



O poder de uma imagem na resolução de problemas

The power of an image in problem solving

Andreia Teixeira

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto
andreaifilipa735@gmail.com

Dárida Fernandes

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto
daridafernandes4@gmail.com

Pedro Duarte¹

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto
pedropereira@ese.ipp.pt

Resumo:

Atualmente, o professor deve ser capaz de assumir a sua prática educativa como uma base de reflexão e pesquisa, procurando crescer profissionalmente e, deste modo, conseguir maior sucesso na aprendizagem das crianças. Assim, no âmbito da formação inicial de professores, é essencial desenvolverem-se processos que promovam competências investigativas destes futuros professores. A elaboração deste artigo surge na sequência desta conceção, fruto do desenvolvimento de um projeto de investigação implementado pela primeira autora no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Durante esta experiência formativa, procurou-se estudar as potencialidades da utilização da imagem gráfica e/ou banda desenhada nos enunciados dos problemas matemáticos. Reconhecendo que o problema é essencialmente uma história que tem de fazer sentido para a criança e que deve ser motivador e desafiante, investigou-se de que modo a componente gráfica interfere na identificação dos dados, na capacidade de os relacionar e de compreender melhor o problema. Neste contexto investigativo, procurou-se ainda averiguar as potencialidades na utilização de diferentes estratégias de resolução, motivando as crianças para a descoberta da(s) solução(ões). Neste estudo, optou-se por uma investigação de liderança qualitativa (*qualitative-leading*), numa análise de estudo de caso. Para a recolha de dados recorreu-se a um pré teste e a um pós teste, às produções das crianças, aos diálogos existentes em sala de aula, a notas de campo, a um questionário realizado às crianças e, ainda, uma entrevista concretizada à docente titular de turma. Desta forma, foi possível verificar que o enunciado com imagem gráfica e/ou banda desenhada motiva as crianças para a descoberta da solução, promove maior esforço intelectual para a criança relacionar os dados do problema e retirar conclusões, requerendo mais tempo de execução, bem como a mobilização de diferentes estratégias de resolução.

Palavras-chave: Formação de professores; Resolução de problemas; Banda desenhada.

¹ O autor encontra-se a desenvolver a sua tese de doutoramento, na Universidade de Compostela, com um projeto financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia (SFRH/BD/136027/2018).



Abstract:

Currently, the teacher must be able to assume his educational practice as a basis for reflection and research, seeking to grow professionally and thus achieve greater success in children's learning. Thus, in the context of initial teacher training, it is essential to develop processes that promote investigative skills for these future teachers. The elaboration of this article follows this conception, the result of the development of a research project implemented by the first author within the Supervised Teaching Practice of the Master in Teaching of the 1st Cycle of Basic Education (CEB) and of Mathematics and Natural Sciences in the 2nd CEB. During this formative experience, we sought to study the potential of using graphic images and / or cartoons in the statements of mathematical problems. Recognizing that the problem is essentially a story that has to make sense to the child and that it should be motivating and challenging, it was investigated how the graphic component interferes in the identification of the data, in the ability to relate and better understand the problem. In this investigative context, it was also sought to ascertain the potentialities in the use of different resolution strategies, motivating children to discover the solution (s). In this study, we opted for a qualitative-leading investigation, in a case study analysis. For the collection of data, a pre-test and a post-test were used, the productions of the children, the dialogues existing in the classroom, field notes, a questionnaire carried out to the children and, also, an interview conducted with the professor of class. Thus, it was possible to verify that the statement with graphic image and / or cartoons motivates children to discover the solution, promotes greater intellectual effort for the child to relate the problem data and draw conclusions, requiring more execution time, as well as the mobilization of different resolution strategies.

Keywords: Teacher training; Problem solving; Comics.

Resumen:

Actualmente, el maestro debe poder asumir su práctica educativa como base para la reflexión y la investigación, buscando crecer profesionalmente y así lograr un mayor éxito en el aprendizaje de los niños. Por lo tanto, en el contexto de la formación inicial del profesorado, es esencial desarrollar procesos que promuevan las habilidades de investigación para estos futuros docentes. La elaboración de este artículo sigue esta concepción, el resultado del desarrollo de un proyecto de investigación implementado por el primer autor dentro de la Práctica de Enseñanza Supervisada del Máster en Enseñanza del 1er Ciclo de Educación Básica (CEB) y de Matemáticas y Ciencias Naturales en el 2º CEB. Durante esta experiencia formativa, buscamos estudiar el potencial del uso de imágenes gráficas y / o dibujos animados en las declaraciones de problemas matemáticos. Reconociendo que el problema es esencialmente una historia que tiene que tener sentido para el niño y que debe ser motivador y desafiante, se investigó cómo el componente gráfico interfiere en la identificación de los datos, en la capacidad de relacionarse y comprender mejor el problema. En este contexto de investigación, también se buscó determinar las potencialidades en el uso de diferentes estrategias de resolución, motivando a los niños a descubrir la (s) solución (es). En este estudio, optamos por una investigación cualitativa líder, en un análisis de estudio de caso. Para la recolección de datos, se utilizó una prueba previa y una prueba posterior, las producciones de los niños, los diálogos existentes en el aula, notas de campo, un cuestionario realizado a los niños y, también, una entrevista realizada con el profesor de clase. Por lo tanto, fue posible verificar que la declaración con imagen gráfica y / o dibujos animados motive a los niños a descubrir la solución, promueva un mayor esfuerzo intelectual para que el niño relacione los datos del problema y saque conclusiones, lo que requiere más tiempo de ejecución, así como La movilización de diferentes estrategias de resolución.

