



## Los conocimientos sobre la proporcionalidad de los futuros maestros a través del mapa conceptual

The knowledge of future teachers about proportionality through concept maps

**Maria Ricart**

Universidad de Lleida, Lleida  
maria.ricart@tematica.udl.cat

**Assumpta Estrada**

Universidad de Lleida, Lleida  
aestrada@matematica.udl.cat

**Resumo:** Analisam-se os mapas concetuais sobre a proporcionalidade, realizados pelos alunos da Licenciatura em Educação Infantil e Primária. Os futuros professores elaboraram individualmente dois mapas concetuais: um antes de trabalhar durante várias sessões num contexto de avaliação formadora sobre a proporcionalidade e as escalas e, o outro, no final da experiência. Os resultados mostram que os erros concetuais não persistem nos alunos depois da experiência, mas os alunos não estabelecem ligações suficientes entre os conceitos trabalhados.

**Palavras-chave:** Escalas, avaliação formativa, formação de professores, ligações, mapa concetual.

**Resumen:** Se analizan los mapas conceptuales sobre la proporcionalidad realizados por 24 estudiantes del Doble Grado de Educación Infantil y Primaria. Los futuros maestros elaboraron individualmente dos mapas conceptuales: uno antes de trabajar durante varias sesiones en un contexto de evaluación formadora la proporcionalidad y las escalas en particular y, el otro, al finalizar la experiencia. Los resultados muestran que los errores conceptuales no persisten en los estudiantes después de la experiencia, pero estos no establecen conexiones suficientes entre conceptos trabajados.

**Palabras claves:** Escalas, evaluación formadora, formación de maestros, conexiones, mapa conceptual.

**Abstract:** We analyze the conceptual maps about proportionality produced by 24 pre-service primary school teachers. They developed individually two conceptual maps: one before to study of proportionality and scales in particular during several lessons at a context of formative evaluation and the other, on having finished the experience. Results show that most of misunderstandings do not persist in students after the experience, even though they do not connect studied concepts.

**Keywords:** Scales, formative assessment, teachers' training, connections, conceptual map.



## Introducción

Los resultados de la Prueba de Evaluación de 4º de la Enseñanza Secundaria Obligatoria 2015 realizada a alumnos de 16 años en Cataluña por el Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu (2015) evidencian que muestran carencias en conocimientos sobre Geometría al finalizar esta etapa. No obstante, algunos se decantaron por realizar estudios superiores, en concreto, estudios de Grado de Educación Primaria y en un futuro, serán maestros que deberán llevar a cabo procesos de enseñanza-aprendizaje en este ámbito. En este trabajo nos centramos en la proporcionalidad geométrica porque además de ser uno de los objetivos del Currículum de Primaria y del de Secundaria en España el desarrollo del razonamiento proporcional, es según Inhelder y Piaget (1996) un indicativo de que el estudiante está en la etapa del razonamiento formal.

El tema concreto de trabajo es las escalas porque es un ejemplo de la vida cotidiana de una situación de magnitudes directamente proporcionales y de proporcionalidad geométrica que se debe trabajar en las escuelas. Además, su estudio involucra conceptos matemáticos importantes, como el de razón. No obstante, antes de profundizar en las escalas, se presentan distintos ejemplos de situaciones de proporcionalidad y de no proporcionalidad porque Modestou y Gagatsis (2010) afirman que el razonamiento proporcional debe implicar la habilidad de discriminar las situaciones proporcionales de las que no. No olvidemos que los futuros maestros deberán enseñar el razonamiento proporcional a sus alumnos, por lo que es necesario al menos, que ellos sean capaces de hacer esta distinción. En esta línea reflexionan Valverde y Castro (2009) después de analizar los resultados de un estudio en que maestros en formación mostraron errores conceptuales entorno a la proporcionalidad directa, siendo incapaces de identificar los elementos y características de una relación de proporcionalidad directa entre cantidades: "estos alumnos llegaron a ser maestros en activo, con el riesgo latente de transmitir esas mismas ideas erróneas en sus aulas" (p.528).

