



Sistematização e Implementação do Cálculo Mental no Sistema Educativo Cabo-verdiano

Systematization and Implementation of Mental Calculation in the Cape Verdean Education System

Jorge Humberto Almeida Duarte
Faculdade de Educação E Desporto
Universidade de Cabo Verde
jhad.poul@gmail.com

Luis Manuel Casas García
Universidade de Extremadura
luisma@unex.es

Resumo

Neste artigo será apresentada parte de um estudo, desenvolvido no âmbito de uma tese de doutoramento cujo objetivo foi conhecer a importância do Cálculo Mental (CM) no processo de ensino e aprendizagem do cálculo em alunos do 2.º ao 6.º ano de escolaridade em Cabo Verde, visando a sistematização e implementação do Cálculo Mental no Sistema Educativo cabo-verdiano.

Para o desenvolvimento do estudo experimental foram definidos dois grupos, Grupo de Controlo (GC) e Grupo Experimental (GE), e houve dois momentos distintos de aplicação de um teste aos grupos. Inicialmente foi aplicado um teste (pré-teste) aos dois grupos, ao que se seguiu, por um período de 7 meses, a realização de sessões semanais de ensino e aprendizagem do cálculo baseado em estratégias de CM junto do GE. No final desse período foi aplicado o mesmo teste (pós-teste) aos dois grupos.

Os resultados verificados pelo GE nos dois momentos, mostram melhorias nas aprendizagens dos alunos, tendo sido comparadas as médias de exercícios certos, no pré-teste (31,74) e no pós-teste (126,87), e de exercícios errados, no pré-teste (14,82) e no pós-teste (1,35). No tocante ao GC, a mesma comparação demonstra inexistência de alterações significativas nas aprendizagens dos alunos, tendo sido registadas as médias de 10,26 (pré-teste) e 10,89 (pós-teste) de exercícios certos e 12,01 (pré-teste) e 14,68 (pós-teste) de exercícios errados. Os resultados do teste nos dois momentos, serão apresentados e discutidos, procurando evidenciar os ganhos obtidos pelos alunos do GE ao longo do estudo e que contrastam com a estagnação dos alunos do GC.

Palavras-chave: Cálculo Mental; Estratégias de cálculo mental; Ensino do cálculo; Didática das Matemáticas.



Resumen

En este artículo se presentará parte de un estudio, desarrollado como parte de una tesis doctoral cuyo objetivo fué analizar la importancia del Cálculo Mental (CM) en el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo en estudiantes de 2.º a 6.º año de escolaridad en Cabo Verde, con el objetivo de sistematizar e implementar el Cálculo Mental en su Sistema Educativo.

Para el desarrollo del estudio experimental se definieron dos grupos, Grupo de Control (GC) y Grupo Experimental (GE), y hubo dos momentos diferentes de aplicación de las pruebas. Inicialmente, se aplicó el test (pre-test) a ambos grupos, seguido de sesiones semanales, por un período de 7 meses, de enseñanza y aprendizaje de cálculo basado en estrategias de CM con el GE y finalmente se aplicó nuevamente a los grupos, el mismo test (post-test).

Los resultados verificados por el GE en ambos momentos, muestran mejoras en el aprendizaje de los estudiantes, al comparar los promedios de los ejercicios correctos, en el pre-test (31,74) y en el post-test (126,87), y de ejercicios incorrectos, en la prueba previa (14,82) y la prueba posterior (1,35). En cuanto al GC, la misma comparación no mostró cambios significativos en el aprendizaje de los estudiantes, con promedios de 10,26 (pre-test) y 10,89 (post-test) de ejercicios correctos y 12,01 (pre-test) y 14,68 (post-test) de ejercicios incorrectos. Se presentan y discuten los resultados de la prueba en ambos momentos, tratando de mostrar la mejora obtenida por los estudiantes del GE a lo largo del estudio y que contrastan con el estancamiento de los estudiantes del GC.

Palabras clave: Cálculo mental; Estrategias de cálculo mental; Enseñanza del cálculo; Didáctica de las matemáticas.

Abstract

In this article, part of a study will be presented, developed under a doctoral thesis whose objective is to understand the importance of Mental Calculation (CM) in the teaching and learning process of calculus in students of 2.º to the 6th year of schooling in Cape Verde, aiming at the systematization and implementation of the Mental Calculation in the Cape Verdean Education System.

For the development of the experimental study, two groups were defined, Control Group (CG) and Experience Group (GE), and had two different moments of application of the test to the groups. Initially, the test (pre-test) was applied to both groups, followed by weekly sessions, for a period of 7 months, teaching and learning calculus based on CM strategies with the GE and finally applied again to the groups, the same test (post-test).

The results verified by the GE in both moments, show improvements in the students' learning, when compared the averages of correct exercises, in the pre-test (31.74) and in the post-test (126.87), and of wrong exercises, in the pre-test (14.82) and post-test (1.35). Regarding the CG, the same comparison shows no significant changes in students' learning, with averages of 10.26 (pre-test) and 10.89 (post-test) of correct exercises and 12.01 (pre-test) test) and 14.68 (post-test) of wrong exercises. The results of the test in both moments will be presented and discussed, trying to show the gains obtained by the students of the GE throughout the study that contrast with the stagnation of the students of the CG.

Keywords: Mental Calculation; Mental Calculation Strategies; Teaching of Calculus; Didactics of Mathematics.