Palabra clave: Formación del profesorado; Resolución de problemas; Dibujos animados.



Introdução

Ser professor implica investir na investigação e refletir sobre a própria prática pedagógica, uma vez que “todo o professor verdadeiramente merecedor deste nome é, no seu fundo, um investigador e a sua investigação tem íntima relação com a sua função de professor” (Alarcão, 2001, p.6). Por isso, o desenvolvimento profissional do professor deve ter como suporte a investigação para compreender melhor os momentos de *devir pedagógico*, desde a fase de planificação à partilha de resultados, ao longo de todo o processo de formação/intervenção no contexto educativo.

Tendo em consideração as especificidades da componente curricular de Matemática, é pertinente salientar que apesar dos resultados de Portugal no *PISA 2015* apresentarem uma evolução positiva e uma subida gradual ao longo dos anos (Marôco, Gonçalves, Lourenço & Mendes, 2016), os resultados das provas de aferição de Matemática em 2018 demonstram que mais de metade das crianças portuguesas não conseguem aplicar/interpretar e/ou raciocinar/criar (Instituto de Avaliação Educativa, 2018). Face ao exposto, e tendo, ainda, em consideração que as crianças do Ensino Básico, muitas vezes não entendem a utilidade da Matemática na vida e no seu futuro, nem lhe reconhecem interesse por ser uma disciplina difícil e, por vezes, desmotivadora (Almeida, 2011), torna-se essencial continuar a investigar e a refletir sobre as atuais estratégias e recursos utilizados no ensino da Matemática, de modo a procurar-se colmatar o insucesso e a garantir uma aprendizagem matemática de qualidade para todos.

Para o presente estudo, a resolução de problemas é o foco da investigação, uma vez que esta competência transversal permite estabelecer ligações com outras áreas do conhecimento e com o dia-a-dia e, ainda, assume-se como um elemento preponderante na vida de cada criança (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008). Sendo que “um desenho vale mais do que mil palavras” (Pimentel & Vale, 2004) e dado que os desenhos, esquemas e diagramas ou gráficos podem ser representações da situação-problema e promover o raciocínio matemático, permitindo relacionar os dados e inferir, facilitando a resolução de problemas mais complexos (Canavarro & Pinto, 2012), pretendeu-se compreender as potencialidades da imagem gráfica e/ou banda desenhada na apresentação de problemas matemáticos.

Assim, este artigo inicia-se com esta breve introdução. De seguida, surge uma contextualização teórica que sustenta a investigação realizada. Posteriormente, explicita-se a metodologia adotada, bem como as técnicas e os instrumentos de recolha de dados utilizados. Por fim, uma análise dos dados e as considerações finais sobre o processo, em que se reflete sobre todo o percurso investigativo realizado.

Contextualização teórica

Além da revisão teórica essencial à temática deste estudo – Resolução de problemas e a importância da imagem gráfica e/ou banda desenhada na resolução de problemas, pretende-se enquadrar também teoricamente o conteúdo matemático desenvolvido no âmbito da PES - aprendizagem dos números racionais não negativos.



As mudanças sociais e as evoluções tecnológicas exigem que se prepare as crianças para novas situações, para tal, não basta ensinar conceitos e algoritmos, é crucial desenvolver a iniciativa e o espírito inovador através da resolução de problemas (Dante, 2007). A abordagem da Matemática através da resolução de problemas promove a construção de estratégias, a verificação e a discussão de resultados, a criatividade, autonomia e a reflexão, permitindo à criança tornar-se o principal agente do seu processo ensino e aprendizagem e desenvolver o gosto por esta área curricular (Furlanetto, Dullius & Althaus, 2012).

Face ao referido, o professor deve compreender que a resolução de problemas é um elemento fundamental na aprendizagem matemática, surgindo como fator formativo, mobilizador e integrante da sociedade.

Recuando algum tempo, em 1945, George Polya introduz o tema “resolução de problemas na sala de aula”, mas somente desde da publicação *Agend of Action* (NTCM, 1980) é que se reconhece a importância do foco da matemática escolar ser a resolução de problemas (Cruz, 2011; Pinto, 2003), surgindo a resolução de problemas como o primeiro objetivo do ensino da Matemática. Nesta perspetiva, Josué (2016) refere que os problemas permitem desenvolver conhecimentos matemáticos, refletir sobre fenómenos sociais e naturais para a formação da personalidade das crianças e promove o desenvolvimento intelectual. Já em 1998, no Relatório Matemática 2001 (APM, 1998) reforça-se que a resolução de problemas deveria ser um elemento central do ensino da matemática, promovendo situações problema variadas que envolvessem processos de experimentação, generalização, discussão e comunicação matemática.