## Problema de investigación

A la vista de lo expuesto anteriormente, nos proponemos detectar los conocimientos previos sobre el tema de la proporcionalidad de un grupo de estudiantes para maestro antes de participar en un módulo de enseñanza y aprendizaje basado en las escalas y en la evaluación formadora, pues "la evaluación, entendida como autoevaluación y coevaluación, constituye forzosamente el motor de todo el proceso de construcción del conocimiento" (Sanmartí, 2007, p.23).

Además, analizaremos cómo evolucionan estos conocimientos y veremos si son capaces de establecer conexiones entre los conceptos. Para ello, utilizaremos los mapas conceptuales, porque son instrumentos ideales para evaluar el aprendizaje significativo (Novak y Gowin, 1988; Moreira, 2005).



## Marco teórico

Los mapas conceptuales son diagramas de significados (Moreira, 2005) que tienen su origen en la teoría de la asimilación de Ausubel, basada en el aprendizaje significativo (Ausubel, 2002) y fueron creados por Novak en los setenta (González, Ibáñez, Casalí, López y Novak, 2000). "Un mapa conceptual es una representación visual de la jerarquía y las relaciones entre conceptos contenidas por un individuo en su mente" (González, 2008, p.52). Los mapas conceptuales tienen tres elementos fundamentales: los conceptos, las palabras de enlace y las proposiciones. "Los conceptos hacen referencia a acontecimientos que son cualquier cosa que sucede o puede provocarse y a objetos que son cualquier cosa que existe y se puede observar" (Ontoria, 1994, p.35). Las palabras de enlace unen los conceptos para construir frases que tienen significado y que se denominan proposiciones (González et al., 2000). Entre las características propias de los mapas conceptuales destaca que los conceptos, que se enmarcan en una elipse o recuadro, deben estar dispuestos por orden de importancia o de inclusividad (Ontoria, 1994), es decir, el concepto más general debe situarse en la parte superior del mapa y a continuación, en niveles cada vez más inferiores los conceptos restantes, de manera que en los últimos niveles estén los más específicos y finalmente, los ejemplos (González et al., 2000).

Según Hernández y Serio (2004) los mapas conceptuales pueden ser usados como estrategia de evaluación y valoración de los conocimientos y sus procesos, de aprendizaje o como estrategia en la enseñanza. En particular, son herramientas para detectar los conocimientos previos de los estudiantes con relación a un tema y analizar cómo evoluciona su aprendizaje (Pozueta y González, 2015), para identificar errores conceptuales (Anderson-Inman, Ditson y Ditson, 1998) o para diseñar unidades didácticas (González, 2008).

Respecto a los estudiantes, los mapas conceptuales les "facilitan la comprensión del conocimiento existente y les ayudan a relacionar los nuevos conceptos con los que ya poseen" (González et al., 2000, p.90) porque su elaboración promueve el aprendizaje significativo y evita el aprendizaje no sustantivo, arbitrario y memorístico (González, 2008).

## Metodología

La metodología utilizada se basa en la espiral del conocimiento de Wells (2004), que tiene tres fases: la primera, en la que se comparten los conocimientos previos y es el punto de partida; la fase 2, en la que hay el acercamiento a la nueva información y la fase 3, en la que los estudiantes reflexionan juntos.

Este estudio, que es de carácter cualitativo-descriptivo, forma parte de una investigación que tiene una parte experimental que se realizó en 8 sesiones seguidas de la asignatura "Espacio y Forma" en un aula con 24 estudiantes de 2º curso del Doble Grado de Educación Infantil-Educación Primaria de una universidad española. Previamente, los futuros maestros habían realizado un pretest que pretendía evaluar los siguientes tópicos: discriminación de situaciones de proporcionalidad, el conocimiento didáctico inicial, la representación gráfica de una figura dada la escala numérica y el uso de la escala gráfica para calcular distancias reales.



