza apenas do livro didático, como para o aluno — que consegue, por meio da visualização e o dinamismo que o GeoGebra proporciona, uma melhora na visão espacial geométrica das figuras.

A situação-problema fica como possibilidade aos docentes para a aplicação em sala de aula, por meio da experimentação e uma possível análise a posteriori, etapas finais da Engenharia Didática, para a coletas e análise dos dados. Além disso, a situação-problema segue os pressupostos da TSD, buscando a autonomia do estudante na construção do conhecimento matemático.

Assim, tem-se como perspectiva que a aplicação dessa atividade pode trazer contribuições para a educação matemática pelo modo diferente de exposição, que se utiliza do auxílio de tecnologias digitais.

Referências

Almouloud, S. (2007). *Fundamentos da didática da matemática.* Editora da Universidade Federal do Paraná.

Almouloud, S., & Silva, M. J. F. (2012). Engenharia Didática: evolução e diversidade. *Revemat*. 7(2), 22-52. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22

Alves, F. R. V. (2016). GeoGebra e a transição complexa do cálculo – TCC: o caso da regra de l'hôpital. *Indagatio Didactica*, 8(2), 94-118. https://doi.org/10.34624/id.v8i2.2536

Artigue, M. (1988). Ingénierie Didactique. *Recherches en didactique des mathematiques*, 9(3), 281-308. https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didactica. In M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, P. Gómez (Ed.), *Ingeniería Didáctica en educación matemática: un esquema para la investigación en la enseñanza yel aprendizaje de las matemáticas* (pp. 33-59). Una Empresa Docente & Grupo editorial iberoamericana.

CC BY-NC 4.0

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v14i1.29611

Artigue, M. (1996). Ingénierie Didactique. In J. Brun (Ed.), *Didactique des mathematiques* (pp. 243-274). delachaux et noestlé.

Bachelard, G. (1996) *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento.* Contraponto.

Barquero, B., & Bosch, M. (2015). Didactic Engineering as a Research Methodology: From Fundamental Situations to Study and Research Paths. In A. Watson, & M. Ohtani. *Task Design in Mathematics Education*. (1sd ed., pp. 251-270). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2

Borba, M. C., Silva, R. S. R., & Gadanidis, G. (2014). *Fases da tecnologia digital em educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.* Autêntica.

Brasil (2018). Ministério da Educação. *Programa Nacional do Livro Didático – PNLD*. http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld.

Brasil. (2018). Ministério da Educação. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasilia: MEC/SEB.

Brosseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2014) *Teaching fractions through situations*: A fundamental experiment. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2715-1

Brousseau, G. (1986) *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Mathematics. Université Sciences et Technologies.* [Tese de Doutorado]. L'université de Bordeaux I – França.

Galvez, G. (1996). Didática da Matemática. In Parra C., & Saiz, I. (Ed). *Didática da matemática: reflexões psicológicas.* (pp. 26-35). Artes Médicas. http://paginapessoal.utfpr.edu.br/estephan/didatica-da-matematica/didatica-da-matematica-e-didatica-geral/didatica%20da%20matematica%20-%20Parra.pdf/view

Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisas*. Atlas.

Júnior, J. R. G. & Castrucci (2018). *A conquista da Matemática*: 6.º ano. FTD.

Júnior, J. R. G. & Castrucci (2018). *A conquista da Matemática*: 7.º ano. FTD.

Laborde, C. (2017) Teaching learning projects and didactical engineering. *La matematica e la sua didattica.* 25(2), 163-179. https://rsddm.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2016/07/Laborde-MD-25-2-2017.pdf

Lorenzato, S. (1995). Por que não ensinar Geometria? *A Educação Matemática em Revista – SBEM*. 1 (4), 3-13. http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/emr/article/view/1311/721

Marinho, M. R. M., & Alves, F. R. V. (2016). Estudo da série de Laurent com recurso ao GeoGebra: contributo da Engenharia Didática. *Indagatio Didáctica*, 8(5), p. 165-196. https://doi.org/10.34624/id.v8i5.2497

Pataro, P. M., & Balestri, R. (2018). *Matemática essencial 6.º ano: ensino fundamental, anos finais*. Editora scipione.

Pataro, P. M., & Balestri, R. (2018). *Matemática essencial 7.º ano: ensino fundamental, anos finais.* Editora scipione.

Perrin-Glorian, M-J., & Bellemain, P. M. B. (2019). l'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres. *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, 9 (1), 45-82. https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/298/202

Santos, A. P. R. A., & Alves, F. R. V. (2018). *O cálculo de áreas:* uma aplicação da Engenharia Didática no contexto das olimpíadas de matemáticas. Indagatio Didáctica. 10(5), 199-222. https://doi.org/10.34624/id.v10i5.11133

Santos, E. M. (2013). *As representações sociais do livro didático por professores de Matemática.* [Dissertação de mestrado]. Universidade Federal de Pernambuco – Brasil.

CC BY-NC 4.0

Indagatio Didactica, vol. 14 (1), julho 2022 ISSN: 1647-3582
https://doi.org/10.34624/id.v134i1.29611

Santos, M. R. (2005). *Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis Didáticas.* [Dissertação de mestrado]. Universidade Federal Rural de Pernambuco – Brasil.

Silva, J. G. A., Alves, F. R. V., & Menezes, D. B. (2020). Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de geometria plana no contexto da OBMEP: Uma experiência no curso de Matemática do IFCE. *Educação Matemática em Revista – EMR.* 2(21), 66-78. https://doi.org/10.37001/EMR-RS.v.2n.21.2020.p.66-78

Silva, J. G. A., Alves, F. R. V., & Menezes, D. B. (2021) Situação Didática Olímpica sob a perspectiva da teoria das Situações Didáticas: uma aplicação com professores em Formação inicial na Universidade Estadual Vale do Acaraú (Brasil). *Revista Binacional Brasil-Argentina,* 10(1), 380-411. https://doi.org/10.22481/rbba.v10i01.8393

Vieira, R. P. M., Alves, F. R. V., & Catarino, P. M. M. C. (2019). Uma Exploração da Sequência de Padovan num curso de Licenciatura em Matemática. *Indagatio Didáctica.* 11(4), 261-279. https://doi.org/10.34624/id.v11i4.10641

CC BY-NC 4.0