Atualmente, o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Ministério da Educação, 2017) define que as crianças devem ser capazes de “interpretar informação, planear e conduzir pesquisas”, “gerir projetos e tomar decisões para resolver problemas” e “desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando recursos diversificados” na área de raciocínio e resolução de problemas. Ainda nessa perspetiva, as Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 2.º ano (Ministério da Educação, 2018) referem que as crianças devem desenvolver a capacidade de resolução de problemas, raciocinar matematicamente e analisar resoluções e raciocínios dos outros.

Segundo Fernandes (1994), “um problema (...) pode ser encarado como uma situação em que o indivíduo sinta necessidade de parar para pensar e sinta vontade de encontrar uma ou mais soluções” (p.41), reforçando ainda há partida que a criança não conhece uma técnica que lhe faculte, de imediato, a resposta correta.

Por outro lado, para Polya (2003), a resolução de problemas inclui quatro etapas. A primeira fase denominada de compreensão do problema, na qual se identifica os dados e a incógnita; a segunda - elaboração de um plano - na qual se decide qual a estratégia a seguir para obter a incógnita; a terceira - execução do plano - na qual se executa o plano e, por fim, a verificação dos resultados na qual se revê a resolução e verificação do resultado ou se procuram outros processos de resolução ou soluções.

Neste processo de aprendizagem baseado na resolução de problemas podem ser contempladas cinco categorias: problemas de um passo, em que se aplica apenas uma operação aritmética para o resolver; problemas de dois ou mais passos, em que se aplica mais do que uma



operação aritmética; problemas de processo que implicam pensar em uma estratégia de resolução; problemas de aplicação que exigem a recolha de dados da vida real para a sua resolução e problemas tipo puzzle que exige uma ideia momentânea para obter a solução (Charles e Lester, 1986, citado por Pimentel & Vale, 2004).

Na descoberta de uma ou mais soluções devem ser valorizadas as diferentes estratégias de resolução de problemas. Na maior parte dos casos as crianças tendem a pensar que necessitam de recorrer a algum algoritmo para resolver um determinado problema, contudo, quando têm a possibilidade de recorrer a outro tipo de estratégias encontram um maior significado da Matemática (Bortolucci, Chiarello, Almeida, & Megid, 2018) e por isso, “o conhecimento matemático e as estratégias de raciocínio devem ser aprendidas e usadas em simultâneo e não isoladamente” (Boavida et al., 2008, p.23).

Tendo por base a resolução de problemas na construção do conhecimento matemático Vale, Pimentel e Barbosa (2015) defendem que:

“a aquisição de um repertório de estratégias viáveis (...) constitui um corpo de conhecimento em ação que: (a) ajuda os alunos a abordar o problema e a descobrir um caminho; (b) pode ser uma alternativa ao uso direto de conceitos que o aluno não possui ou não estão acessíveis; e (c) facilita muitas vezes a interpretação das situações.” (pp.48-49).

Para estas autoras, o envolvimento das crianças em práticas de resolução de problemas permite-lhes compreender as múltiplas abordagens possíveis na resolução de um problema, o que pode conduzir a soluções criativas.

Para Fernandes (2006) o problema é essencialmente uma história que tem de fazer sentido para a criança, ser motivadora e desafiante. Resolver um problema exige que a criança seja capaz de ler o enunciado, compreender e relacionar os dados, transformar a informação em linguagem matemática, escolher uma estratégia de resolução e aplicar e no final, verificar a plausibilidade do resultado (Boavida et al., 2008).

Muitas crianças apresentam dificuldades em resolver problemas por não entenderem o enunciado, uma vez que há diversos aspetos que influenciam a compreensão, tais como: ter conhecimento do conteúdo abordado no problema, compreender o contexto que o envolve e compreender a linguagem utilizada no enunciado (Dombele, 2016).

Como as crianças leem cada vez menos ou estão habituados a um determinado gênero textual, esse facto levanta dificuldades na interpretação de enunciados matemáticos verbais (Palha, 2017). Com base nesta realidade educativa surge a possibilidade de se pensar sobre a forma de apresentar o enunciado matemático que pode potenciar o sucesso na resolução de problemas.

As representações de natureza visual, símbolos, imagens, objetos, gráficos, entre outras, criadas pela criança ou pelo professor, ocupam um papel essencial na resolução de problemas, pois permitem facilitar a compreensão e a discussão de ideias matemáticas (Barbosa, 2009). Por isso, considera-se que o desenho, o diagrama, o gráfico ou o esquema pode ajudar na visualização e na interpretação da situação expressa num problema e dessa forma, permitir às crianças resolver o problema inicialmente, reconhecendo-se que o uso de imagens visuais pode ser uma mais valia para todos os tipos de problemas (Vale, Pimentel & Barbosa, 2015).



A utilização da banda desenhada nalgumas áreas do saber, pode permitir a criação de estratégias pedagógicas inovadoras, como por exemplo na área do Português, ao permitir estudar o vocabulário inserido num contexto que, por ser ao mesmo tempo verbal e icónico, se torna facilitador da apreensão de significado (Gomes, 2010) ou ainda despertar o gosto para a aprendizagem da História no desenvolvimento do conhecimento histórico de forma lúdica (Cardoso & Solé, 2017). Assim, torna-se pertinente investigar, num contexto interdisciplinar e especificamente na área da matemática a sua utilidade na apresentação da situação problema para motivar, compreender e promover a adoção de estratégias diversificadas de resolução.