En la primera sesión de trabajo los estudiantes realizaron un mapa conceptual inicial de manera individual a partir del concepto de proporcionalidad (ya habían realizado mapas conceptuales en esa misma asignatura a partir de otros conceptos). A continuación, comenzó la instrucción de corte tradicional por parte de la responsable de la asignatura: introdujo los conceptos de razón y proporción a partir de un ejemplo sobre una receta de cocina y seguidamente les planteó varias situaciones en que las magnitudes presentaban una relación directamente proporcional, inversamente proporcional o que simplemente, no tenían relación de proporcionalidad. Una vez discriminadas las diferentes situaciones, la profesora dibujo en la pizarra dos cuadrados, uno de 1 unidad de lado y el otro, de 2, y dos cubos, uno de 1 unidad de arista y el otro, de 2 unidades. Les preguntó por la relación entre los lados de los dos cuadrados, por la relación de sus áreas y por la relación de los volúmenes de los cubos. En la siguiente parte de la sesión se trabajaron las escalas a través de ejemplos y como ejemplo de una situación de proporcionalidad directa. Los estudiantes definieron la escala, resolvieron los problemas planteados de distintas maneras y discutieron sobre las unidades de medida, además de la importancia de ser críticos con los resultados.

En la segunda sesión, cada estudiante corrigió su pretest y también se debatió cuando dos magnitudes son directamente proporcionales y si hay relación de proporcionalidad o no, entre dos magnitudes inversamente proporcionales. Además, se definió que son figuras semejantes.

En las siguientes sesiones los futuros maestros trabajaron en grupos unas tareas sobre escalas en las que tenían que realizar un análisis epistémico, es decir, identificar, entre otros, los conceptos, argumentos y procedimientos implicados en una serie de problemas para niños y niñas de 6º curso de Primaria, además de modificar los enunciados para aumentar o disminuir la dificultad de estos y corregir las resoluciones reales de tres estudiantes de Primaria a estos problemas.

Finalmente, los futuros maestros realizaron un postest y un mapa conceptual final, para el que se dieron las mismas indicaciones que en el inicial.

Durante la experiencia en el aula, se llevó a cabo un proceso de evaluación formadora, ya que los estudiantes para maestro realizaron rúbricas de autorregulación y de evaluación entre iguales del pretest y de las tareas grupales. También hubo varias puestas en común.

Los instrumentos de recogida de datos que se han utilizado para este estudio son los 48 mapas conceptuales elaborados individualmente por cada estudiante: 24 mapas iniciales y 24 mapas finales.

## Resultados

Se observaron cuatro tipos diferentes de mapas conceptuales que se agrupan en 4 categorías:

- Categoría A: los que indican que la proporcionalidad puede ser directa o inversa (figura 1).

Este tipo de mapas solamente corresponde a 11 mapas conceptuales iniciales; ningún mapa final es de este tipo. En 3 de esos mapas se han observado errores conceptuales respecto a los tipos de proporcionalidad; los 3 estudiantes entienden que la proporcionalidad puede ser directa e inversa,

pero además, cada uno de ellos presenta otros tipos distintos: indirecta, perfecta e imperfecta y exacta y no exacta.



Figura 1- Mapa categoría A

- Categoría B: los que indican que la proporcionalidad puede ser directa o inversa y explican en qué consiste cada situación. No obstante, en algunos casos, se detecta que escriben indirecta en lugar de inversa para referirse a situaciones de proporcionalidad inversa (Figura 2).

Este tipo de mapas corresponde tanto a mapas iniciales como finales.

En 7 de los mapas iniciales se interpreta que el estudiante entiende perfectamente cuando una situación es de proporcionalidad directa o inversa; sin embargo, en 4 de los mapas iniciales se aprecia que están en un nivel de razonamiento pre-proporcional, ya que caracterizan las situaciones de la forma "más de una, más de la otra" o "más de una, menos de la otra". Por lo que respeta a los mapas finales, en 2 se interpreta correctamente y 2 están en un nivel pre-proporcional.