Introdução

Os resultados de Matemática têm sido preocupação de âmbito global e o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) vem dedicando à avaliação do desempenho de alunos dos 34 países membros da OCDE com a idade de 15 anos, tendo “o ano de 2012 sido dedicado à avaliação das competências matemáticas” (PISA, 2012). Cabo Verde, enquanto pequeno país insular, almeja cada vez mais uma formação de qualidade para os seus cidadãos e que “promova o aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem, tendo em vista a formação integral e permanente do indivíduo, numa perspetiva universalista” (artigo 10.º, 1, a), LBSE, p. 4), estribada nas melhores práticas de ensino e aprendizagem para alcançar esse objetivo.

A temática Cálculo Mental (CM) é introduzida no último Plano Curricular do Ensino Básico cabo-verdiano. Segundo o programa de Matemática do Ensino Básico de 2017, [PMEB] (2017) “no final do 1.º ciclo do Ensino Básico (4.º ano), o aluno deve ser capaz de resolver problemas que envolvem o cálculo mental e escrito com números racionais não negativos, representados nas formas inteiras e decimal (...)” (p.5). Apesar disso, a sua utilização e prática não constam da organização do processo de ensino e aprendizagem no país. Entendemos que a não utilização do CM no processo de ensino e aprendizagem do cálculo pode ser devida à ausência de orientações curriculares e à falta de capacitação pedagógica dos professores para a sua implementação em sala de aula.

O desafio que norteou a realização do estudo foi contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem do cálculo no Ensino Básico cabo-verdiano. Tal contribuição passa pela organização do processo de ensino e aprendizagem do cálculo, assente em estratégias de CM, nas quais o aluno está no centro da sua aprendizagem, permitindo-lhe participar na construção dos seus conhecimentos, visando um ensino que se quer de qualidade, orientado para a melhoria do desempenho escolar.

Reconhecendo a necessidade do ensino do cálculo matemático se apoiar em estratégias do CM, pretendemos levantar o véu para reflexões no seio da comunidade académica sobre a importância do mesmo na preparação de cidadãos autónomos ao nível do cálculo. A presente investigação tem como principal objetivo contribuir para a sistematização e implementação do CM no processo de ensino e aprendizagem do cálculo matemático no Ensino Básico em Cabo Verde. Trata-se de uma linha de investigação há muito seguida por investigadores internacionais (Gómez Alfonso, 1995; Casas & Pesquero, 2008; Chesney, 2013), mas sobre a qual não encontramos qualquer referência em Cabo Verde, daí o interesse que este estudo pode ter para o país e, em particular, para a comunidade educativa cabo-verdiana.

Para a concretização do principal objetivo foram traçados os objetivos do estudo e levantada uma hipótese de pesquisa, que se enquadra na metodologia de análise quantitativa, pela qual, na perspetiva de Prodanov e Freitas (2013), “*devemos formular hipóteses e classificar a relação entre as variáveis para garantir a precisão dos resultados, evitando contradições no processo de análise e interpretação*” (p.70).

Pretende-se com o presente estudo contribuir para o processo de ensino e aprendizagem do cálculo matemático no Ensino Básico em Cabo Verde, para o que foi definido um conjunto de objetivos que se subdividem em objetivos gerais (Obj.Ger.) e objetivos específicos (Obj.Esp.).



Objetivo Geral relacionado com o desempenho dos alunos traduz-se em:

- Avaliar a eficácia de um plano de atividades de CM em alunos do 2.º ao 6.º ano de escolaridade.

Objetivo Específico

Para a clarificação do objetivo geral, foi considerado o seguinte objetivo específico:

- Avaliar o desempenho de alunos submetidos ao processo de ensino e aprendizagem do cálculo com recurso a estratégias de CM.

Hipótese Levantada

- O desempenho dos alunos na resolução de exercícios de cálculo matemático, medido pelo número de operações realizadas corretamente, melhora com a utilização sistemática de estratégias de Cálculo Mental.

Contextualização teórica

O trabalho empírico realizado, permitiu-nos constatar que a temática do Cálculo Mental é referenciada nos programas de Matemática do Ensino Básico em Cabo Verde de 1991 e 2011, mas sem que, para isso, tenham sido criadas as condições para a sua implementação em sala de aula. A não capacitação dos professores em como organizar o processo de ensino e aprendizagem do cálculo assente em estratégias de CM e a ausência de sugestões metodológicas que orientem para a sua utilização como metodologia de ensino e aprendizagem do cálculo reforçam a exclusividade do recurso aos algoritmos no processo de ensino e aprendizagem, desde os primeiros anos de escolaridade.

Nos últimos anos o CM tem despertado grande interesse na área da didática da Matemática, tanto no âmbito da docência como no da investigação (Ortega del Rincón & Ortiz Vallejo, 2002; 2003; 2005; Teixeira & Rodrigues, 2015; Rathgeb-Schnierer & Green, 2019; Carvalho & Ponte, 2019).