Reconhece-se, deste modo, que a banda desenhada, por ser uma representação essencialmente visual de uma determinada situação, semelhante a uma imagem pode permitir às crianças adquirirem conhecimento, mas também aprender a aprender através da análise da componente visual (Rozal, Santo & Chaves, 2015).

Além disso, a visualização na aprendizagem da Matemática consiste numa capacidade fundamental, pois permite passar da imagem real para uma representação mental. Assim, recorrer a diversos tipos de representação possibilitará às crianças tornar-se mais flexíveis e criativas na aprendizagem de conceitos matemáticos (Vale, 2012).

Por outro lado, sendo a motivação um conjunto de razões que movem uma pessoa a fazer, pensar ou decidir em busca de um determinado resultado (Leite, Ruiz, Aguiar & Oliveira, 2005), torna-a num fator crucial na aprendizagem. Se, por um lado, existe a motivação intrínseca, que se caracteriza por ser uma força interior que mobiliza o sujeito para uma determinada tarefa sem influências exteriores, também emerge a motivação extrínseca, que se define como a motivação de um indivíduo para realizar uma atividade, em busca de uma recompensa externa (Campos, 2016). Assim sendo, importa promover a motivação nas crianças, de forma a incentivar para a participação e empenho nas atividades e assim, alcançar o sucesso escolar.

Neste contexto, acredita-se que a apresentação do problema com recurso à imagem gráfica e/ou banda desenhada poderá influenciar a predisposição das crianças para a sua resolução, ou seja, motivá-las, bem como interferir no tempo destinado à compreensão e à interpretação do enunciado.

A importância da contextualização teórica do conteúdo desenvolvido na Prática de Ensino Supervisionada remete-nos para a consideração de que a aprendizagem dos números racionais não negativos, está associado a diversas dificuldades das crianças. É comum vê-las a operar com frações sem compreenderem o conceito de número racional não negativo. Por isso, segundo Monteiro, Pinto e Figueiredo (2005) é importante desenvolver esse conceito de forma progressiva e significativa associado a situações reais para que as crianças compreendam o sentido de número racional.

Segundo as Aprendizagens Essenciais de Matemática (Ministério da Educação, 2018), no segundo ano de escolaridade as crianças devem “reconhecer frações unitárias como representações de uma parte de um todo dividido em partes iguais, em diferentes contextos, e dar exemplos” (p.7). Assim, nos primeiros anos, os números racionais não negativos são abordados através de uma partilha equitativa e de divisão da unidade em partes iguais e nos anos seguintes este conceito é aprofundado ao abordar os significados de fração (Silva, Boavida & Oliveira, 2012).



O conjunto de números racionais, representado pela letra \mathbb{Q} , é constituído por todos os números que podem ser representados na forma p/q (sendo p e q números naturais), em que p é o numerador e o q , o denominador (Alves, 2012), ou seja, os números fracionários e as dízimas periódicas (números decimais). O sentido de número racional engloba cinco significados: quociente, parte-todo, operador, razão e medida e para desenvolver o conceito de número racional é necessário compreender os diferentes significados e as suas inter-relações (Simões, 2016). Para tal, devemos garantir que proporcionamos as crianças a oportunidade de experienciar e explorar situações em todas as vertentes do sentido de número racional não negativo (Mamede, 2011).

Para Abú (2017), a abordagem dos números racionais não negativos através da resolução de problemas na qual se envolve os diferentes significados de fração, deve ser gradual, contextualizada e desenvolver o sentido de número racional e a capacidade de resolução de problemas.

Metodologia de investigação

Como foi já apresentado, o presente trabalho tem como propósito compreender de que modo a dimensão gráfica influencia a capacidade de resolver problemas, de dois ou três passos, no 1.º Ciclo do Ensino Básico, em crianças do 4.º ano de escolaridade.

Em convergência com esta problemática de investigação, definiram-se três objetivos fundamentais:

- 1) Averiguar de que forma a componente gráfica ajuda a identificar e a compreender os dados na resolução de um problema;
- 2) Analisar as diferentes estratégias utilizadas, pelas crianças, na resolução de problemas, associada à dimensão gráfica do problema;
- 3) Analisar de que forma a componente gráfica motiva as crianças para a resolução de problemas.

Efetivamente, o estudo sobre resolução de problemas, no 1.º Ciclo do Ensino Básico, tem despoletado o interesse de diferentes investigadores, que procuram compreender esta realidade educativa à luz de diferentes prismas investigativos. Nesse sentido, e à semelhança de outros trabalhos de âmbito similar (Duarte, Fernandes, & Guedes, 2017; Monteiro, Mascarenhas, & Morgado, 2019; Oliveira Araman, Serrazina, & Ponte, 2019), optou-se por uma investigação assente num estudo de caso.

Como explica Yin (2018), o estudo de caso é uma metodologia que, entre outros aspetos, tende a ser mobilizado quando a investigação tem como principal propósito compreender, com alguma profundidade, a forma como um fenómeno (social) contemporâneo se desenvolve. Nesse sentido, a mesma pode incluir dados qualitativos e dados quantitativos, sendo entendida como um desenho empírico que, num certo contexto natural, permite um estudo mais detalhado e complexo.