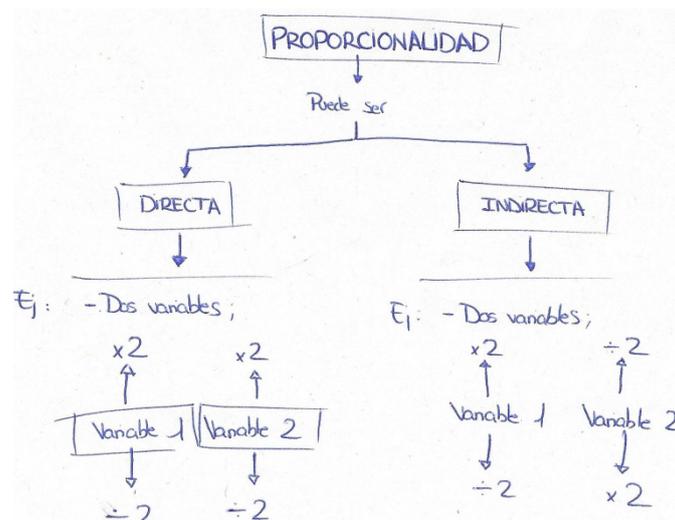


Figura 2- Mapa categoría B

- Categoría C: los que además de incluir los conceptos de directa e inversa, incluyen el concepto de escala pero no lo identifican como una situación en qué las magnitudes son directamente proporcionales (figura 3).

En esta categoría solo se hallan mapas conceptuales finales, en concreto, 13. En ellos se puede observar como los futuros maestros no interpretan las escalas como una situación de proporcionalidad directa, sino como un concepto más relacionado con la proporcionalidad.

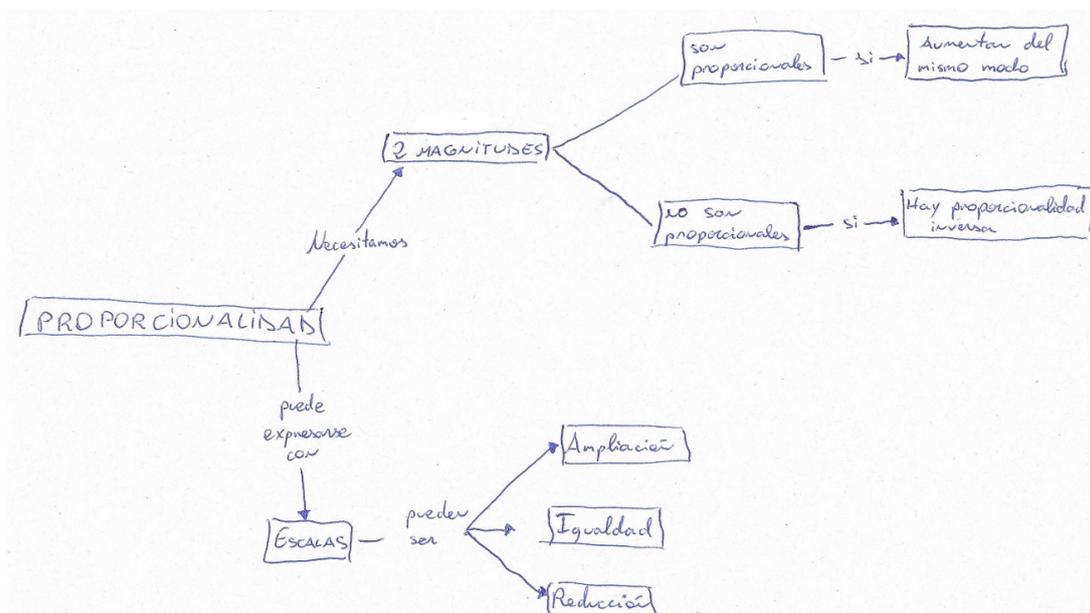


Figura 3- Mapa categoría C

- Categoría D: los que además de incluir los conceptos de directa e inversa, incluyen el concepto de escala y lo identifican como una situación en qué las magnitudes son directamente proporcionales (figura 4).