Para Carvalho e Ponte (2019) “o cálculo mental, enquanto capacidade transversal, cujo desenvolvimento deve ser integrado no processo de ensino e aprendizagem dos alunos em todos os temas matemáticos e ao longo da escolaridade” (p.54) é essencial na promoção do desenvolvimento do sentido do número que é fundamental para aprendizagem dos números e das operações (PMEB, 2007). Essa aprendizagem assegura ao aluno a confiança necessária para a resolução dos problemas, uma vez que desenvolve estratégias pessoais de resolução. A crescente utilização da calculadora nos diversos setores da sociedade, com particular relevância para a educação, vem contribuindo, segundo Bourdenet (2007), para a perda do hábito de calcular mentalmente, negligenciando a aprendizagem de competências básicas de cálculo. É importante que os alunos adquiram o conhecimento do sentido de número, para que haja uma crescente evolução dos seus procedimentos matemáticos. Cobb, Wood, Yackel, Nicholls, Wheatley, Trigatti e Perlwitz, (1991), evidencia que os alunos confiam nas suas próprias estratégias de cálculo para a resolução dos problemas, por se sentirem seguros durante o processo. O aluno, no seu percurso escolar, deverá ser submetido à metodologia de ensino e aprendizagem do cálculo assente em estratégias de





CM, o mais cedo possível, pois isto vai favorecer-lhe a compreensão dos algoritmos. Segundo Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema e Empson (1998), os alunos que utilizam as suas estratégias antes de aprenderem o algoritmo convencional demonstram uma maior compreensão do sistema de numeração decimal e têm maior capacidade para alargar os seus conhecimentos a novas situações. Para Thornton (1990), Isaacs e Carroll (1999), a destreza de cálculo é cada vez maior quanto melhor for a compreensão dos significados das quatro operações e maior for a ênfase nas estratégias de raciocínio.

Para o National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2003), à medida que as crianças dos níveis Pre-K-2 (6 a 8 anos) vão compreendendo o significado dos números naturais e das operações de adição e subtração, o ensino deveria centrar-se nas estratégias de cálculo que desenvolvam a flexibilidade e a fluidez. A possibilidade de o aluno interagir com os seus conhecimentos vai permitir-lhe analisar, em cada situação, qual a melhor estratégia a utilizar, contribuindo para uma aprendizagem sólida e eficaz. Segundo o NCTM (2015), a adoção de Padrões Estaduais de Núcleo Comum contribuiu para uma melhoria sem precedente no ensino e aprendizagem da Matemática nos Estados Unidos da América, na medida em que proporcionaram o desenvolvimento de um currículo que promoveu o ensino e a avaliação da matemática de forma mais rigorosa, focado no aluno, valorizando a compreensão conceitual e o raciocínio matemático, bem como a fluência nas habilidades de cálculo.

A preocupação de centrar o ensino da Matemática no aluno está plasmada no PMEB (2017) que aponta ser necessário que o ensino da Matemática utilize cada vez mais conceitos matemáticos na sua rotina diária, promovendo uma aprendizagem que leve as crianças e jovens a fazer Matemática, sendo produtores de conhecimento e não apenas executores de instruções. O PMEB (2011) já indicava que a Matemática deve desenvolver as capacidades de:

“Saber expor ideias próprias, escutar as dos outros, formular e comunicar procedimentos de resolução de problemas, confrontar, argumentar e procurar validar o seu ponto de vista, antecipar resultados de experiências não realizadas, aceitar erros, procurar dados em falta para resolver problemas, entre outras atividades”. (p.3).

Contudo, a prática de sala de aula no sistema educativo cabo-verdiano vem contrariando o desenvolvimento destas capacidades, dado que o processo de ensino e aprendizagem do cálculo tem sido centrado, em exclusivo, no cálculo algorítmico. O próprio PMEB (2017) acaba por se contradizer quando para o ensino dos conteúdos adição e subtração de números naturais até 100 apresenta como orientações metodológicas “construir e utilizar algoritmo da adição sem transporte” e “construir e utilizar o algoritmo da subtração sem empréstimo”.

A importância da utilização do CM no processo de ensino e aprendizagem do cálculo é sustentada por vários pesquisadores (Ortega del Rincón & Ortiz Vallejo, 2002, 2003, 2005; Carvalho & Ponte, 2019; Morais & Serrazina, 2013) e consta como orientação pedagógica em programas de Matemática de diferentes países.

No caso de Portugal, segundo o Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico [PMCEB] (2013), a fluência na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal,



associados a estas operações não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência no cálculo mental. Para a materialização desse desiderato “os professores são, pois, fortemente encorajados, com ações de formação contínua, a trabalhar com os seus alunos essa capacidade, propondo atividades que considerarem convenientes e apropriadas para esse efeito.” (p.3). Já a Comunidade Autónoma de Extremadura (Espanha) consagra no Currículo de Ensino Primário o CM como o caminho para a aprendizagem dos algoritmos das quatro operações “uma vez que os alunos assimilam e constroem os conceitos básicos necessários a aprendizagem dos algoritmos da adição, da subtração, da multiplicação e da divisão, incluindo o sistema posicional da escrita dos números” Boletim Oficial do Estado [BOE] (2014, p.116). Já no final do século XX, encontramos orientações similares de promoção do CM no sistema educativo holandês. Segundo Van den Heuvel-Panhuizen (1996) o movimento dinâmico denominado Educação Matemática Realista (EMR), promotor da reforma do processo de ensino e aprendizagem da Matemática na Holanda, definiu que o aluno deve ser desafiado a encontrar estratégias de resolução dos problemas, permitindo-lhe participar na construção do seu conhecimento. Ao passar por diversos níveis de aprendizagens, o aluno desenvolve a capacidade de estimar resultados, definir diferentes etapas de resolução e aquisição da compreensão dos princípios subjacentes e discernimento de relações mais amplas, visando uma aprendizagem como uma atividade social em que a educação deve proporcionar aos estudantes oportunidade para troca de experiências que permitam conhecer as estratégias e criações dos colegas.

