



O uso do material manipulável Tabuleiro Decimal na compreensão dos sentidos da operação aritmética subtração

Use of the manipulable material Decimal Board in the understanding of the meanings of the subtraction arithmetic operation

Rita Neves Rodrigues

Instituto Politécnico de Coimbra, ESEC, NIEFI, Portugal
ritanevesrodrigues@hotmail.com

Cecília Costa

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, ECT, Portugal
Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, Portugal
mcosta@utad.pt
<https://orcid.org/0000-0002-9962-562X>

Virgílio Rato

Instituto Politécnico de Coimbra, ESEC, NIEFI, UNICID, Portugal
virgilor@esec.pt

Fernando Martins

Instituto Politécnico de Coimbra, ESEC, NIEFI, UNICID, Portugal
Instituto de Telecomunicações, Delegação da Covilhã, Portugal
fmlmartins@esec.pt
<https://orcid.org/0000-0002-1812-2300>

Resumo

O uso de materiais manipuláveis em sala de aula é apontado por diversos autores como uma solução para promover aprendizagens ativas e significativas junto dos alunos. O recurso a estes materiais permite que os alunos visualizem e manipulem o objeto, promovendo a compreensão dos processos inerentes aos princípios mais abstratos da matemática. Aquando da realização de um estágio no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico, tornaram-se evidentes nos alunos, de uma turma do 1.º ano do 1.º CEB, dificuldades relacionadas com a resolução de situações problemáticas que envolviam a operação subtração. Assim, desenvolveu-se um estudo qualitativo, de índole interpretativa e com um design de investigação-ação, que pretendia responder à questão de investigação: de que modo o uso do Tabuleiro Decimal influencia a compreensão dos alunos sobre os sentidos da operação aritmética subtração e os princípios fundamentais do sistema de numeração decimal? Através dos dados analisados foi possível verificar a evolução da compreensão dos alunos relativamente aos sentidos da operação





subtração e aos princípios do sistema de numeração decimal. Conclui-se que a utilização do material manipulável Tabuleiro Decimal potenciou o desenvolvimento da compreensão destes conteúdos por parte dos alunos.

Palavras-chave: 1.º Ciclo do Ensino Básico; materiais manipuláveis; sentidos da subtração.

Abstract

Several authors point out the use of manipulable materials in the classroom as a solution to promote active and meaningful learning with students. The use of these materials allows students to visualize and manipulate the object, promoting the understanding of the processes inherent to the most abstract principles of mathematics. When carrying out an internship within the scope of the Master's Degree in Primary School Training and 2nd Grade School Teaching in Mathematics and Experimental Sciences, difficulties became evident in the students of a class of the 1st year of Primary School, related to the resolution of problematic situations that involved the subtraction operation. Thereby, a qualitative study was developed, of an interpretative nature and with an action-research design, which aimed to answer the research question: Does the use of the Decimal Board influence students' understanding of the meanings of arithmetic subtraction and the fundamental principles of decimal number system? Through the analyzed data it is possible to verify the evolution of the students' understanding regarding the meanings of the subtraction operation and the principles of the decimal numbering system. It is concluded that the use of the manipulable material Decimal Board enhanced the development of the students' understanding of these contents.

Keywords: Primary school; manipulable materials; subtraction meanings.

Resumen

El uso de materiales manipulables en el aula es señalado por varios autores como la solución para promover un aprendizaje activo y significativo en los alumnos. El uso de estos materiales permite a los alumnos visualizar y manipular el objeto, promoviendo la comprensión de los procesos inherentes a los principios más abstractos de las matemáticas. Al realizar una pasantía en el ámbito del Máster en Enseñanza en el 1er Ciclo de Educación Básica y Matemáticas y Ciencias Naturales del 2º Ciclo de Educación Básica, se evidenciaron dificultades en los alumnos de 1er de educación primaria, relacionada con la resolución de situaciones problemáticas que involucraron la operación de resta. Así, se desarrolló un estudio cualitativo, de carácter interpretativo y con un diseño investigación-acción, que tuvo como objetivo dar respuesta a la pregunta de investigación: ¿El uso del Tablero Decimal influye en la comprensión de los estudiantes sobre los significados de la operación aritmética de resta y los principios fundamentales del sistema de numeración decimal? A través de los datos analizados es posible verificar la evolución de la comprensión de los alumnos sobre los significados de la operación de resta y los principios del sistema de numeración decimal. Se concluye que el uso del material manipulable Tablero Decimal potenció el desarrollo de la comprensión de estos contenidos por parte de los alumnos.

Palabras clave: Educación primaria; materiales manipulables; significados de resta.





Introdução

A operação aritmética subtração é um dos conteúdos que gera mais dificuldades junto dos alunos nos primeiros anos de escolaridade (Martins et al., 2020; Mauhibah & Karso, 2020). Com o objetivo de colmatar estas dificuldades, comumente professores e alunos recorrem a mnemónicas levando a uma aprendizagem com base na memorização e não na compreensão (Dias et al., 2017). Auxiliares de memória, como por exemplo “vamos buscar ao vizinho”, tão frequentemente associados à operação subtração, são uma tentativa de colmatar a falta de compreensão dos princípios do sistema de numeração decimal, nomeadamente, da necessidade de decompor uma unidade em unidades de ordem inferior (Martins & Ribeiro, 2013). A promoção da compreensão destes princípios, logo desde os primeiros anos de escolaridade, torna-se imprescindível para uma aprendizagem bem sucedida de outros conteúdos matemáticos, como por exemplo a resolução de operações aritméticas de subtração (Silveira, 2021).

O ensino deve ter como principal objetivo promover nos alunos competências para a sua vida futura, sendo necessário que estes desenvolvam a sua autonomia, criem os seus próprios procedimentos e procurem compreender os processos por detrás de cada fórmula que lhes é apresentada (Ponte & Serrazina, 2000). A utilização de materiais manipuláveis em sala de aula permite que os alunos tenham essa autonomia, o professor deixa de transmitir conhecimentos para mediar o processo de aprendizagem dos alunos (Montenegro, 2019). Para que o recurso a estes materiais seja otimizado e utilizado da melhor forma, é necessário que o professor tenha desenvolvidas todas as dimensões do conhecimento didático (Silveira, 2021; Viseu & Menezes, 2014).

No âmbito do 1.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, foi possível acompanhar uma turma de alunos do 1.º ano do 1.º CEB, que demonstravam dificuldades relacionadas com os princípios do sistema de numeração decimal e com os sentidos das operações. Dada a ausência de materiais didáticos na escola, tornou-se imprescindível a criação de um material que promovesse a compreensão destes conteúdos junto dos alunos. Assim, tendo por base as características do material multibásico, cujo potencial didático é reconhecido e usado em muitos estudos, (veja-se a título de exemplo (Rahayu, Putri & Darmawijoyo, 2018)) foi construído o material manipulável estruturado Tabuleiro Decimal (TD), especificamente para este nível de escolaridade. Esta opção vai ao encontro das recomendações em (Ribeiro, 1995), que já no final do século XX referia a importância dos professores terem ao seu dispor material didático estruturado.

Neste contexto, a investigação aqui apresentada tem como objetivo analisar a influência do uso do TD na compreensão dos alunos acerca dos sentidos da operação aritmética subtração e responder à questão de investigação: de que modo o uso do Tabuleiro Decimal influencia a compreensão dos alunos sobre os sentidos da operação aritmética subtração e os princípios fundamentais do sistema de numeração decimal?

Contextualização teórica

No Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013), no domínio de “Números e Operações”, subdomínio “Subtração”, para o 1.º ano do 1.º CEB, consta que os sentidos desta



operação podem ser definidos como “comparar”, “completar” e “retirar”. É esperado que no final deste ano de escolaridade o aluno esteja apto a resolver problemas de um passo envolvendo cada um dos sentidos da operação aritmética subtração (MEC, 2013). De entre as definições apontadas por diversos autores (Carpenter & Moser, 1984; Fuson, 1992; Kilpatrick et al., 2001) para os sentidos das operações aritméticas adição e subtração, optou-se por considerar as de Ponte e Serrazina (2000) por serem as que mais se aproximam das definições que constam nos documentos oficiais que regem a educação Matemática em Portugal. Estes autores defendem que é necessário “mudar tirando”, “comparar” ou “tornar igual” duas quantidades para que ocorra uma subtração. O sentido de “mudar tirando” ou “retirar” refere-se a quando é necessário retirar uma quantidade a outra. Já o sentido de “comparar” aplica-se quando são comparadas duas quantidades, através da subtração. O sentido de “tornar igual” ou “completar” aplica-se quando é necessário juntar uma quantidade a outra, para que se tornem iguais.