Num pensamento convergente com o de Yin (2018), outros autores (Amado, 2014; Cohen, Manion, & Morrison, 2018) têm explicado a pertinência deste enquadramento metodológico no domínio da investigação em educação, porque possibilita a análise interpretativa de casos educativos em concreto, como um criança, uma turma, um nível de escolaridade, um estabelecimento de ensino, bem como a reflexão sobre múltiplos fenómenos curriculares, pedagógicos e didáticos, por exemplo. A este propósito, Cohen, Manion e Morisson (2018, p. 390) são especialmente transparentes ao defender que “case study has a unique and distinctive contribution to make to educational research”.

O presente trabalho terá como caso de análise uma turma do 4.º ano de escolaridade, de um agrupamento do norte de Portugal, composta por 23 crianças com idades compreendidas entre 9 e 10 anos. Este grupo caracteriza-se por ser empenhado e interessado, apesar da maior parte das crianças apresentar dificuldades na interpretação e compreensão de textos e evidenciar, ainda, resultados escolares menos satisfatórios na componente curricular de Matemática, mostrando-se especialmente reticentes nos momentos de resolução de problemas.

Definido o caso, e, uma vez mais, em sintonia com o que é explicado pelos autores mobilizados (Amado, 2014; Cohen, Manion, & Morrison, 2018; Yin, 2018), é necessário proceder-se à clarificação das técnicas e dos instrumentos de recolha de dados, numa lógica de complementaridade do material empírico (associada à integração de dados quantitativos e dados qualitativos, por exemplo) de coesão entre a estratégia de recolha de dados e os objetivos investigativos.

Assim, optou-se por uma investigação de liderança qualitativa (*qualitative-leading*), isto é, um estudo em que a análise é, essencialmente, qualitativa/interpretativa, mas que integra, de forma complementar, uma dimensão de cariz também quantitativo (Shank, Pringle, & Brown, 2018). Em sintonia com tal escolha, integraram-se, diferentes técnicas, nomeadamente a observação direta (associada aos diários de bordo), os problemas resolvidos pelas crianças, um inquérito por questionário preenchido pelas crianças e, ainda, a entrevista à professora titular da turma.

Tendo como foco a prossecução dos dois primeiros objetivos do estudo foram consideradas duas modalidades de resolução de problemas:

- Numa primeira modalidade, as crianças resolveram um conjunto de quatro problemas (C1), em sala de aula, com um enunciado tradicional (linguagem verbal). Passadas 5 semanas, resolveram o mesmo conjunto (C2), mas com os enunciados apenas de natureza visual.
- Numa segunda modalidade, as crianças resolveram, em casa, quatro problemas distintos: em dois deles (P1 e P3) o enunciado mantinha a linguagem verbal; nos outros dois (P2 e P4) havia, apenas, indicações de natureza visual.

A par do explicitado, e tendo como propósito desenvolver a recolha e a análise do terceiro objetivo definido, foram, também, considerados os dados provenientes dos diários de bordo e da entrevista à docente, que permitiu recolher a perspetiva desta profissional sobre o projeto e a sua influência na capacidade de resolução de problemas das suas crianças. O inquérito por questionário, por sua vez, teve como finalidade aceder à opinião das crianças sobre a apresentação da situação problema através de um enunciado de natureza visual.



A seguinte tabela sumaria a forma como se procedeu à recolha do material empírico:

	Dinâmica	Dados recolhidos
2 maio 2019	Resolução, pelas crianças, do conjunto de problemas C1.	Conjunto de problemas C1 resolvido. Entrada no diário de bordo.
8 maio 2019	Correção, com crianças, do problema P1.	Problema P1 resolvido. Entrada no diário de bordo.
15 maio 2019	Correção, com crianças, do problema P2.	Problema P2 resolvido. Entrada no diário de bordo.
4 junho 2019	Correção, com crianças, do problema P3.	Problema P3 resolvido. Entrada no diário de bordo.
10 junho 2019	Correção, com crianças, do problema P4.	Problema P4 resolvido. Entrada no diário de bordo.
14 junho 2019	Resolução, pelas crianças, do conjunto de problemas C2.	Conjunto de problemas C2 resolvido. Entrada no diário de bordo.
14 junho 2019	Entrevista (semiestruturada) à docente titular da turma.	Transcrição da entrevista

Análise e Discussão de Resultados

O primeiro objetivo de investigação consistiu em averiguar se a componente gráfica poderia ajudar na compreensão dos dados e na resolução de um problema e, para tal, compararam-se as resoluções do conjunto de problemas C1 (Apêndice 1) com o C2 (Apêndice 2) e analisaram-se as respostas aos questionários (Apêndice 3) realizados às crianças no final do projeto.

Sendo assim, definiram-se critérios de desempenho baseados nos utilizados nas provas de aferição, pelo Instituto de avaliação educativa e obteve-se a seguinte tabela, que contempla os critérios definidos para análise das resoluções de cada um dos problemas, o número de respostas (responderam no Pós teste apenas 21 alunos, uma vez que os restantes não foram à escola nos últimos dias do ano escolar) e a respetiva percentagem a cada critério relativos ao pré e pós teste.



Tabela 1: Análise das resoluções do pré e pós teste.