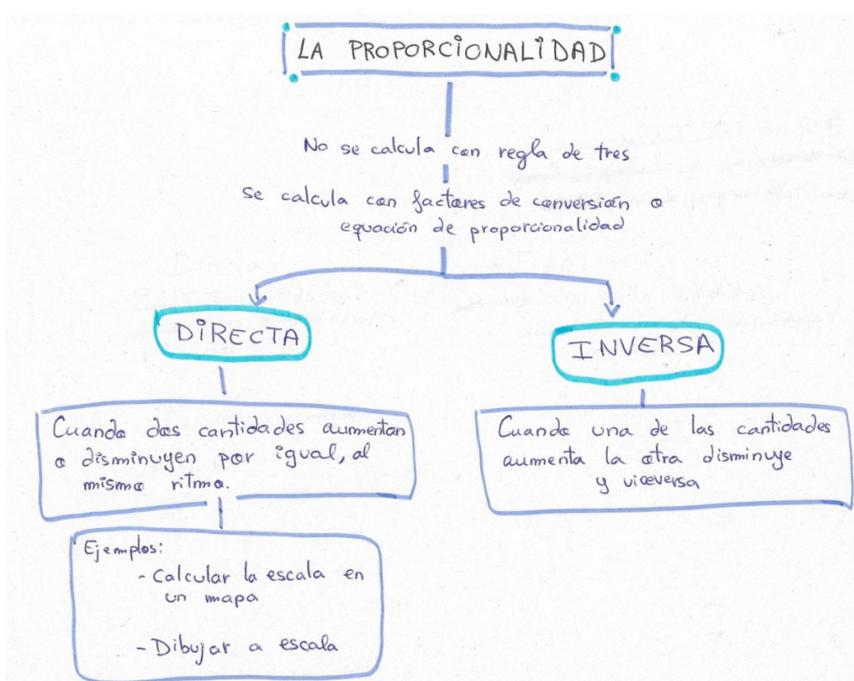


Figura 4- Mapa categoría D

No hay mapas iniciales de esta tipología, pero sí finales; en concreto, 7 futuros maestros interpretan las escalas como una situación en que se establece relación proporcional entre las magnitudes y, por tanto, lo conectan con la proporcionalidad directa como un ejemplo de ésta. No obstante eso, uno de ellos sigue considerando que la relación entre magnitudes inversamente proporcionales, es proporcional.

Finalmente, sólo queda añadir que uno de los mapas conceptuales iniciales está formado por distintos conceptos relacionados con la proporcionalidad, pero de forma errónea, ya que los mezcla sin sentido (Figura 5) y que otro de los mapas es más parecido a un esquema y contesta a las cuestiones "¿Qué es la proporcionalidad?", "¿Qué símbolos utiliza?" y "Ejemplos".

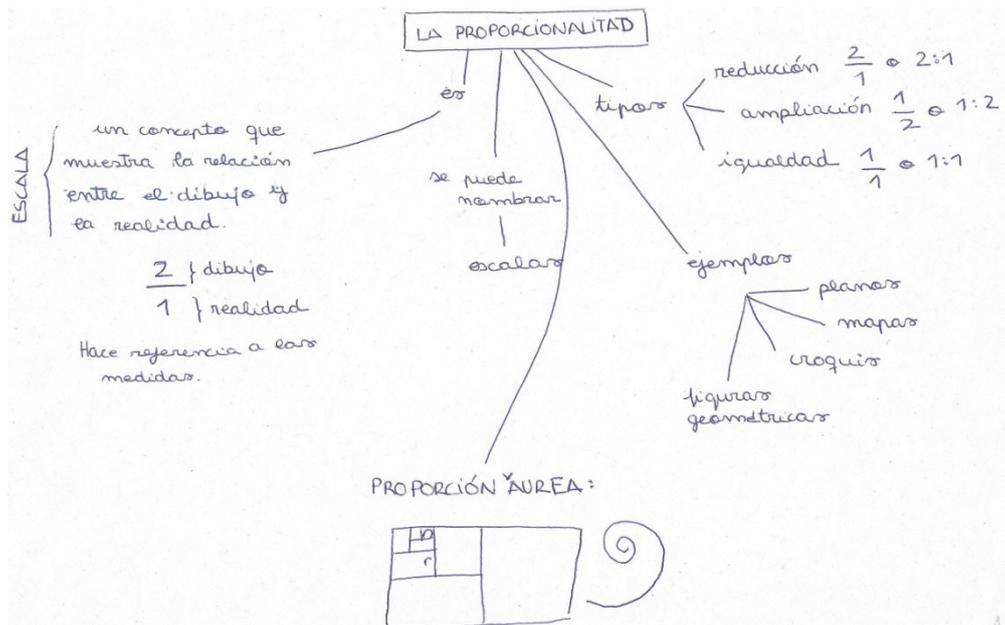


Figura 5- Ejemplo de otros mapas

En la Tabla 1 se muestra el número de mapas iniciales y finales de cada tipo y además se puede ver si hay cambios en los mapas iniciales y finales de un mismo estudiante.