Os estudos realizados acerca dos sentidos das operações focam-se, essencialmente, na resolução de problemas (Fuson, 1992; Menezes & Corradi, 2020; Silva, 2018). Vários autores concluem que as dificuldades demonstradas pelos alunos são originadas pela incapacidade de interpretação dos enunciados, pela escolha incorreta de estratégias de resolução e pela falta de capacidade de explicação dos seus raciocínios e de interpretação dos resultados obtidos (Martins, 2011; Mauhibah & Karso, 2020). Aquando da resolução de uma situação problemática, torna-se essencial que o aluno compreenda os sentidos de cada operação aritmética para que, de forma consciente, opte pela operação correta a utilizar (Martins & Ribeiro, 2013). Para que esta compreensão ocorra junto dos alunos, é necessário que lhes sejam apresentadas diversas situações problemáticas, envolvendo cada um dos seus sentidos, num ambiente que lhes seja familiar e que lhes permita atribuir significado (Mauhibah & Karso, 2020). Lopes e Pozzobon (2019) concluem que os sentidos de comparar e completar são aqueles que mais dificuldades despoletam nos alunos pois são facilmente confundidos com a operação adição. De acordo com Reis e Barata (2016), a resolução de situações problemáticas em sala de aula e a discussão das propostas entre os alunos, são as estratégias mais eficazes para colmatar as dificuldades dos alunos e promover aprendizagens ativas e significativas.

A falta de compreensão dos princípios do sistema de numeração decimal é outro dos aspetos que despoleta dificuldades, na resolução de situações problemáticas, nos alunos (Gabriel & Utsumi, 2020). Também Silva e Freitas (2019) concluíram no seu estudo que a ausência de compreensão destes princípios era um dos fatores que impedia os alunos de resolver situações problemáticas corretamente. O uso exclusivo do manual escolar (Biondo, 2017) e a aprendizagem com recurso a mnemónicas (Faria & Maltempi, 2020) originam uma aprendizagem sem compreensão, nomeadamente, dos princípios do sistema de numeração decimal.

A utilização de materiais manipuláveis em sala de aula vai permitir que os alunos visualizem o objeto, concretizando-o, e promovendo a compreensão dos processos inerentes aos princípios do sistema de numeração decimal (Clements & Sarama, 2009). O recurso a estes materiais permite o desenvolvimento de aprendizagens significativas e com compreensão para os alunos (Ontario Ministry of Education, 2006), suscita interesse e motivação junto destes, cativando-os para a aprendizagem da matemática (Attard & Holmes, 2020; Rodrigues, 2021).



Assim, espera-se que o uso de materiais manipuláveis em sala de aula, em particular do TD, vá contribuir para a concretização destes conteúdos matemáticos (abstratos), conferindo-lhes significado junto dos alunos.

Metodologia

Descrição da metodologia de investigação

A presente investigação integra um estudo mais alargado, que aborda não só a operação subtração como também a adição (Rodrigues et al., 2020), desenvolvido no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB. Este estudo segue os princípios de uma investigação qualitativa, de índole interpretativa e com um design de investigação-ação (Bogdan & Biklen, 2013).

No decorrer deste estudo procurou-se aperfeiçoar e melhorar as práticas desenvolvidas, através da constante reflexão, indo ao encontro das características de uma investigação-ação (Cohen et al., 2007). Cada intervenção foi alvo de uma posterior reflexão tendo como objetivo a evolução das práticas e a promoção de melhores resultados nos alunos. Os principais aspetos melhorados estão intimamente relacionados com o número de tarefas apresentadas e o modo como estas foram abordadas junto dos alunos.

Contexto do estudo

O estudo foi desenvolvido em três fases, numa turma constituída por 25 alunos do 1.º ano do 1.º CEB, que apresentavam dificuldades na disciplina de matemática (Rodrigues et al., 2020). Os alunos desta turma já tinham resolvido situações problemáticas envolvendo as operações de adição e subtração. Na Fase Inicial do estudo, cada aluno resolveu um conjunto de tarefas que, depois de analisadas, permitiram determinar o nível de desenvolvimento real dos alunos. As principais dificuldades detetadas nestes alunos, através da Fase Inicial do estudo, prendiam-se com o sentido de número, os sentidos das operações aritméticas e os princípios do sistema de numeração decimal (Rodrigues, 2021). Os alunos desta turma não só apresentavam um reduzido desenvolvimento do cálculo mental como demonstravam não compreender a relação do numeral com a quantidade correspondente. Ao nível dos sentidos das operações os alunos apresentaram dificuldades em reconhecer a operação aritmética inerente a cada situação problemática, demonstrando ausência de compreensão dos sentidos das operações aritméticas. Relativamente aos princípios do sistema de numeração decimal, os alunos revelaram não compreender a necessidade de compor unidades numa unidade de ordem superior e de decompor uma unidade em unidades de ordem inferior.

Deste modo, foram formados onze pares e um trio, de acordo com as condições da Zona de Desenvolvimento Proximal (Vygotsky, 1980). Cada grupo foi formado por um aluno de nível



1 e um aluno de nível 2 (ver Quadro 1 na secção Recolha e análise de dados), para que, deste modo, cada aluno pudesse desenvolver aprendizagens colaborativas, trabalhando com um colega com um nível de conhecimento diferente do seu.

Todos os grupos foram acompanhados de igual forma ao longo da investigação, tendo-se optado por analisar o grupo 1 (constituído pelos alunos A e B) devido aos níveis de discrepância apresentados pelos alunos deste grupo, à sua presença em todas as sessões do estudo e por ser um grupo representativo das dificuldades demonstradas por toda a turma.

Tabuleiro Decimal

Para a realização deste estudo foi criado um material manipulável estruturado designado Tabuleiro Decimal (Figura 1). Este material, construído tendo por base os princípios do Material Multibásico (MAB), encontra-se dividido em duas ordens, a das dezenas e a das unidades sendo que, cada uma destas, encontra-se também dividida de modo a formar as duas parcelas da operação aritmética subtração. De modo a representar a quantidade do aditivo foram construídos cubinhos (unidades) e barras (dezenas) azuis e, para representar a quantidade do subtrativo, cubinhos (unidades) e barras (dezenas) vermelhas. Assim, a cada TD pertencem dois sacos, um com 100 cubinhos e 10 barras azuis e o outro com 100 cubinhos e dez barras vermelhas (Figura 2).

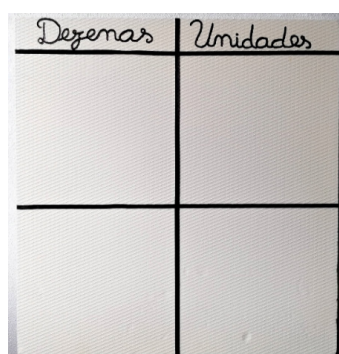


Figura 1: Tabuleiro Decimal.

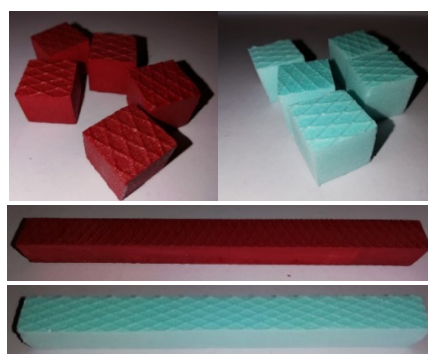


Figura 2: Cubinhos e barras do TD.

Aquando da resolução da operação aritmética subtração, os alunos deveriam começar por colocar as duas quantidades que pretendessem subtrair no TD, recorrendo às peças azuis para o aditivo e às peças vermelhas para o subtrativo (Figura 3).

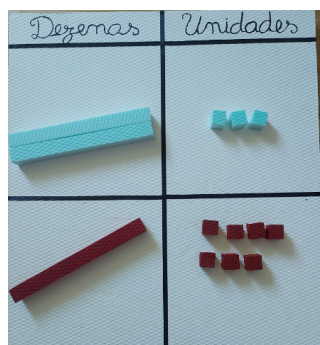


Figura 3: Exemplo da representação das duas quantidades da subtração (23-17) no TD.

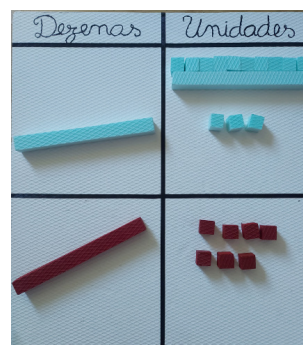


Figura 4: Exemplo da representação da decomposição de uma unidade em unidades de ordem inferior no TD.

Posteriormente, os alunos deveriam verificar que não existiam unidades suficientes, na ordem das unidades, no aditivo para retirar as do subtrativo. Deste modo, os alunos deveriam decompor uma dezena em dez unidades e movê-las para a ordem das unidades (Figura 4).

Depois de efetuada esta decomposição, já existiam, tanto na ordem das unidades como nas dezenas, unidades suficientes no aditivo para retirar as do subtrativo, (Figura 5).

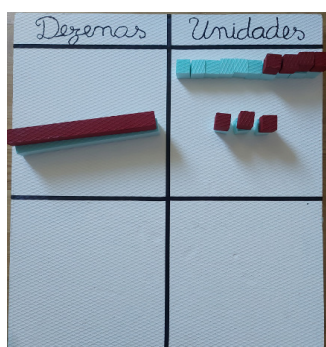


Figura 5: Exemplo da representação da subtração das quantidades no TD.

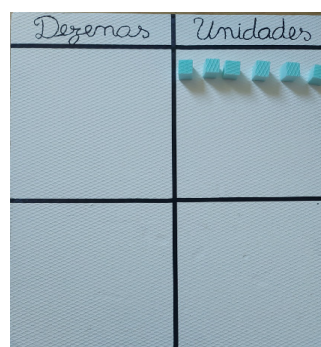


Figura 6: Exemplo da representação da solução da subtração (6) no TD.