Em Cabo Verde, com as duas grandes reformas, pós-independência, do Sistema Educativo, Lei n.º 103/III/90 (29 de dezembro) e Decreto-Legislativo n.º 2/2010 (7 de maio), o CM passa a ser referido no Currículo escolar do Ensino Básico, mas sem qualquer indicação sobre a forma de ser desenvolvido no processo de ensino e aprendizagem do cálculo. Para além da inexistência de qualquer orientação metodológica para a sua aplicação, os professores carecem de formação e de material didático apropriado para as aulas. Para suprir a inexistência de material didático na implementação do CM no processo de ensino e aprendizagem do cálculo no Sistema Educativo cabo-verdiano, propomos a adaptação dos manuais do 1.º, 2.º e 3.º ciclos de Educação Primária da educação Espanhola, organizados por Ortega del Rincón e Ortiz Vallejo (2002; 2003; 2005). Trata-se de três volumes que resultam de um estudo realizado em Espanha com a duração de 2 anos e que envolveu 17 professores de Ensino Básico, que contemplam uma vasta proposta de atividades semanais, em CM, acompanhadas de orientações pedagógicas que apoiam os professores na organização e implementação do processo de ensino e aprendizagem do cálculo assente em estratégias de CM.

Metodologia

Opções metodológicas

Procurou-se conhecer o impacto de ações assentes em estratégias de CM, desenvolvidas em sala de aula, nas aprendizagens dos alunos do Ensino Básico em Cabo Verde, quanto à capacidade de realização de cálculos matemáticos, tendo sido levantada a hipótese - o de-



sempenho dos alunos na resolução de exercícios de cálculo matemático, medido pelo número de operações realizadas corretamente, melhora com a utilização sistemática de estratégias de Cálculo Mental.

O trabalho desenvolvido com os alunos baseou-se em ações propostas num Plano de Atividades preparado com os professores participantes da experiência, durante uma ação de capacitação para a organização do processo de ensino e aprendizagem baseado em estratégias de CM.

Para a realização do estudo foram criados dois grupos constituídos por alunos, do 2.º ao 6.º ano de escolaridade Básica, com idades compreendidas entre os 8 e 13 anos, das escolas Básicas de Santo Antão e São Vicente da república de Cabo Verde, sendo um designado Grupo Experimental (GE), com 351 alunos e outro Grupo Controlo (GC), com 199 alunos. A escolha dos grupos foi condicionada pela disponibilidade dos professores em colaborar no estudo. Os professores que se disponibilizaram para participar na ação de capacitação acima referida, comprometeram-se a implementar o Plano de Ação, preparado para o efeito, nas suas turmas e, naturalmente, seus alunos constituíram o GE. O GC ficou com os professores que, embora não tenham participado da ação de capacitação, aceitaram que os seus alunos participassem na aplicação dos testes.

Pela sua característica, o estudo enquadra-se numa investigação do tipo quantitativo, quase-experimental com grupo experimental e grupo controlo, com pré-teste e pós-teste. Ao Grupo Experimental foi testada a variável - quantidade de soluções corretas efetuadas por alunos em atividades de CM.

A tabela 1 mostra a constituição dos grupos e a distribuição dos alunos por sexo e ano de escolaridade.

Tabela 1. Distribuição de alunos por sexo e ano de escolaridade

Grupo	Sexo	Ano de escolaridade					Total
		2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	
Controlo	Feminino	30	25	14	29	10	108
	Masculino	16	26	12	26	11	91
Total		46	51	26	55	21	199
		23%	25,6%	13%	27,6%	10,6%	100%
Experiência	Feminino	36	46	25	47	26	180
	Masculino	42	38	27	38	26	171
Total		78	84	52	85	52	351
		22%	24%	15%	24%	15%	100%

Descrição do estudo

O estudo contemplou três fases sendo a primeira dedicada à aplicação e correção de um teste (pré-teste) aos dois grupos para avaliar o grau de conhecimento dos alunos em cálculo mental. A segunda fase foi marcada pela implementação, nas turmas que constituíram o GE, de





um plano de ação assente na metodologia de ensino e aprendizagem do cálculo matemático, com base em estratégias de CM. Por um período de sete meses o GE foi submetido a sessões diárias, de segunda a sexta, de atividades de CM, constantes do Plano de Ação referido. A implementação do plano esteve sob a regência dos professores que participaram da ação de capacitação em CM.

Ao longo do mesmo período de tempo, o GC manteve os procedimentos metodológicos habituais de ensino e aprendizagem do cálculo assente apenas em processos algorítmicos que o PMEB (2011) orienta para “construir e utilizar os algoritmos” das quatro operações no processo de ensino e aprendizagem do cálculo matemático.

Na terceira e última fase do estudo, voltou-se a aplicar aos dois grupos o mesmo teste (pós-teste) e a análise comparativa dos resultados dos dois testes serviu para tirar conclusões sobre a hipótese levantada.