Tabla 1- Frecuencias de los mapas iniciales y finales según la tipología

Final \ Inicial	B*: 2 B pre-proporcional	B: 2	C: 13	D: 7
A*: 3 A con errores			2	1
<b>A: 8</b>			6	2
<b>B*: 4</b> <b>B pre-proporcional</b>	1	1	1	1
<b>B: 7</b>	1	1	2	3
<b>Otros: 2</b>			2	



## Discussão

En los mapas iniciales se constata que un grupo numeroso de futuros maestros, al llegar a la universidad, solo sabe asociar a la proporcionalidad los conceptos de directa e inversa, y en algunos casos, tal y como afirman Anderson-Inman et al. (1998) nos muestran algunos errores conceptuales; muchos estudiantes confunden la palabra inversa por indirecta, lo que realmente muestra una carencia sobre el significado de inverso en sí y de proporcionalidad inversa. Esto seguramente se deba a que durante su etapa de educación obligatoria han resuelto mecánicamente los problemas sin desarrollar razonamiento proporcional (Lamon, 2007) debido a una actitud de aprendizaje memorista (Ausubel, 2002). Algunos, incluso, asocian la proporcionalidad directa a aquellas situaciones en que las magnitudes se relacionan de manera que cuando una aumenta, la otra también, y la proporcionalidad inversa a que cuando una aumenta, la otra disminuye. En este sentido, Martínez, Muñoz y Oller (2015) afirman que los estudiantes que tratan de justificar la relación de proporcionalidad lo hacen con argumentos incompletos del tipo "a más, más". Esto indica que se encuentran en un nivel de razonamiento pre-proporcional (Buforn y Fernández, 2014).

Los mapas conceptuales finales nos indican que después de la experiencia de evaluación formadora, la mayoría de los futuros maestros ha sido capaz de corregir sus propios errores y ampliar su conocimiento inicial; en particular, se puede destacar que algunos de ellos han explicitado en el mapa que solo existe relación proporcional entre las magnitudes cuando la situación es de proporcionalidad directa. Por tanto, el aprendizaje ha sido significativo ya que ha habido una interacción sustancial entre los conocimientos previos y los nuevos (Ausubel, 2002).

Sin embargo, aunque los mapas finales incluyen más conceptos, como el de escala, muy pocos futuros maestros han sabido relacionar las escalas con la proporcionalidad directa. Tampoco aparece el concepto de razón o de fracción, aunque en las tareas se les requería que identificaran los objetos matemáticos implicados en ellas y los significados. Monje, Pérez-Tyteca y Gómez (2013) advierten que los estudiantes tienen un dominio muy débil del concepto de razón.

## Conclusiones

El estudio evidencia los pocos conocimientos acerca de la proporcionalidad con los que los futuros maestros inician sus estudios universitarios. En gran parte de los mapas iniciales se refleja que solamente son capaces de relacionar la proporcionalidad con los conceptos de proporcionalidad directa e inversa y, además, en algunos casos, escriben indirecta en lugar de inversa. Aunque los mapas finales reflejan que los futuros maestros han mejorado sus aspectos cognitivos y que la evaluación formadora les ha ayudado a detectar y corregir errores, los mapas siguen siendo pobres en cuanto a contenido y estructura, incluso se puede llegar a pensar que el tema trabajado es otro, ya que en muchos casos no muestran contenido específico de la proporcionalidad geométrica. Además, que la gran mayoría no interprete las escalas como un ejemplo de situación de proporcionalidad directa nos indica que se debe trabajar más las conexiones entre conceptos en el aula universitaria para aumentar el conocimiento especializado al que se refiere el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (Pino-Fan y Godino, 2015) y garantizar que, en un futuro no muy lejano, estos estudiantes participen en buenos procesos de enseñanza y aprendizaje siendo



ellos los docentes, ya que las conexiones entre bloques de las matemáticas y conceptos aumenta la comprensión de las matemáticas (Decreto 119/2015, 2015 ) y, por tanto, es un aspecto a tener en cuenta para un buen desarrollo curricular.