Com a subtração das duas quantidades efetuada, está encontrada a solução da subtração (Figura 6).

Através dos exemplos apresentados torna-se perceptível que, a manipulação do TD e das respetivas peças, permite a resolução de operações aritméticas de subtração, promovendo a compreensão da necessidade de decompor uma unidade em unidades de ordem inferior (princípios do sistema de numeração decimal).



Design do estudo

O estudo aqui apresentado desenvolveu-se em três partes: a Fase Inicial, a Fase de Intervenção e a Fase Final, sendo que o TD foi somente utilizado na Fase de Intervenção. Na Fase Inicial, cada aluno resolveu três situações problemáticas (ver subsecção seguinte), de forma individual, relativas a cada um dos sentidos da operação subtração. O objetivo desta fase foi mapear as dificuldades dos alunos e determinar o seu nível de desenvolvimento real para serem formados os grupos para a próxima fase, a Fase de Intervenção. Foi realizada uma sessão de exploração do TD, onde os alunos se puderam ambientar a este novo material manipulável e resolver algumas subtrações com recurso ao mesmo. De seguida, realizaram-se mais três sessões, onde os alunos resolveram situações problemáticas em grupo, com auxílio do referido material, referentes a cada um dos sentidos da operação aritmética subtração.

Cada sessão da Fase de Intervenção foi iniciada com os alunos a sentarem-se com os seus pares, predefinidos através dos resultados da Fase Inicial. Com todos os alunos sentados nos seus lugares, eram distribuídos os Tabuleiros Decimais, as respetivas peças e as folhas de exploração destinadas à respetiva sessão. Cada folha de exploração continha duas situações problemáticas envolvendo o sentido da subtração que se pretendia abordar nessa sessão. A professora estagiária/investigadora começava por ler os enunciados em voz alta para toda a turma e, de seguida, esclarecia as dúvidas dos alunos, caso existissem. Depois de lidos os enunciados, a professora estagiária/investigadora deslocava-se pelos vários grupos que discutiam as suas ideias e procuravam encontrar a solução para cada situação problemática. Cada grupo discutia e manipulava o TD em conjunto, no entanto, cada aluno possuía a sua própria folha de exploração que deveria preencher, depois de manipular o material e encontrar a solução da tarefa, em cooperação com o seu par. Com as resoluções finalizadas, a professora estagiária/investigadora selecionava um grupo de alunos e solicitava que este apresentasse e discutisse as suas resoluções com os restantes elementos da turma.

Na Fase Final, os alunos voltaram a resolver três situações problemáticas envolvendo os sentidos de comparar, completar e retirar da subtração, de forma individual e sem recurso ao TD. Também os resultados da Fase Final foram analisados de forma semelhante aos da Fase Inicial, sendo igualmente determinados os níveis de desenvolvimento real de cada aluno, nesta Fase Final do estudo.

Tarefas

Para a realização deste estudo foi criado um conjunto de 12 tarefas. Na Fase Inicial, os alunos resolveram três situações problemáticas referentes a cada um dos sentidos da subtração (Figura 7).



- | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. O João resolveu 45 fichas do caderno de atividades, a sua colega Filipa resolveu 27 fichas. Quantas fichas resolveu o João a mais do que a Filipa? |
| 2. A mãe do David foi ao galinheiro buscar ovos e levou uma caixa com capacidade para 50 ovos. Quando lá chegou constatou que as suas galinhas só tinham posto 17 ovos. Quantos ovos faltam para encher toda a caixa? |
| 3. Numa estante da biblioteca escolar existiam 56 livros. A turma do 1ºA, na sua visita semanal à biblioteca, requisitou 37 desses livros. Quantos livros ficaram disponíveis para requisitar nesta estante? |

Figura 7: Enunciado das tarefas da Fase Inicial.

Em cada uma das sessões da Fase de Intervenção foram apresentadas duas tarefas, perfazendo um total de seis tarefas nesta fase. Nesta fase com sentido de comparar, os alunos resolveram duas situações problemáticas envolvendo este sentido (Figura 8).

- | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. O João tem 45 lápis de cor no seu estojo, já o seu irmão Bruno tem 23 lápis de cor. Quantos lápis de cor é que o João tem a mais do que o seu irmão Bruno? |
| 2. A Ana foi à papelaria para comprar dois livros. O livro de contos de fada custava 47 euros e o de banda desenhada custava 23 euros. Quanto é que o livro de contos de fada custava a mais do que o de banda desenhada? |

Figura 8: Enunciado das tarefas com sentido de comparar da subtração.

Na Fase de Intervenção com sentido de completar, os alunos resolveram duas situações problemáticas envolvendo este sentido (Figura 9).

- | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. A Inês quer comprar um puzzle que custa 47 euros. No seu mealheiro ela já tem 25 euros. Quanto dinheiro é que a Inês ainda tem de juntar para comprar o puzzle? |
| 2. O Joel tem uma caixa com espaço para 48 lápis de cor, no entanto já perdeu alguns e agora já só tem 22 lápis. Quantos lápis é que lhe faltam para ter a caixa completa? |

Figura 9: Enunciado das tarefas com sentido de completar da subtração.

Na Fase de Intervenção com sentido de retirar, os alunos resolveram duas situações problemáticas envolvendo este sentido (Figura 10).



- | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. A turma do 1ºA, no dia da alimentação saudável, fez 44 panquecas de fruta. Os alunos comeram 27 destas panquecas. Quantas panquecas sobraram? |
| 2. A professora (cooperante) tinha 46 folhas pautadas na sua secretária. Durante a aula de português os alunos usaram 28 dessas folhas. Quantas folhas sobraram? |

Figura 10: Enunciado das tarefas com sentido de retirar da subtração.

Por último, na Fase Final, os alunos resolveram três situações problemáticas envolvendo cada um dos sentidos da operação aritmética subtração (Figura 11).

- | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. A turma do 1ºA leu 47 livros na 1ª sessão de leitura. Na 2ª sessão leu 36 livros. Quantos livros a turma do 1ºA leu a mais na 1ª sessão? |
| 2. A biblioteca da Escola Básica do 1.º CEB tem espaço para armazenar 86 livros e, até agora, já tem 32 livros. Quantos livros ainda podem ser armazenados nesta biblioteca? |
| 3. Pela manhã, a mãe do João tinha 72 bolachas na cozinha. Durante o dia o João comeu 36 dessas bolachas. Quando terminou o dia, quantas bolachas sobravam na cozinha? |

Figura 11: Enunciado das tarefas da Fase Final.

Recolha e análise de dados

A recolha de dados foi efetuada através da observação participante, da redação de notas de campo, de registos áudios e fotográficos e dos documentos produzidos pelos alunos. Todos os dados recolhidos foram usados para construir narrações multimodais (NM), resultando deste estudo um conjunto de três NM. Em cada NM, construída segundo o protocolo de Lopes et al. (2018), é relatada, de um modo cronológico, autocontido e multimodal, cada sessão de intervenção, os seus momentos mais importantes e os diálogos dos vários grupos que integram o estudo.

As representações elaboradas pelos alunos no decorrer deste estudo podem classificar-se como: (i) ativas (Bruner, 1999, referido em Santos, 2015), no momento da manipulação do TD; (ii) visuais, quando utilizavam figuras ou esquemas; (iii) simbólicas, quando recorriam a símbolos numéricos; e (iv) verbais, quando utilizavam a sua linguagem natural para expressar uma ideia (Montenegro et al., 2017).

Os dados recolhidos, tanto na Fase Inicial como na Final, foram analisados segundo os critérios apresentados no Quadro 1. Para os objetivos específicos de cada tarefa foram ainda criados descritores para cada nível de conhecimento (c.f. Rodrigues, 2021, pp. 32-36).



Quadro 1: Critério com três níveis de conhecimento (Pratas et al., 2016, p. 36).

Nível 1	Nível 2	Nível 3
A explicação demonstra limitados conhecimentos acerca dos conceitos matemáticos envolvidos ou não responde.	A explicação demonstra alguns conhecimentos acerca dos conceitos matemáticos envolvidos e contém pequenas incorreções.	A explicação demonstra um pleno conhecimento acerca dos conceitos matemáticos envolvidos.

Apresentação e discussão de resultados

A apresentação e discussão de resultados seguirá a ordem cronológica pela qual decorreram as sessões deste estudo. Deste modo, primeiramente serão apresentadas as tarefas realizadas individualmente pelos alunos na Fase Inicial; de seguida, as tarefas realizadas pelos alunos, em grupo e com recurso ao TD, nas três sessões da Fase de Intervenção (destinadas aos sentidos da subtração); e, por último, as tarefas realizadas individualmente pelos alunos na Fase Final.

Fase Inicial

Na tarefa com o sentido de comparar (Figura 7, enunciado 1), o aluno A do grupo 1, através de representações simbólicas, apresentou verticalmente o cálculo e realizou uma adição, quando deveria realizar uma subtração (Figura 12). Não elaborou qualquer resposta, demonstrando que não compreendeu o sentido de comparar da subtração, nem conseguiu relacionar os dados apresentados no contexto da situação problemática. O aluno situa-se assim no nível 1 de acordo com os critérios estabelecidos (Quadro 1).