	Descritor de desempenho	Frequência Absoluta		Frequência Relativa (%)	
		Pré teste	Pós teste	Pré teste	Pós teste
1ºProblema	Responde $\frac{1}{10}$ e $\frac{9}{10}$ e apresenta uma resolução correta, determinando a parte que “não aprendeu”.	0	0	0%	0%
	Responde $\frac{1}{10}$ e apresenta a operação necessária para calcular a parte que “não aprendeu”, mas comete um erro de cálculo.	5	0	21,70%	0%
	Responde $\frac{1}{10}$ e $\frac{9}{10}$, sem apresentar qualquer resolução.	12	17	52,20%	80,95%
	Responde apenas $\frac{1}{10}$, sem ter em conta a segunda etapa da resolução do problema.	2	0	8,70%	0%
	Resposta desadequada	2	3	8,70%	14,29%
	Resposta em branco	2	1	8,70%	4,76%
2ºProblema	Responde 3 pizzas e apresenta uma resolução correta	0	7	0%	33,33%
	Apresenta uma resolução correta, mas não dá qualquer resposta	0	0	0%	0%
	Responde 3 pizzas, sem apresentar qualquer resolução	0	2	0%	9,52%
	Apresenta uma resolução e resposta incompleta e/ou pouco clara	11	7	47,80%	33,33%
	Resposta desadequada	11	5	47,80%	23,81%
	Resposta em branco	1	0	4,40%	0%
3ºProblema	Responde 30 m ² e apresenta uma resolução que contempla as etapas seguintes: - determina a fração da área que resta para os girassóis; - determina a área destinada aos girassóis.	2	0	8,70%	0%
	Apresenta uma resolução que contempla as duas etapas, mas não dá qualquer resposta	0	2	0%	9,52%
	Apresenta uma resolução que contempla as duas etapas, com erros de cálculo	0	0	0%	0%
	Apresenta uma resolução que contempla as duas etapas, sem conseguir resolver o cálculo da 2ª etapa	0	3	0%	14,29%
	Apresenta uma resolução que contempla apenas a 1ª etapa	2	7	8,70%	33,33%
	Apresenta uma resolução incompleta e/ou pouco clara	1	3	4,34%	14,29%
	Resposta desadequada	8	5	34,78%	23,81%
	Resposta em branco	10	1	43,48%	4,76%

4ºProblema	Responde €2,00 e apresenta uma resolução que contempla as etapas seguintes: - determina a fração que representa a quantia que sobrou; - determina o dinheiro que sobrou.	3	0	13,04%	0%
	Apresenta apenas uma das etapas de resolução	3	4	13,04%	19,04%
	Apresenta apenas uma das etapas de resolução, com erros de cálculo	0	3	0%	14,29%
	Responde €2,00, sem apresentar qualquer resolução	4	6	17,40%	28,57%
	Resposta desadequada	3	5	13,04%	23,81%
	Resposta em branco	10	3	43,48%	14,29%

No que diz respeito ao 1.º problema do conjunto C1 e C2, a maioria das crianças indica a resposta correta, mas não apresenta nenhum raciocínio ou cálculo, principalmente no C2. Em ambos (C1 e C2), foram capazes de identificar os dados do problema e compreendê-lo, resolvendo-o sem recurso a operações.

Resolução de problemas - Racionais em ação

1. O Ricardo e o Hugo regressam a casa depois de um dia na Escola e começam a conversar.
Ricardo: O que é que estudaste hoje na Escola, Hugo?
Hugo: Frações.
Ricardo: E o que é que tu aprendeste?
Hugo: Uma décima do que era suposto eu aprender!

Depois de leres com atenção o diálogo entre os dois amigos, responde.
 Como se representa, em fração, o sucesso da aprendizagem do Hugo, na lição sobre frações? E que parte da lição não aprendeu? Explica por palavras, desenhos ou esquemas como chegaste a essa resposta.

*que o Hugo aprendeu: $\frac{1}{10}$
 que o Hugo não aprendeu: $\frac{9}{10}$*

Resolução de problemas - Racionais em ação

Lê com atenção cada uma das bandas desenhadas e responde.

Banda desenhada 1



Como se representa, em fração, o sucesso da aprendizagem do Hugo, na lição sobre frações? E que parte da lição não aprendeu? Explica por palavras, desenhos ou esquemas como chegaste a essa resposta.

aprender $\frac{1}{10}$ não aprender $\frac{9}{10}$

Figura 1 Exemplos de resoluções do 1.º Problema no C1 e C2

Quanto ao 2.º problema, verifica-se uma melhoria quando comparando os resultados do C1 para o C2, sendo que sete crianças apresentam uma resolução e resposta correta no C2, enquanto no C1 não se verificou nenhuma. Evidencia-se que a principal dificuldade apresentada pelas crianças era não saber dividir o círculo (unidade) em três partes geometricamente iguais (figura 2), o que, em parte, pode indicar que as crianças não estão habituadas a recorrer a esquemas para representar a situação, apesar de isso poder ajudá-las a resolver os problemas.