Os dois momentos de recolha de dados dos alunos (pré-teste e pós-teste) visaram, por um lado, conhecer o impacto das ações semanais de atividades de CM nos resultados das aprendizagens dos alunos e, por outro lado, confrontar esses resultados com os dos alunos que mantiveram a sua aprendizagem do cálculo centrado nos algoritmos.

Estrutura do Teste aplicado, por Ano de Escolaridade

Segundo Reys (1985), para a elaboração de um teste de CM deve-se acautelar um conjunto de aspetos/normas que o distingue de outros tipos de testes.

As resoluções serão feitas aplicando estratégias de CM e não com ajuda, mais ou menos disfarçada, de outras estratégias; o controlo do tempo de resolução deve ser definido se por item ou se pelo teste no seu todo. Ainda, no caso de ser por itens, se o tempo é igual para todos os itens ou não; os aspetos ou variáveis (rendimento, estratégias, rapidez, habilidade geral em aritmética, etc.) que interessa avaliar e como proceder; a forma como os itens são apresentados, oral ou escrito; o modo de apresentar os itens (aleatória, ordem de dificuldade, agrupados por tipos de operações). (Reys, 1985)

As normas devem ser claras e serem apresentadas antes do início da aplicação da prova para se evitar subjetividade no momento da sua resolução e correção.

No caso em estudo, os testes aplicados resultaram da adaptação de três testes (Casas, 2007) aplicados em Espanha, diferenciados por níveis de escolaridade e a sua estrutura assenta num conjunto de exercícios preparados de acordo com o programa de Matemática vigente no Ensino Básico. No início, os alunos foram informados que deveriam resolver os exercícios sem recorrerem aos algoritmos, ou seja, deveriam encontrar uma forma de chegar ao resultado sem ter de aplicar um algoritmo. Ainda, foram informados que deveriam ter atenção para, no cabeçalho de cada teste, indicarem o seu nome, o ano de escolaridade, a data e o nome do professor.

A tabela 2 apresenta a relação do número e da tipologia de exercícios do teste, por ano de escolaridade.



Tabela 2. Relação de exercícios por ano de escolaridade

Tipos de exercícios	Ano de escolaridade					
	2º	3º	4º	5º	6º	
Contagem	12	----	6	----	----	
Metade de um número é...	----	----	----	4	6	
Subtração	34	64	44	32	31	
Multiplicação	----	24	29	51	34	
Divisão	----	----	----	6	9	
Adição	Soma com duas ou três parcelas	74	65	29	67	75
	Completar espaço em branco	32	19	43	----	----
		152	172	151	160	155

Os dados apresentados na tabela refletem a distribuição em quantidade e a tipologia de exercícios constantes no teste, por ano de escolaridade. Denota-se a predominância de exercícios de adição e subtração em todas as provas, dada a importância das estratégias que envolvem as duas operações no processo de ensino e aprendizagem do cálculo assente em estratégias de CM, com maior ênfase nos primeiros anos de escolaridade. Quanto ao número de exercícios por prova, verifica-se um certo equilíbrio entre as provas, com a média de exercícios por prova de 158 exercícios.

Os exercícios de contagem consistem em completar espaços em branco em séries numéricas, de acordo com o padrão identificado. Os de adição visam encontrar o complementar de um número, utilizar o conceito do dobro e aplicar as propriedades associativa e comutativa. Os da multiplicação e divisão visam o conhecimento da relação de operações inversas no cálculo.

Procedimento de análise dos dados

Os dados foram analisados estatisticamente tendo sido utilizado o Software SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) para a análise das características dos grupos (GE e GC), podendo-se assim estabelecer a comparação entre as variáveis.

A análise dos resultados dos testes dos alunos foi feita a partir da aplicação de provas paramétricas como Anova e t-Student. Optámos por provas paramétricas pelo facto de os dados da amostra serem de escala e o número de dados ser grande.

A análise dos dados obtidos recaiu sobre os resultados alcançados nos dois momentos da aplicação do teste pelos dois grupos, com particular observância para o número de exercícios certos e errados realizados no pré-teste e no pós-teste, bem como sobre as médias de exercícios certos e errados efetuados pelos alunos.

O número de exercícios realizados pelos grupos nos dois momentos da aplicação do teste variou do primeiro para o segundo, com particular relevância para o aumento do número de exercícios realizados pelo GE.



Apresentação e discussão de resultados

No pré-teste, de um total de 16 343 exercícios resolvidos pelo GE, 11 142 correspondam a respostas certas e 5 201 a respostas erradas. Quanto ao GC, de um total de 4 427 exercícios resolvidos, 2 042 correspondam a respostas certas e 2 385 a respostas erradas.

No pós-teste, de um total de 45 006 exercícios resolvidos pelo GE, 44 532 correspondam a respostas certas e 474 a respostas erradas. Já para o GC de um total de 5 074 exercícios resolvidos, 2 168 correspondam a respostas certas e 2 906 a respostas erradas.

Como seria de esperar, o ideal era que, no início do estudo, os resultados do pré-teste fossem equivalentes para os dois grupos. Contudo, pela análise dos resultados, verifica-se que a diferença das médias de exercícios certos nos dois grupos é estatisticamente significativa, com grau de significância (Sig. (bilateral) ,000) inferior aos ,05, com o GE a apresentar melhor média que o GC, fixando-se, respetivamente, em 31,74 e 10,26, como mostra a tabela 3.