Left student's work (A):
$$\begin{array}{r} 45 \\ + 27 \\ \hline 72 \end{array}$$

Right student's work (B):
$$\begin{array}{r} 45 \\ + 27 \\ \hline 78 \end{array}$$

Figura 12: Resoluções dos alunos A (à esq.) e B (à dir.) na tarefa com o sentido de comparar da subtração (Fase Inicial).

Através de representações simbólicas, o aluno B do grupo 1, efetuou corretamente a subtração, no entanto, colocou o sinal de adição em vez do de subtração (Figura 12). Como não elaborou uma resposta para o resultado encontrado, tal sugere que não compreendeu o sentido de comparar da subtração, inerente à situação problemática. Assim, o aluno B situa-se no nível 1 de acordo com os critérios estabelecidos (Quadro 1).



Na tarefa com o sentido de completar da subtração (Figura 7, enunciado 2), o aluno A apresentou somente uma adição, não efetuou quaisquer cálculos e não elaborou uma resposta (Figura 13), o que sugere que não compreendeu o sentido de completar da subtração. O aluno encontra-se assim no nível 1 de acordo com os critérios previamente estabelecidos (Quadro 1).

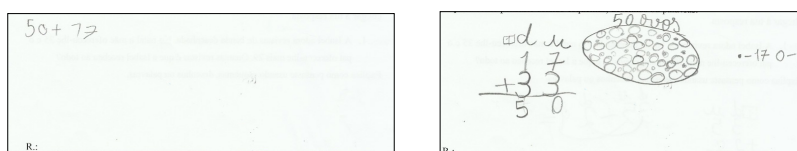


Figura 13: Resoluções dos alunos A (à esq.) e B (à dir.) na tarefa com o sentido de completar da subtração (Fase Inicial).

O aluno B optou por apresentar a adição inversa à subtração pretendida. Através de representações visuais, ilustrou as quantidades da situação problemática e legendou cada uma delas (Figura 13). Ainda que tenha obtido o resultado correto, o aluno não elaborou uma resposta para a tarefa. Uma vez que recorreu à operação adição, considera-se que não existem evidências que permitam afirmar que o aluno compreendeu o sentido de completar da subtração. O aluno encontra-se no nível 2 de acordo com os critérios previamente estabelecidos (Quadro 1).

Na tarefa com o sentido de retirar da subtração (Figura 7, enunciado 3), o aluno A apresentou uma subtração com valores distintos dos apresentados na situação problemática (Figura 14). Não efetuou os cálculos e não elaborou uma resposta, demonstrando que não compreendeu o sentido de retirar da subtração. O aluno encontra-se no nível 1 de acordo com os critérios previamente estabelecidos (Quadro 1).



Figura 14: Resoluções dos alunos A (à esq.) e B (à dir.) na tarefa com o sentido de retirar da subtração (Fase Inicial).

O aluno B, ainda que tenha apresentado a subtração necessária à resolução da situação problemática, através de representações simbólicas, não efetuou quaisquer cálculos nem apresentou uma resposta para a tarefa (Figura 14). O aluno encontra-se no nível 1 de acordo com os critérios previamente estabelecidos (Quadro 1).

Fase de Intervenção

Na Fase de Intervenção foram desenvolvidas três sessões, cada uma destinada a um sentido da subtração. Nas três subsecções seguintes serão apresentadas e discutidas as resoluções dos alunos nas duas tarefas de cada uma das três sessões desta fase.



Sentido de comparar

Os dois alunos do grupo 1 começaram por resolver a tarefa (Figura 8, enunciado 1), na folha de rascunho, como se de uma adição de tratasse, recorrendo a representações visuais (Figura 15).

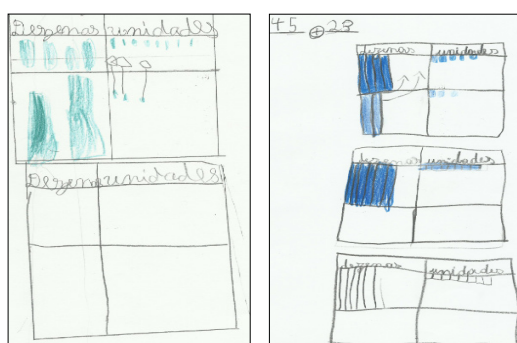


Figura 15: Representações elaboradas na folha de rascunho pelos alunos A e B.

Com as resoluções de todos os grupos efetuadas nas folhas de rascunho, a professora estagiária/investigadora, selecionou um dos grupos para se dirigir ao quadro de giz e explicar à restante turma a sua resolução. Posteriormente à explicação do grupo selecionado, e depois de terem sido esclarecidas as dúvidas existentes, os alunos A e B (grupo 1) optaram por alterar a sua resolução e, corretamente, recorreram à operação subtração para resolver a tarefa.

Os dois alunos começaram por representar através das barras e dos cubinhos, as duas quantidades da subtração no TD (Figura 16).

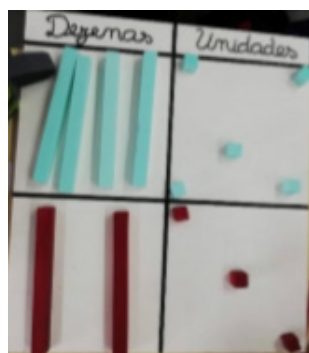


Figura 16: Representação das quantidades iniciais da subtração no TD.

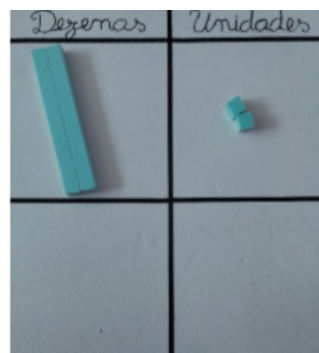


Figura 17: Representação da solução da subtração no TD.

Depois de efetuarem a subtração destas quantidades no TD, obtiveram a solução da subtração (Figura 17).



Os alunos optaram por representar este passo nas folhas de exploração, através de setas. Por último, elaboraram uma resposta correta e de acordo com o enunciado da situação problemática, nas suas folhas de exploração (Figura 18).

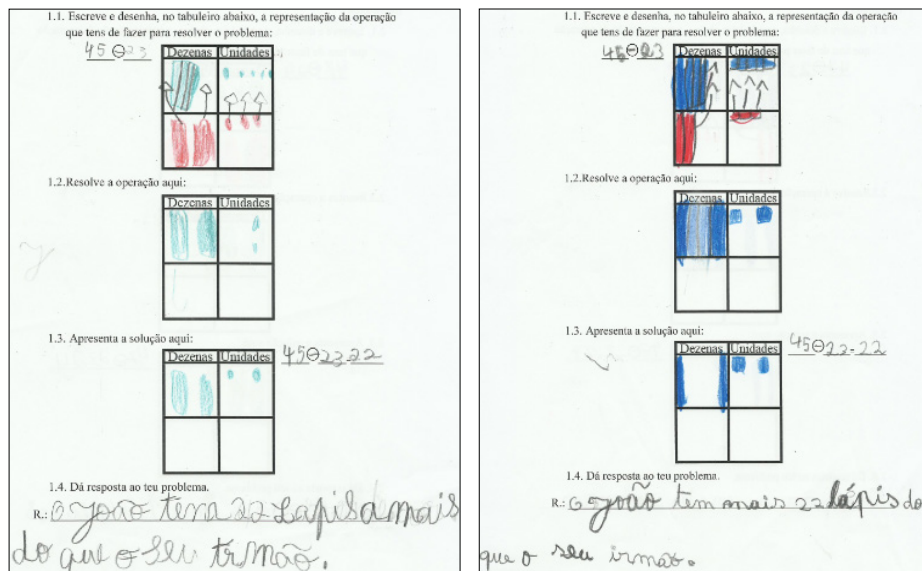


Figura 18: Resoluções dos alunos A e B da primeira tarefa com o sentido de comparar da subtração.

Na segunda tarefa (Figura 8, enunciado 2), os alunos A e B (grupo 1) começaram por representar corretamente as duas quantidades da subtração, através da manipulação do TD, efetuaram a subtração e obtiveram a sua solução (Figuras 19 e 20).

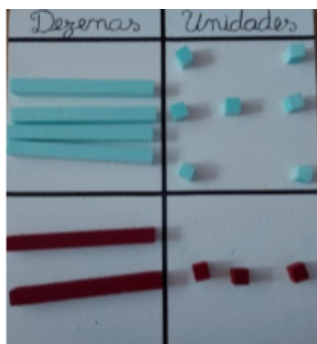


Figura 19: Representação das quantidades iniciais da subtração no TD.

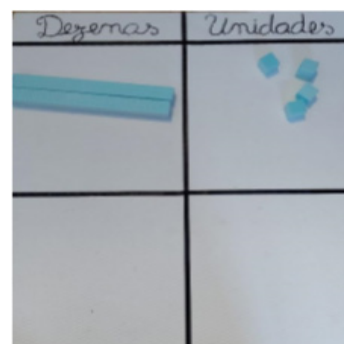


Figura 20: Representação da solução da subtração no TD.

Iniciaram a resolução da tarefa nas folhas de rascunho, através de representações visuais (Figura 21).