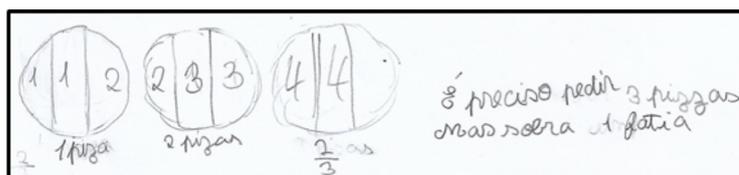


Figura 2 A resolução apresenta uma divisão geometricamente incorreta da unidade no C1

Além disso, a banda desenhada presente no segundo problema no C2 demonstra que são três amigos o que parece ter ajudado a inferirem que era dois terços de pizza para cada e assim, resolverem mais facilmente e recorrerem ao uso de letras diferentes nos esquemas, como evidenciado na figura 3.

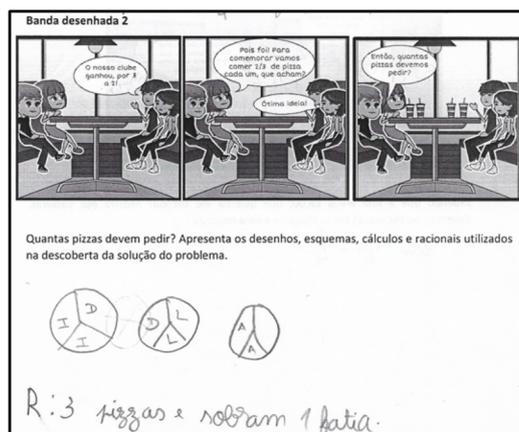


Figura 3 Resolução com divisão da unidade correta e recursos a letras para enumerar os três amigos no primeiro problema do C2

Relativamente ao 3.º problema, observa-se um maior esforço e dedicação por parte das crianças, sendo que cerca de 43% dos participantes não respondeu no C1 enquanto que no C2, apenas 4,76% não respondeu, o que indicia que talvez a banda desenhada tenha induzido as crianças a dividir o terreno e a associar as plantas ao respetivo espaço. Contudo, a maioria não resolveu por completo o problema apesar de o ter compreendido, porque este envolve o significado de operador do número racional não negativo que é um conceito muito complexo no 1.º CEB. Isto é, indicaram num esquema a respetiva área de cada planta, mas apresentaram dificuldades em calcular a área destinada à plantação de girassóis, como se ilustra na figura 4.

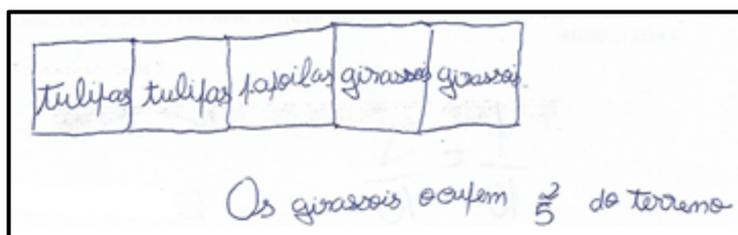


Figura 4 A resolução apresenta o 1º passo da resolução, identificam a parte correspondente aos girassóis, mas não calculam a área destinada à sua plantação no terceiro problema no C2

O último problema, foi o mais complexo devido à dificuldade em relacionar dinheiro com números racionais não negativos. Em ambos os conjuntos, a maioria das crianças não conseguiu resolver, uma vez que o dinheiro é uma variável contínua (indivisível no concreto, como acontece com o exemplo da piza), mas mais abstrata e difícil de visualizar essa concretização.

Apesar de os resultados dos questionários (figura 5) serem positivos no que concerne à criança ter assumido que com a inclusão da parte gráfica no enunciado do problema o ter compreendido melhor e identificado melhor os dados ao cruzar-se esta informação com as resoluções incorretas idênticas obtidas em ambos os conjuntos C1 e C2, conclui-se que os resultados ainda não são conclusivos. Contudo, note-se que as crianças dedicaram mais tempo a relacionar os dados e a retirar conclusões em problemas apresentados em banda desenhada, uma vez que o tempo que demoraram a resolver o C2 foi superior ao dedicado ao C1 e analisaram a banda desenhada para recorrer a estratégias diferentes, tentando resolver no C2 o que não tinham conseguido no C1.

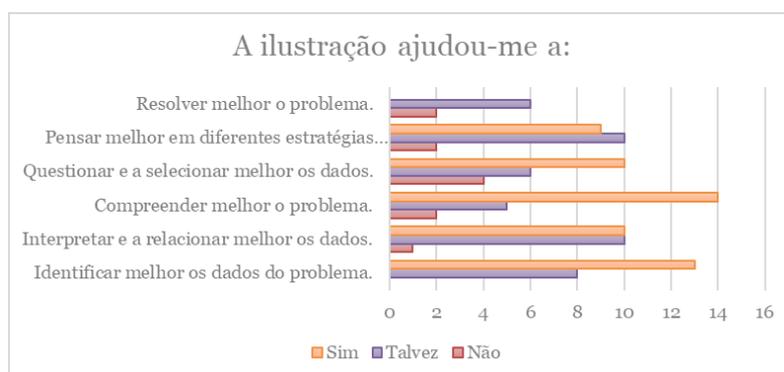


Figura 5 Gráfico obtido através da análise das respostas das crianças ao questionário

O segundo objetivo: registar e analisar as diferentes estratégias utilizadas na resolução de problemas, associada à dimensão gráfica do problema, consistia em perceber se a banda desenhada poderia potenciar a utilização de estratégias de resolução diversificadas e por isso, tornou-se necessário criar uma tabela com parâmetros de análise. Sendo assim, as resoluções



foram organizadas em quatro categorias: simbólicas, se apenas utilizassem símbolos característicos da linguagem matemática, gráficas, desenho ou esquema ou lista ou tabela. Dentro destes parâmetros foram ainda consideradas corretas (C) se contivessem todos os passos necessários à resolução do problema; parcialmente incorretas (PC), se faltassem um passo ou a resposta clara; e incorreta (INC) se a resolução não estivesse de acordo com a solução (ou soluções) solicitadas no enunciado.