Tabela 3. Médias de exercícios certos no início da experiência

		Controlexp		N	Média	Desvio tip.	Erro tip. da média			
		Controlo	Experiência							
Certos1ª prova				199	10,26	11,310		,802		
				351	31,74	24,241		1,294		
		Prova de Levene para igualdade de variâncias		Prova T para a igualdade de médias						
		F	Sig.	T	gf	Sig. (bilateral)	Diferença de médias	Erro tip. da diferença	Diferença Intervalo de confiança de 95%	
									Superior	Inferior
Certos 1ª prova	Assumindo variâncias iguais	64,885	,000	-11,794	548	,000	-21,487	1,822	-25,066	-17,909
	Não assumindo variâncias iguais			-14,115	531,822	,000	-21,487	1,522	-24,478	-18,497

Contudo, no que diz respeito as médias de exercícios errados registados na mesma fase do estudo, os dois grupos equivalem-se, com as diferenças registadas não sendo estatisticamente significativas (nível de significância superior aos ,05), situando-se nos 12,01 para o GC e 14,82 para o GE, como mostra a tabela 4.





Tabela 4. Médias de exercícios errados no início da experiência

Errados 1ª prova		Controlexp		N	Média	Desvio tip.	Erro tip. da média			
		Controlo		199	12,01	9,254	,656			
		Experiência		351	14,82	90,581	4,835			
		Prova de Levene para igualdade de variâncias		Prova T para a igualdade de médias						
		Sig.	F	T	df	Sig. (bilateral)	Diferença de médias	Erro tip. da diferença	Diferença Intervalo de confiança de 95%	
Errados 1ª prova	Assumindo variâncias iguais	1,142	,286	-,437	548	,663	-2,813	6,443	-15,468	9,843
	Não assumindo variâncias iguais			-,576	362,787	,565	-2,813	4,879	-12,408	6,782

As diferenças registadas no início da experiência não invalidaram a realização do estudo, na medida em que, no final da experiência, os resultados do GC mantiveram-se praticamente inalterados, enquanto que os do GE melhoraram substancialmente, com um aumento considerável da média de exercícios certos e diminuição acentuada da média de exercícios errados, o que demonstra o impacto positivo da implementação do plano de ação com atividades assente em estratégias de CM, que se traduziu na melhoria do desempenho dos alunos, como mostram as tabelas 5 e 6.



Tabela 5. Médias de exercícios certos no final da experiência

Certos2ª prova		Controlexp		N	Média	Desvio tip.	Erro tip. da média			
		Controlo		199	10,89	10,493	,744			
		Experiência		351	126,87	29,246	1,561			
		Prova de Levene para igualdade de variâncias		Prova T para a igualdade de médias						
		F	Sig.	T	df	Sig. (bilateral)	Diferença de médias	Erro tip. da diferença	Diferença Intervalo de confiança de 95%	
									Superior	Inferior
Certos 2ª prova	Assumindo variâncias iguais	216,199	,000	-53,988	548	,000	-115,977	2,148	-120,197	-111,758
	Não assumindo variâncias iguais			-67,070	482,969	,000	-115,977	1,729	-119,375	-112,580

Como se pode constatar, as médias de exercícios errados no final da experiência são diferentes para os dois grupos. No GC regista-se um ligeiro aumento em relação ao início da experiência, enquanto que no GE a média diminuiu consideravelmente no pós-teste.

Tabela 6. Médias de exercícios errados no final da experiência

Errados2ª prova		Controlexp		N	Média	Desvio tip.	Erro tip. da média			
		Controlo		199	14,68	9,140	,650			
		Experiência		351	1,35	1,472	,079			
		Prova de Levene para igualdade de variâncias		Prova T para a igualdade de médias						
		F	Sig.	T	df	Sig. (bilateral)	Diferença de médias	Erro tip. da diferença	Diferença Intervalo de confiança de 95%	
									Superior	Inferior
Errados 2ª prova	Assumindo variâncias iguais	295,80	,000	26,73	547	,000	13,33	,499	12,35	14,31
	Não assumindo variâncias iguais			20,37	202,78	,000	13,33	,654	12,04	14,62



A análise dos resultados registados nos dois momentos da aplicação do teste é reveladora dos efeitos positivos que a organização do processo de ensino e aprendizagem do cálculo, assente em estratégia de CM, teve no desempenho dos alunos.

Discussão dos resultados

A organização da apresentação das conclusões, centrar-se-á na sistematização dos resultados obtidos pelos alunos nos dois testes aplicados e tendo como suporte o objetivo e a hipótese levantada, que nortearam a experiência.

De acordo com os objetivos traçados para a investigação, apresentaremos as conclusões a que chegámos.

Objetivo Específico. - Avaliar o desempenho de alunos submetidos ao processo de ensino e aprendizagem do cálculo com recurso a estratégias de Cálculo Mental.

Entendemos que o estudo realizado deixou dados reveladores da relevância da utilização da metodologia de ensino e aprendizagem do cálculo assente em estratégias de CM. Foi notória a segurança que os alunos foram demonstrando nas atividades desenvolvidas, ao utilizarem as suas estratégias durante a resolução dos problemas. Passaram a ser capazes, ao resolver novos problemas, de estabelecer relações vividas em situações anteriores de cálculo, sendo capazes de recordar e de aplicar conhecimentos já construídos.