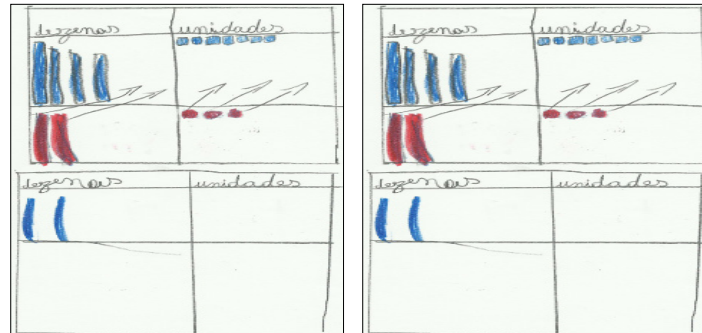


Figura 21: Representações elaboradas na folha de rascunho pelos alunos A e B.

Depois do grupo selecionado ter terminado a apresentação da sua resolução aos restantes colegas, os alunos elaboraram as suas representações nas folhas de exploração. Os alunos do grupo 1 (A e B) optaram por utilizar representações visuais e simbólicas para apresentar, corretamente, as duas quantidades da subtração. O grupo completou a resolução da tarefa corretamente, tendo obtido o resultado correto e elaborado uma resposta adequada (Figura 22).

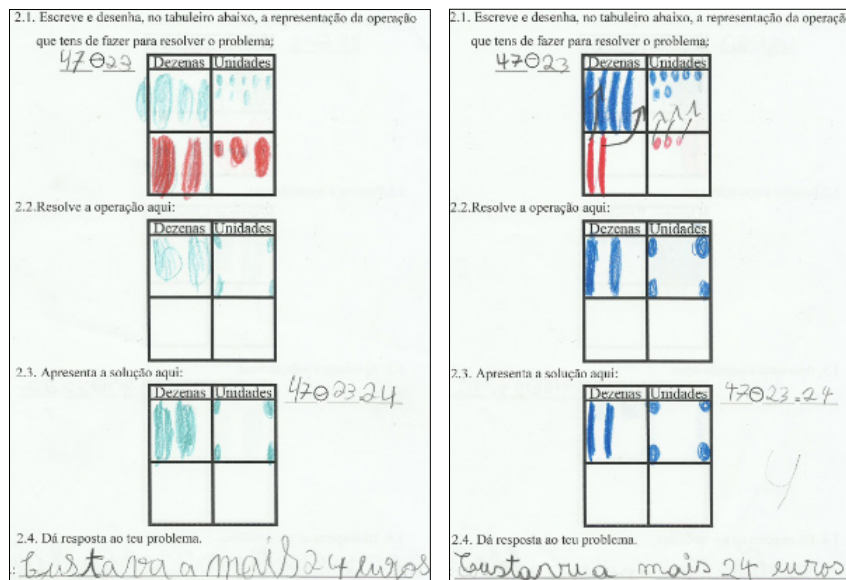


Figura 22: Resoluções dos alunos A e B da segunda tarefa com o sentido de comparar da subtração.

Sentido de completar

A primeira situação problemática (Figura 9, enunciado 1) com o sentido de completar suscitou algumas dúvidas nos alunos, levando a professora estagiária/investigadora a promover um diálogo



com toda a turma e que contou com a intervenção do aluno A. Perante as dúvidas demonstradas pelos alunos, a professora estagiária/investigadora iniciou um diálogo com os alunos:

Professora estagiária: ...Nós já sabemos a quantidade que ela (a Inês) quer ter e sabemos o que é que ela já tem... o que é que nos falta saber?

Aluno A: Quanto é que lhe falta...
(c.f. Rodrigues, 2021, p. 235)

Depois deste diálogo, todos os grupos iniciaram as suas propostas de resolução. Os alunos A e B (grupo 1) resolveram corretamente a subtração no TD e recorreram a representações visuais para ilustrar esta manipulação, na folha de rascunho (Figura 23).

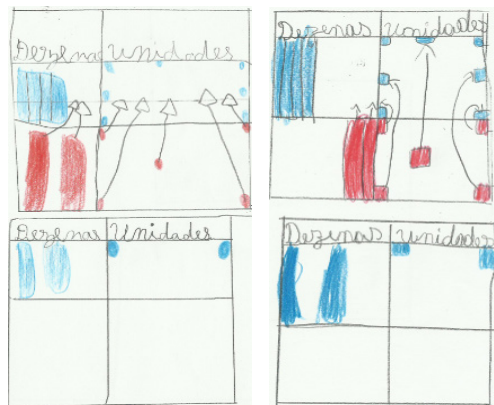


Figura 23: Representações elaboradas na folha de rascunho pelos alunos A e B.

Posteriormente à apresentação da proposta de resolução de um dos grupos à restante turma, os alunos do grupo 1 (A e B) representaram, novamente e de forma igualmente correta, a manipulação do TD, desta vez nas suas folhas de exploração. Os alunos A e B representaram as duas quantidades da subtração, efetuaram a subtração e, por último, elaboraram uma resposta correta e de acordo com o enunciado da situação problemática (Figura 24).

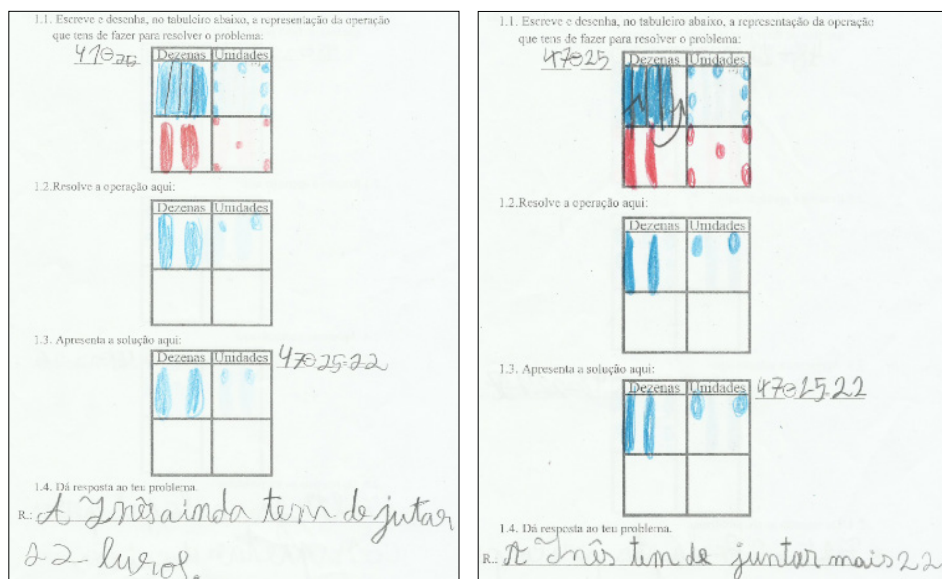


Figura 24: Resoluções dos alunos A e B da primeira tarefa com o sentido de completar da subtração.

Na resolução da segunda tarefa com sentido de completar da subtração (Figura 9, enunciado 2), os dois alunos do grupo 1 optaram por realizar somente representações ativas no TD (Figuras 25 e 26), não tendo elaborado qualquer representação nas folhas de exploração.

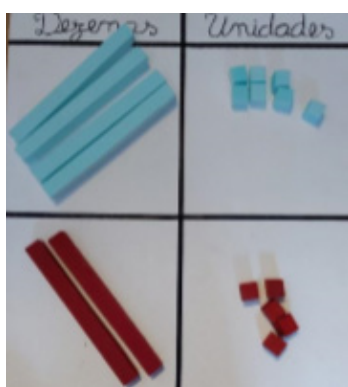


Figura 25: Representação das quantidades iniciais da subtração no TD.

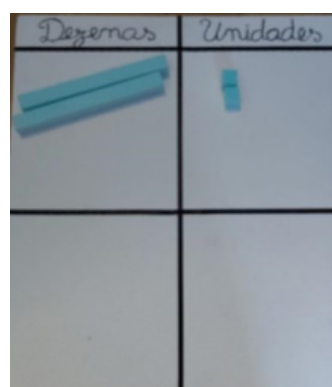


Figura 26: Representação da solução da subtração no TD.

Deste modo, depois do momento de partilha das propostas de resolução, este grupo optou por elaborar representações visuais e simbólicas nas suas folhas de exploração. De forma correta, apresentaram as quantidades da subtração e desenharam setas para representar a subtração das duas quantidades. Na alínea 2.3. os dois alunos cometeram uma incorreção, desenhando



sete unidades, embora indiquem que o resultado é “26”. Para terminar, elaboraram uma resposta correta para a situação problemática (Figura 27).

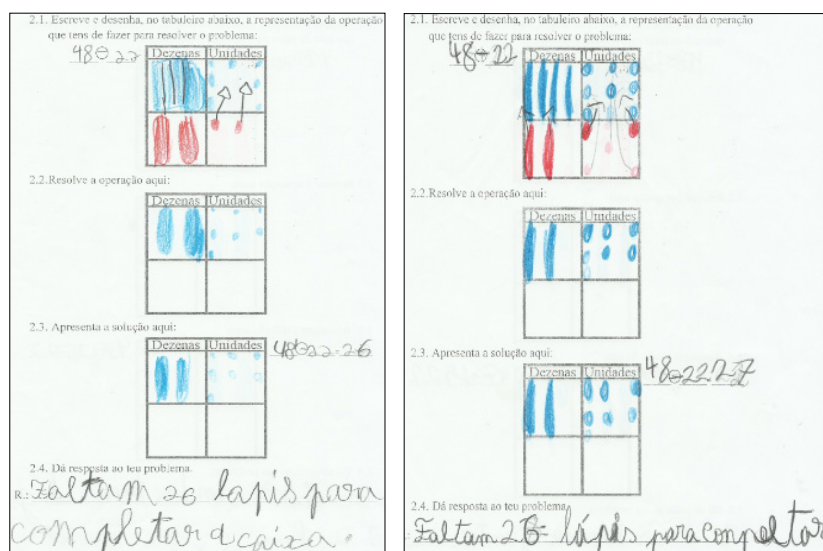


Figura 27: Resoluções dos alunos A e B da segunda tarefa com o sentido de completar da subtração.