## Referencias

- Anderson-Inman, L., Ditson, L.A. y Ditson, M.T. (1998). Computer-Based Concept Mapping: Promoting Meaningful Learning in Science for Students with Disabilities. *Information Technology and Disabilities E-Journal*, 5 (1-2). Recuperado de <http://itd.athenpro.org/volume5/number1-2/article2.html> [Consulta: febrero de 2016].
- Ausubel, D.P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós.
- Buform, À., y Fernández, C. (2014). Conocimiento de Matemáticas Especializado de los estudiantes para maestro de Primaria en relación al Razonamiento Proporcional. *Bolema*, 28(48), 21-41.
- Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu. (2015). *Quaderns d'avaluació.31*. Recuperado de los informes en línea del Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu: [http://csda.gencat.cat/ca/arees\\_d\\_actuacio/publicacions/quaderns\\_avaluacio/Quaderns-davaluacio-31](http://csda.gencat.cat/ca/arees_d_actuacio/publicacions/quaderns_avaluacio/Quaderns-davaluacio-31) [Consulta: julio de 2015].
- Decreto 119/2015, de 23 de junio, por lo que se establece el Currículo de Educación Primaria en la Comunidad de Cataluña. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 26 de junio de 2015. Recuperado de: <http://www.xtec.cat/web/guest/home> [Consulta: julio de 2015].
- Decreto 187/2015, de 25 de agosto, por lo que se establece el Currículo de Educación Secundaria en la Comunidad de Cataluña. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 28 de agosto de 2015. Recuperado de: <http://xtec.gencat.cat/ca/curriculum/eso/curriculum2015/> [Consulta: septiembre de 2015].
- González, F., Ibáñez, F.C., Casali, J., López, J.J. y Novak, J. (2000). *Una aportación a la mejora de la calidad de la docencia universitaria: Los mapas conceptuales*. Pamplona: Universidad Pública de Navarra: Nafarroako Unibersitate Publikoa.
- González, F.M. (2008). *El mapa conceptual y el diagrama UVE. Recursos para la enseñanza superior en el siglo XXI*. Madrid: Narcea.
- Hernández, P. y Serio, Á. (2004). ¿Cómo hacer eficaces los mapas conceptuales en la instrucción? *Infancia y Aprendizaje*, 27(2), 247-265.
- Inhelder, B. y Piaget, J. (1996). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente: ensayo sobre la construcción de las estructuras operatoria formales*. Barcelona: Paidós.
- Lamon, S.J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: toward a theoretical framework. En F.K.Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Charlotte: Information Age Publishing.
- Martínez, S., Muñoz, J.M. y Oller, A.M. (2015). Estrategias utilizadas por estudiantes de distintos niveles educativos ante problemas de proporcionalidad compuesta. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 351-359). Alicante: SEIEM.
- Modestou, M. y Gagatsis, A. (2010). Cognitive and metacognitive aspects of proportional reasoning.



*Mathematical Thinking and Learning*, 12(1), 36-53.

Monje, J., Pérez-Tyteca, P. y Gómez, B. (2013). Trabajando la metacognición en una tarea de razón y proporción. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 393-401). Bilbao: SEIEM.

Moreira, M.A. (2005). Mapas conceptuales y aprendizaje significativo. *Revista Chilena de Educación en Ciencias*, 4(2), 38-44.

Novak, J.D. y Gowin, D.B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Martínez Roca.

Ontoria, A. (1994). Mapas conceptuales. Una técnica para aprender. Madrid: Narcea.

Pino-Fan, L. y Godino, J.D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 97-109.

Pozueta, E. y González, F. (2015). Una aplicación de los mapas conceptuales para un aprendizaje más significativo de la proporcionalidad. *Uno*, 68, 49-59.

Sanmartí, N. (2007). *10 ideas clave. Evaluar para aprender*. Barcelona: Graó.

Valverde, A. y Castro, E. (2009). Actuaciones de maestros en formación en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. En M.J. González, M.T. González, J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática* (pp. 523-532). Santander: SEIEM.

Wells, G. (2004). El papel de la actividad en el desarrollo y la educación. *Infancia y Aprendizaje*, 27(2), 165-187.