Quando analisados os resultados dos dois grupos no primeiro momento da aplicação do teste (pré-teste), pode-se constatar que os alunos ao serem colocados perante o desafio de resolverem uma prova aplicando conhecimentos de CM, denotam grandes fragilidades a esse nível, traduzidas pelo baixo número de exercícios resolvidos e com uma taxa considerável de respostas erradas.

Esse cenário viria a ser melhorado pelo GE, no segundo momento da aplicação do teste (pós-teste), que se seguiu a um período de 7 meses de ensino e aprendizagem do cálculo baseado em estratégias de CM. Nessa prova, registou-se um aumento considerável de exercícios resolvidos, com correspondente aumento de respostas certas e diminuição de respostas erradas. No que se refere ao GC, o cenário pouco ou nada se alterou no segundo momento de aplicação do teste (pós-teste), não tendo registado melhorias nos resultados da prova, quanto ao número de exercícios resolvidos, e ter-se verificada a tendência do aumento de respostas erradas.

A comparação dos resultados dos grupos, no final do estudo, evidenciou resultados diferenciados registados pelos grupos. Os resultados do GC traduzem a quase inexistência de alterações quanto ao número de exercícios resolvidos, verificando a tendência para o aumento do número de respostas erradas. No tocante ao GE, os resultados evidenciam um cenário bem diferente, traduzido no aumento substancial do número de exercícios resolvidos e correspondente aumento de respostas certas e diminuição acentuada do número de respostas erradas.

O estudo revelou que os alunos melhoram o seu desempenho na resolução de exercícios de cálculo depois de submetidos a metodologia de ensino e aprendizagem baseada em estratégias de CM, enquanto que os alunos que, num igual período de tempo, mantiveram a metodologia de ensino aprendizagem baseado nos algoritmos das operações como única metodologia não evoluíram nas suas aprendizagens.



Conclusões

Os resultados alcançados, decorrentes da experiência realizada com alunos do Ensino Básico de Cabo Verde, do 2.º ao 6.º ano de escolaridade, baseada na metodologia de ensino e aprendizagem do cálculo, assente em estratégias de CM, possibilitaram a validação da hipótese da pesquisa “O desempenho dos alunos na resolução de exercícios de cálculo matemático, medido pelo número de operações realizadas corretamente, melhora com a utilização sistemática de estratégias de Cálculo Mental”.

Os resultados obtidos na sequência do trabalho desenvolvido com os alunos poderão ser um impulso para a introdução de melhorias no processo de ensino e aprendizagem do cálculo matemático em Cabo Verde, almejando melhoria das aprendizagens dos alunos e o desenvolvimento de uma relação mais positiva com a Matemática, contribuindo assim para a promoção da confiança e da capacidade individual de cada um para realização de tarefas matemáticas.

A nossa investigação é mais um contributo para o conhecimento da área da Didática da Matemática que explora uma metodologia diferente para o ensino e aprendizagem do cálculo no Ensino Básico cabo-verdiano. Abre novos caminhos de investigação que sugerem pesquisas futuras relacionadas com o conteúdo e com novas metodologias, e que descrevemos a seguir:

1. Estudar os efeitos da prática sistemática do CM na melhoria de resultados de alunos do Ensino Secundário.

Como a prática sistemática do CM influencia na melhoria de resultados do cálculo de alunos do Ensino Secundário?

2. Conhecer se a prática sistemática do CM pode influenciar positivamente o gosto dos alunos pela Matemática.

Como a prática sistemática do CM pode influenciar o gosto dos alunos pela Matemática?

Apesar das dúvidas, das incertezas e das dificuldades que uma investigação do género acarreta, sentimo-nos gratificados pelas aprendizagens que a investigação nos proporcionou e pela resposta positiva à nossa intenção inicial de contribuir para melhorar o ensino dos nossos alunos.

Referências

- Bourdenet, G. (2007). *Le calcul mental. Activités mathématiques et scientifiques* (61). Strasbourg: Irem.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema, E., & Empson, S. B. (1998). A Longitudinal Study of Invention and Understanding in Children's Multi-digit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 3-20. Recuperado em 03 fevereiro, 2017, de <https://translate.google.com/translate?hl=ptPT&sl=en&tl=pt&u=https%3A%2F%2Fwww.jstor.org%2Fstable%2F749715&anno=2>
- Carvalho, R. & Ponte, J. P. (2019). Cálculo mental com números racionais e desenvolvimento do sentido de número. *Quadrante*, 28(2), 54-70. Recuperado em 26 abril, 2021, de <file:///C:/Users/Jorge/Downloads/23017-Texto%20do%20Trabalho-88532-1-10-20210126.pdf>
- Casas, L. (2007) *Proyecto de Investigación: Nuevo abordaje metodológico del Cálculo Mental en Primaria*. Colegio Público «Enrique Segura Covarsí”, Badajoz (España). Material não publicado.