Sentido de retirar

Nesta sessão com sentido de retirar da subtração, os dois alunos do grupo 1 (A e B) optaram por utilizar somente uma folha de rascunho e elaborar, em conjunto nesta folha, as representações da manipulação do TD. Assim, os dois alunos iniciaram a resolução da primeira tarefa com o sentido de retirar da subtração (Figura 10, enunciado 1), pela representação das duas quantidades da subtração no TD. Depois de representadas as duas quantidades, vários alunos constataram que não tinham unidades suficientes no aditivo para retirar as do subtrativo. Posto isto, a professora estagiária/investigadora apresentou a subtração “22-6” aos alunos e solicitou que a resolvessem em conjunto, com auxílio do TD. Com as duas quantidades representadas a professora estagiária/investigadora iniciou um diálogo com os alunos:

Professora estagiária: ... onde é que nós podemos ir buscar cubinhos? Nós ainda temos cubinhos azuis, onde é que eles estão?... Aluno B!

Aluno B: Estão nas barrinhas!

Professora estagiária: Estão nas barrinhas! Estão agrupados numa barra! O que é que nós temos de fazer?

Aluno B: Temos de transformar uma barra em cubinhos!

(c.f. Rodrigues, 2021, p. 249)



Depois desta explicação, todos os grupos retomaram as suas resoluções.

Os alunos A e B (grupo 1) começaram por representar as duas quantidades no TD (Figura 28) e representar este passo nas suas folhas de rascunho.

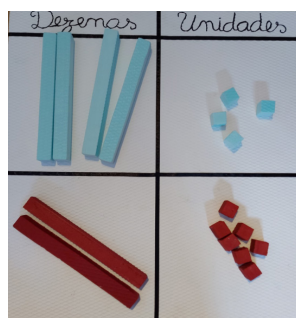


Figura 28: Representação das quantidades iniciais da subtração no TD.

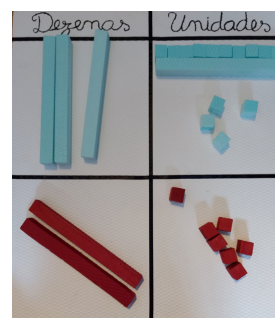


Figura 29: Decomposição de uma barra em dez cubinhos.

Optaram, corretamente, por desenhar setas, tanto para representar a subtração das quantidades, como para representar o movimento da barra para a ordem das unidades, tal como tinham feito no TD (Figura 29). De seguida, desenharam, na ordem das unidades, as unidades resultantes da decomposição da dezena e representaram a subtração das unidades presentes no subtrativo. Por último, obtiveram a solução da subtração (Figura 30) e representaram este passo na folha de rascunho (Figura 31).

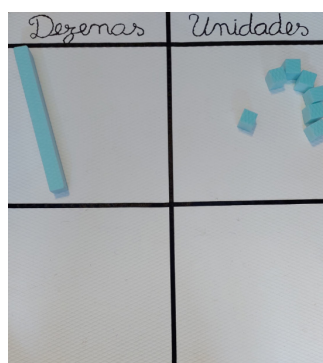


Figura 30: Resultado final da subtração.

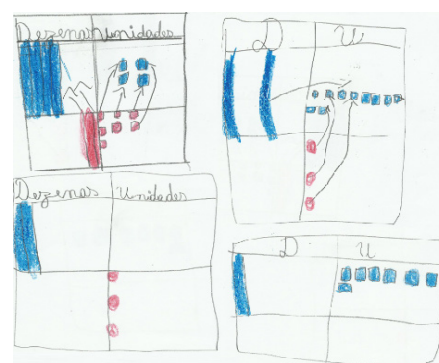


Figura 31: Representações elaboradas na folha de rascunho pelos alunos A e B.

O grupo 1 (constituído pelos alunos A e B) foi o selecionado para apresentar a sua resolução à turma. Depois de elaborada a explicação e de esclarecidas as dúvidas dos restantes grupos, os dois alunos elaboraram as suas representações nas folhas de exploração, de forma semelhante às representações já elaboradas nas folhas de rascunho. Na alínea 1.3. o aluno A comete uma incorreção, apresentando duas dezenas na solução da subtração. Ainda assim, o aluno escreve que a solução é “17” e apresenta uma resposta com o valor correto, tal como o aluno B (Figura 32).

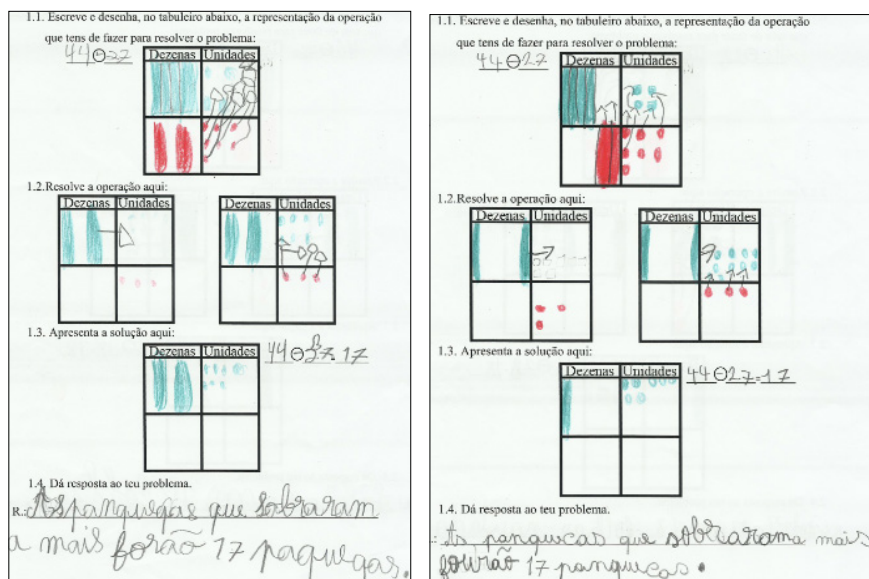


Figura 32: Resoluções dos alunos A e B da primeira tarefa com o sentido de retirar da subtração.

A resolução da segunda situação problemática com o sentido de retirar da subtração (Figura 10, enunciado 2) decorreu de um modo muito semelhante à resolução anterior. Os dois alunos do grupo 1, depois de terem representado as duas quantidades no TD (Figura 33), aperceberam-se de que necessitavam de decompor uma unidade em unidades de ordem inferior para retirar as unidades do subtrativo (Figura 34).

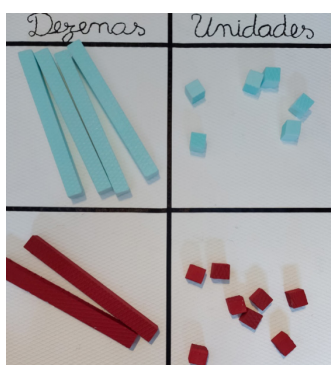


Figura 33: Representação das quantidades iniciais da subtração no TD.

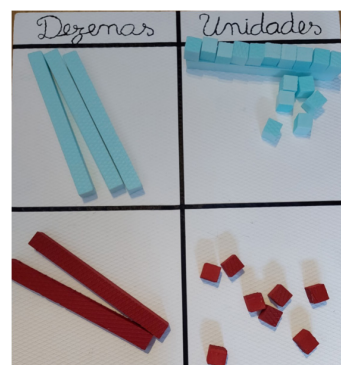


Figura 34: Decomposição de uma barra em dez cubinhos.

Com esta decomposição efetuada, os alunos A e B retiraram as unidades restantes do subtrativo, obtendo o resultado final da subtração (Figura 24).

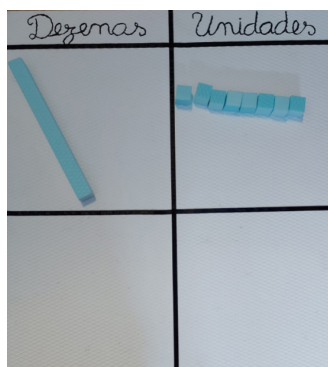


Figura 35: Resultado final da subtração.

Os alunos representaram, mais uma vez, as suas resoluções na folha de rascunho (Figura 36) e, posteriormente à explicação do grupo que foi selecionado para ir ao quadro de giz, elaboraram também as suas representações nas folhas de exploração.

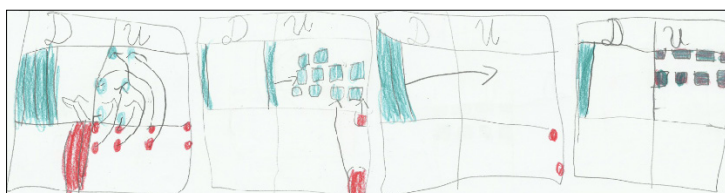


Figura 36: Representações elaboradas na folha de rascunho pelos alunos A e B.

Os dois alunos do grupo 1 recorreram a representações visuais e simbólicas, apresentando corretamente as duas quantidades da subtração. Mais uma vez, representaram através de setas, a subtração das quantidades e a movimentação da dezena para a ordem das unidades. Depois de efetuada a representação da movimentação da barra, os dois alunos cometeram um lapso e continuaram a desenhar a barra na ordem das dezenas. Ainda assim, na alínea destinada à representação da solução da subtração, os dois alunos apresentaram o resultado correto. Também na resposta que elaboraram, os dois alunos apresentaram a solução correta da subtração (Figura 37).

2.1. Escreve e desenha, no tabuleiro abaixo, a representação da operação que tens de fazer para resolver o problema:
 46028

2.2. Resolve a operação aqui:

2.3. Apresenta a solução aqui: $46028 - 18$

2.4. Dá resposta ao teu problema.
 R.: Sobraram 18 folhas.

Figura 37: Resoluções dos alunos A e B da segunda tarefa com o sentido de retirar da subtração.

Fase Final

Na tarefa da Fase Final com o sentido de comparar (Figura 11, enunciado 1), o aluno A do grupo 1 utilizou representações simbólicas, representando verticalmente o cálculo e resolvendo corretamente a subtração. Para terminar elaborou uma resposta correta e adequada ao contexto da situação problemática (Figura 38).

47
-36

11

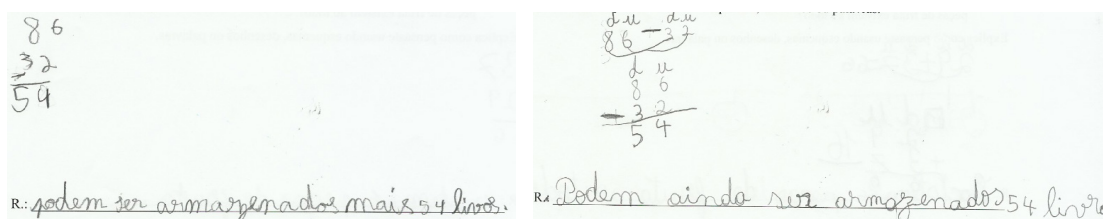
R.: Os livros que se lerão a mais foram 11 livros.

Figura 38: Resoluções dos alunos A e B na tarefa com o sentido de comparar da subtração (Fase Final).

O aluno B (grupo 1) optou por utilizar representações visuais na resolução da tarefa, elaborando corretamente a representação do TD e das quantidades do aditivo e do subtrativo. Representou a subtração das duas quantidades através de setas e apresentou a solução da subtração. Para terminar, elaborou uma resposta adequada ao contexto da tarefa, ainda que com erros ortográficos (Figura 38).

De forma semelhante à resolução da primeira tarefa, também na tarefa com o sentido de completar (Figura 11, enunciado 2), o aluno A do grupo 1 utilizou representações simbólicas, re-

presentando verticalmente o cálculo e resolvendo corretamente a subtração (Figura 39). O aluno apresentou a solução correta para a subtração e elaborou uma resposta adequada ao valor encontrado e ao contexto da situação problemática.



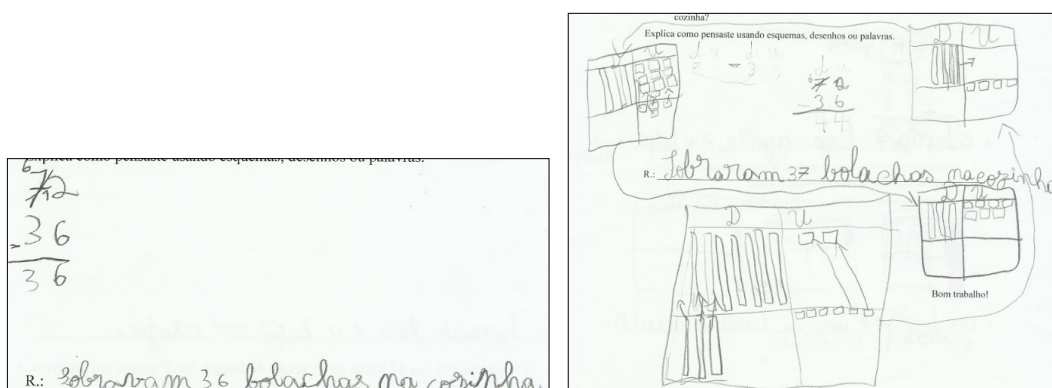
R.: podem ser armazenados mais 54 livros.

R.: Podem ainda ser armazenados 54 livros.

Figura 39: Resoluções dos alunos A e B na tarefa com o sentido de completar da subtração (Fase Final).

O aluno B do grupo 1 utilizou representações verbais e simbólicas, apresentando verticalmente o cálculo necessário à resolução da tarefa e colocando “d” e “u”, por cima da respectiva ordem (Figura 39). Resolveu a subtração, apresentando corretamente a sua solução, e elaborou uma resposta adequada ao contexto da tarefa e ao resultado encontrado.

Na tarefa com o sentido de retirar (Figura 11, enunciado 3), o aluno A do grupo 1, através de representações simbólicas, apresentou corretamente a subtração necessária à resolução da tarefa. Representou verticalmente o cálculo e resolveu a subtração corretamente. O aluno optou por colocar um “traço” por cima das 7 dezenas, e colocou no lado esquerdo um “6” e um “1” junto das unidades, simulando a dezena que decompôs para poder retirar as unidades do subtrativo (Figura 40). Resolveu a subtração, apresentando corretamente a sua solução e elaborou uma resposta adequada ao contexto da tarefa.



R.: retiraram 36 bolachas na cozinha.

R.: Retiraram 36 bolachas na cozinha.

Figura 40: Resoluções dos alunos A e B na tarefa com o sentido de retirar da subtração (Fase Final).

O aluno B do grupo 1 começou por elaborar a representação vertical do cálculo, através de representações simbólicas, no entanto, optou por apagar esta resolução e resolver a subtração através de representações do TD. Através de representações visuais, o aluno



apresentou e resolveu corretamente a tarefa apresentada. Ainda que com alguma desorganização, representou corretamente tanto a quantidade do aditivo como a do subtrativo. Através de setas, representou a subtração das quantidades e apresentou a solução da subtração, ainda que tenha cometido um erro de cálculo, obtendo um valor incorreto para a solução (Figura 40). Para terminar, elaborou uma resposta de acordo com o resultado que encontrou e adequada ao contexto da tarefa.

Na Fase Final do estudo e tendo em conta os resultados apresentados, os dois alunos do grupo 1 (A e B) encontram-se no nível 3, de acordo com os critérios estabelecidos (Quadro 1), em todas as tarefas.

Através dos resultados apresentados é possível inferir a evolução do conhecimento dos alunos relativamente aos princípios do sistema de numeração decimal e dos sentidos da operação subtração (Quadro 2). O aluno A evoluiu do nível 1 para o nível 3 em todas as tarefas relacionadas com os três sentidos da operação aritmética subtração. O aluno B evoluiu do nível 1, nas tarefas com sentido de comparar e retirar, e do nível 2, nas tarefas com o sentido de completar, para o nível 3 em todas as tarefas relacionadas com os três sentidos da operação subtração.

Quadro 2: Comparação da classificação dos alunos A e B nas Fases Inicial e Final de acordo com os três níveis de conhecimento.

Sentidos	Aluno A		Aluno B	
	Fase Inicial	Fase Final	Fase Inicial	Fase Final
Comparar	Nível 1	Nível 3	Nível 1	Nível 3
Completar	Nível 1	Nível 3	Nível 2	Nível 3
Retirar	Nível 1	Nível 3	Nível 1	Nível 3

Os resultados apresentados vão ao encontro do estudo de Lopes e Pozzobon (2019) na medida em que referem que as operações com os sentidos de comparar e completar são facilmente confundidas com operações de adição, como se verificou na sessão de comparar, na Fase de Intervenção. Na Fase Inicial do estudo tornou-se perceptível a dificuldade dos alunos A e B (grupo 1) em terminar as suas resoluções, devido a terem cometido erros relacionados com os princípios do sistema de numeração decimal, corroborando as conclusões do estudo de Gabriel e Utsumi (2020). Ainda nesta fase, os alunos A e B começaram por representar verticalmente os cálculos cometendo diversos erros e demonstrando que não se encontravam aptos para terminar as resoluções. Assim, tornou-se evidente que os alunos tentavam realizar este passo de um modo mecanizado e sem compreensão, indo ao encontro das conclusões de Silva e Freitas (2019). Através da manipulação do TD por parte dos alunos, tornou-se possível compreenderem a necessidade de decompor uma unidade em unidades de ordem inferior e resolverem as situações problemáticas através dos seus próprios procedimentos (Ponte & Serrazina, 2000). A resolução de situações problemáticas em sala de aula, bem como a discussão das propostas em grande grupo, permitiu a troca de ideias e a consequente reflexão entre os alunos (c.f. Rodrigues, 2021, pp. 219-257), promovendo uma aprendizagem através da cooperação, tal como referem Reis e Barata (2016).