- Casas, L., & Pesquero, C. (2008). Una propuesta para el aprendizaje del Cálculo Mental en el aula, dos profesores da Sociedad Extremeña de Educación Matemática. Material não publicado.
- Chesney, M. (2013). Mental Computation Strategies for Addition: There's More than One Way to Skin a Cat. *APMC*, 18(1), 36–40.
- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B., & Perwitz, M. (1991). Assessment of a Problem-Centered Second-Grade Mathematics Project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 3-29.
- Cohen, L., & Manion, L. (1994). *Research Methods in Education*. London: Routledge.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. (2009). Investigação-ação: metodologia preferencial nas práticas educativas. *Psicologia, Educação e Cultura*. 13(2), 455-479.
- Decreto-Legislativo n.º 2/2010, de 7 de maio. *Revê a Lei de Bases do Sistema Educativo, aprovadas pela Lei n.º 103/III/90, de 29 de dezembro, na redacção dada pela Lei n.º 113/V/99, de 18 de outubro. Boletim Oficial - Suplemento, I Série - Número 17,2 a 20. Praia: Imprensa Nacional.*
- Descombe, M. (1999). The Good Research Guide: For Small-Scale Social Research. *Buckingham: Open University Press. Educativa*, 5(3), 271-291. México DF.
- Gómez, B. (1995). *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo y los procesos cognitivos involucrados en los errores que cometen los estudiantes al aplicarlos*. Tese Doctoral, Universidade de Valencia, Espanha. Recuperado em 10 fevereiro, 2018, de <https://core.ac.uk/download/pdf/71029393.pdf>
- Isaacs, A. C., & Carroll, W. M. (1999). Strategies for Basic-Facts Instruction. *Teaching Children Mathematics*, 5, 508-515.
- Lei n.º 103/III/90, de 29 de dezembro. Lei de Bases do Sistema Educativo, LBSE. (1990). Boletim Oficial – Número 52/1990, 1 a 25. Praia: Imprensa Nacional.
- Ministério da Educação (1991). *Programa de Matemática do Ensino Básico [PMEB]*. Praia: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico [PMEB]*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2011). *Programa de Matemática do Ensino Básico [PMEB]*. Praia: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2017). *Programa de Matemática do Ensino Básico [PMEB]*. Praia: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico [PMCEB]*. Lisboa: Ministério da Educação. Recuperado em 12 maio, 2017, de <http://dge.mec.pt/metascurriculares/index.php?s=directorio&pid=17>
- Morais, C., & Serrazina, M. L. (2013). O Cálculo Mental na Resolução de Problemas de Subtração. *Quadrante*, 22(1). APM, Portugal.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *De los Principios a la Acción, resumen ejecutivo, 2015*. Recuperado em 16 janeiro, 2019, de [https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Principles_to_Actions/Principles%20to%20Actions%20Executive%20Summary%20\(Spanish\).pdf](https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Principles_to_Actions/Principles%20to%20Actions%20Executive%20Summary%20(Spanish).pdf)
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston, VA: NCTM, 2003.
- Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) (2013), *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing.



- Ortega del Rincón, T., & Ortiz Vallejo, M. (2002). Diseño de una intervención. *RELIME*, 5(3), 271- 292. Recuperado em 1 setembro, 2016, de <http://funes.uniandes.edu.co/9637/1/Ortega2002Dise%C3%B1o.pdf>
- Ortega del Rincón, T., & Ortiz Vallejo, M. (2003). *Cálculo mental: 2.º Ciclo de Educación Primaria*. Departamento de Análisis Matemático y Didáctica de la Matemática. Universidad de Valladolid. Recuperado em 01 setembro, 2016, de <https://www.seiem.es/docs/educacion/CM2ciclocompleto.pdf>
- Ortega del Rincón, T., & Ortiz Vallejo, M. (2005). *Cálculo mental: 3.º Ciclo de Educación Primaria*. Departamento de Análisis Matemático y Didáctica de la Matemática. Universidad de Valladolid. Recuperado em 01 setembro, 2016, de <https://www.seiem.es/docs/educacion/CM3ciclocompleto.pdf>
- Prodanov, C. C., & Freitas, E. C. (2013). Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do trabalho Acadêmico. Rio Grande do Sul – Brasil: *FEEVALE*.
- Rathgeb-Schnierer, E. & Green, M. G. (2019). Desenvolvendo Flexibilidade no Cálculo Mental. *Educação & Realidade*, Porto Alegre, 44(2), e87078, 2019. Recuperado em 26 abril, 2021, de https://www.scielo.br/pdf/edreal/v44n2/pt_2175-6236-edreal-44-02-e87078.pdf
- Real Decreto 126/2014, de 28 febrero, *por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. (2014). BOE núm. 52, 3-46. Recuperado em 07 maio, 2018, de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2014/BOE-A-2014-2222-consolidado.pdf>
- Reys, B. B., (1985). Identification and characterization of mental computation algorithms used by seventh and eighth grade students on visually and orally presented mental computation exercises. (Doctoral d., U. of Missouri-Columbia). *Dissertation Abstracts Int.*, 46, 3279A.
- Teixeira, R. & Rodrigues, M. (2015). *Evolução de Estratégias de Cálculo Mental: Um estudo no 3.º ano de escolaridade (pp. 249-267)*. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal. Recuperado em 27 abril, 2021, de [file:///C:/Users/Jorge/Downloads/Evoluodeestrategiasdeculomental%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/Jorge/Downloads/Evoluodeestrategiasdeculomental%20(2).pdf)
- Thiollent, M. (2008). *Metodologia da pesquisa-ação*. São Paulo: Cortez. Editora, Autores Associados.
- Thornton, C. (1990). Strategies for the basic facts. In J. Payne. *Mathematics for the Young Child*. Reston, VA: *National Council of Teachers of Mathematics*.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Institute, University of Utrecht.