Conclusões

De modo a dar resposta à questão de investigação e tendo em conta os objetivos cumpridos e os resultados obtidos, podemos afirmar que o Tabuleiro Decimal influenciou a compreensão dos alunos acerca dos sentidos da operação aritmética subtração e dos princípios fundamentais do sistema de numeração decimal. Os resultados da Fase Final do estudo evidenciam a evolução da compreensão dos alunos do grupo 1 acerca da necessidade de decompor uma unidade em unidades de ordem inferior. Analisando as propostas de resolução apresentadas por estes alunos é possível constatar a sua compreensão, não só acerca da operação inerente a cada situação problemática, mas também acerca do seu sentido. Os alunos A e B demonstraram também, na Fase Final do estudo, compreender os enunciados de cada situação problemática, as operações aritméticas inerentes à tarefa e os resultados que encontraram com cada resolução, o que não tinha acontecido na Fase Inicial.

O ambiente de aprendizagem proporcionado, no qual se inclui o recurso ao TD, permitiu que os alunos A e B partilhassem e discutissem ideias entre si e com os restantes colegas, desenvolvendo a aprendizagem através da cooperação.

Em síntese, os contributos deste estudo são:

- (i) facultar um material manipulável estruturado, o Tabuleiro Decimal, adequado à aprendizagem da subtração (e da adição) com números de dois algarismos (1.º ano de escolaridade do 1.º CEB);
- (ii) facultar um ambiente de aprendizagem, aprendizagem colaborativa, em que o uso do Tabuleiro Decimal se mostra adequado à promoção de aprendizagens relativas à compreensão dos sentidos da operação aritmética subtração e dos princípios fundamentais do sistema de numeração decimal.

Agradecimentos

Este trabalho é financiado pela FCT/MCTES através de fundos nacionais e quando aplicável cofinanciado por fundos comunitários no âmbito do projeto UIDB/EEA/50008/2020. Este trabalho foi realizado no NIEFI - PEAPEA do IPC - ESEC, Bolsa BIC, IPC-ESE/NIEFI/PEAPEA-Grant 1-2020.

Referências

- Attard, C., & Holmes, K. (2020). "It gives you that sense of hope": An exploration of technology use to mediate student engagement with mathematics. *Heliyon*, 6(1), 1-12.
- Biondo, A. (2017). *O Ensino da Matemática no Primeiro Ciclo do Ensino Básico: A apropriação do Sistema de Numeração Decimal – Estudo de Caso* (Relatório Final do Mestrado em Ciências da Educação, Universidade do Porto). <https://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/107257>





- Bogdan, R., & Biklen, S. (2013). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto Editora.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(3), 179-202.
- Clements, D., & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math*. Routledge
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education* (6.ª ed). Routledge.
- Dias, S., Santiago, A., & Martins, F. (2017). Ensino do algoritmo “usual” da subtração: uma proposta didática sem mnemónicas. In M. Pires, C. Mesquita, R. Lopes, G. Santos, M. Cardoso, J. Sousa, E. Silva, & C. Teixeira (Eds.), *II Encontro Internacional de Formação na Docência* (pp. 294-302). Instituto Politécnico de Bragança.
- Faria, R., & Maltempi, M. (2020). Raciocínio proporcional na matemática escolar. *Revista Educação em Questão*, 58(57), 1-18.
- Fuson, K. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 243- 275). New York: Macmillan.
- Gabriel, E., & Utsumi, M. (2020). Dificuldades na solução de problemas de estruturas aditivas. In M. Utsumi (Org.), *Pesquisas em psicologia da educação matemática: avanços e atualidades* (pp. 47-76). Pedro & João Editores.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Lopes, A., & Pozzobon, M. (2019). Números e Operações com uma Turma de Segundo Ano do Ensino Fundamental: análise de um caderno. *RELACult – Revista Latino-Americana de Estudos em Cultura e Sociedade*, 5, 1-13.
- Lopes, J., Viegas, C., & Pinto, A. (2018). *Melhorar práticas de ensino de ciências e tecnologia – Registrar e investigar com narrativas multimodais*. Edições Sílabo.
- Martins, F., & Ribeiro, C. (2013). Atribuir sentido aos raciocínios associados às resoluções de alunos no caso da subtração. In R. Cadima, H. Pinto, H. Menino, & I. Simões (Org.), *International Conference of Research, Practices and Contexts in Education* (pp. 192-200). ESECS.
- Martins, J. (2011). *O sentido das operações nos alunos do ensino básico* (Relatório Final do Mestrado em Didática e Inovação no Ensino das Ciências, Universidade do Algarve). <https://sapientia.ualg.pt/handle/10400.1/3087>
- Martins, N., Costa, C., Silva, R., & Martins, F. (2020). Algoritmo da decomposição da subtração: aprofundar conhecimentos através do uso de um manipulativo virtual. *Indagatio Didactica*, 12(5), 309-328.
- Mauhibah, R., & Karso, K. (2020). Student Difficulties in Addition and Subtraction of Two Digit Numbers. *International Conference on Elementary Education*, 2(1), 618-623.
- Menezes, S., & Corradi, G. (2020). Um Ambiente Digital para apoiar o ensino das operações de adição e subtração baseado na Teoria dos Campos Conceituais. In A. Andrade, A. Lima, A. Campos, A. Gomes, C. Martins, E. Aranha, E. Alencar, & I. Magalhães (Org.), XXXI Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (pp. 252-261). Sociedade Brasileira de Computação.
- Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática: Ensino Básico*. MEC.
- Montenegro, P. (2019). *O papel das representações visuais na aprendizagem da Matemática no 2.º ciclo de escolaridade* (Tese de Doutoramento em Didática de Ciências e Tecnologia, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro). <https://catalogo.biblioteca.utad.pt/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=81182>



- Montenegro, P., Costa, C., & Lopes, B. (2017). Transformações de representações visuais de múltiplos e divisores de um número. *Comunicações Piracicaba*, 24(1), 55-68.
- Ontario Ministry of Education. (2006). *Number Sense and Numeration, Grades 4 to 6 -Addition and Subtraction (Vol. 2)*. Queens Printer for Ontario.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. (2000). *Didática da Matemática do 1.º Ciclo*. Universidade Aberta.
- Pratas, R., Rato, V., & Martins, F. (2016). Modelação Matemática como prática de sala de aula: o uso de manipulativos virtuais no desenvolvimento dos sentidos da adição. In A. Canavarro, A. Borralho, J. Brocardo, & L. Santos (Eds.), *Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 35-48). Universidade de Évora.
- Rahayu, A., Putri, R., & Darmawijoyo (2018). Learning Process of Decimals through the Base Ten Strips at the Fifth Grade. *International Journal of Instruction*, 11(3), 153-162.
- Reis, C., & Barata, C. (2016). O sentido das operações de adição e subtração na resolução de problemas e a comunicação matemática numa turma do 1.º ano. In D. Alves, H. Pinto, I. Dias, M. Abreu, & R. Muñoz (Orgs.), *V Conferência Internacional Investigação, Práticas e Contextos em Educação* (pp. 212-218). ESECS do Instituto Politécnico de Leiria.
- Ribeiro, A. (1995). *Concepções de professores do 1º Ciclo do Ensino Básico: A Matemática, o seu ensino e os materiais didáticos*. Associação de Professores de Matemática.
- Rodrigues, R. (2021). *O uso do Tabuleiro Decimal na compreensão dos princípios do sistema de numeração decimal e dos sentidos das operações*. (Relatório Final do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, ESEC, Instituto Politécnico de Coimbra). https://www.researchgate.net/publication/349028712_O_uso_do_Tabuleiro_Decimal_na_compreensao_dos_principios_do_sistema_de_numeracao_decimal_e_dos_sentidos_das_operacoes
- Rodrigues, R. N., Rato, V., & Martins, F. (2020). Materiais Manipuláveis na aprendizagem da matemática: uso do Tabuleiro Decimal na compreensão dos sentidos da adição. *Indagatio Didactica*, 12(3), 495-517.
- Santos, L. (2015). Representações Matemáticas. In L. Santos, M. Pires, R. Ferreira, A. Domingos, C. Martins, H. Martinho, I. Vale, N. Amado, S. Carreira, & T. Pimentel (Eds.), *Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 3-5). SPIEM.
- Silva, R. (2018). *Modelação Matemática Como Ambiente de Aprendizagem: O Uso De Manipulativos Virtuais No Desenvolvimento Dos Sentidos Da Adição E Da Subtração*. (Relatório Final do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, ESEC, Instituto Politécnico de Coimbra). https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/24168/1/RICARDO_SILVA.pdf
- Silva, T., & Freitas, J. (2019). Utilização de um jogo de tiro ao alvo para evidenciar conceitos e propriedades do sistema de numeração decimal mobilizados por alunos da escola elementar. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 8(16), 248-270.
- Silveira, E. (2021). A Study on the indications to the use of Base Ten Blocks and Green Chips in Mathematics textbooks in Brazil. *The Mathematics Enthusiast*, 18(3), 469-501.
- Viseu, F., & Menezes, L. (2014). Desenvolvimento do conhecimento didático de uma futura professora de matemática do 3.º ciclo: o confronto com a sala de aula na preparação e análise de tarefas de modelação matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(3), 347-375. <https://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/2435>
- Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.