Assim, para refletir sobre as estratégias de resolução foram analisadas as resoluções dos problemas enviados para casa e os dados obtidos nos questionários.

Tabela 2: Análise das estratégias de resolução adotadas.

Estratégias de resolução de problemas adotadas	Simbólica			Desenho ou esquema			Gráfico			Lista ou tabela		
	C	PC	INC	C	PC	INC	C	PC	INC	C	PC	INC
P1 - <i>A feirinha da escola</i>	4	-	3	1	3	8	-	-	-	-	1	-
P2 - <i>A piscina</i>	2	6	6	-	-	-	-	1	-	-	1	1
P3 - <i>A festa de aniversário</i>	5			7			-			-		
P4 - <i>A padaria</i>	2	2	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-

O primeiro problema (P1) - *A feirinha da escola* - apresentava o seguinte enunciado:

“A feirinha da escola”

O João e o Miguel ganharam 3 chocolates da mesma marca e do mesmo tamanho numa feirinha da escola. Repartiram-nos entre eles e os seus dois irmãos. Que parte dos chocolates recebeu cada um? Resolva o problema no espaço seguinte, usando palavras, números ou esquemas. Explica, de seguida, como pensaste.

Como se pode verificar este problema era apresentado através de um enunciado verbal. As crianças, na maioria, optaram por resolver o problema com um desenho ou esquema. E encontrou-se ainda uma resolução através de uma tabela.



"A feirinha da escola"

O João e o Miguel ganharam 3 chocolates da mesma marca e do mesmo tamanho numa feirinha da escola. Repartiram-nos entre eles e os seus dois irmãos. Que parte dos chocolates recebeu cada um? Resolve o problema no espaço seguinte, usando palavras, números ou esquemas. Explica, de seguida, como pensaste.

Resolução do Problema

1.ª pessoa	2.ª pessoa	3.ª pessoa	4.ª pessoa
partes de um chocolate			

Explica como resolveste o problema.

Dividi 3 chocolates em quatro partes iguais e dei 3 pedaços a cada um dos irmãos.

Resolução do Problema

Explica como resolveste o problema.

Dei 3 chocolates em 4 x metades de chocolate e dei as partes para os outros irmãos da. O daei 3 pedaços de chocolate para cada um.

Figura 6 Exemplo de resolução do P1 (em formato de tabela e em esquema)

O segundo problema (P2) - *A piscina* - continha uma banda desenhada a representar a situação problema:

"A piscina"

Lê com atenção a seguinte banda desenhada e responde às duas questões seguintes.



Sabendo que esta conversa aconteceu na quarta-feira, que fração de água se perdeu até esse dia? Sabendo dessa perda de água, como se poderia representar em fração o volume da água da piscina nessa quarta-feira? Resolve o problema no espaço seguinte, utilizando palavras, números ou esquemas. Explica como pensaste.

Neste problema, as resoluções foram essencialmente simbólicas, contudo, uma criança optou por uma resolução gráfica e dois por uma lista ou tabela. De facto, constatou-se uma maior diversidade de estratégias de resolução neste problema.

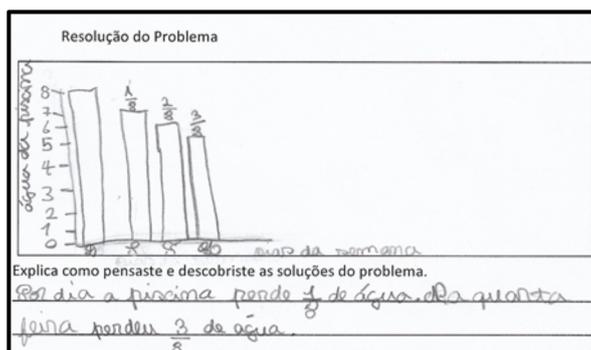


Figura 7 Resolução gráfica do problema

O terceiro problema (P3) - *A festa de aniversário* – não continha componente gráfica:

“A festa de aniversário”

Se tivesses 10 convidados na tua festa de aniversário e quisesses dar a cada um do bolo, será que um bolo chegava?

Em quantas fatias deveria ser cortado o bolo para que cada convidado comesse 2 fatias?

Resolve o problema no espaço seguinte, utilizando palavras, números ou esquemas. Justifica a tua resposta.

Neste obtiveram-se resoluções essencialmente simbólicas ou por desenho ou esquema. O mais interessante neste problema, é verificar que apesar de não conter todos os dados necessários à sua resolução, as crianças tentaram resolver, recorrendo ao desenho para visualizar a situação e um deles conseguiu chegar ao resultado correto, uma vez que cada pessoa comeria $\frac{2}{10}$ do bolo (dado em falta), seriam necessários dois bolos, cada um cortado em 10 fatias.

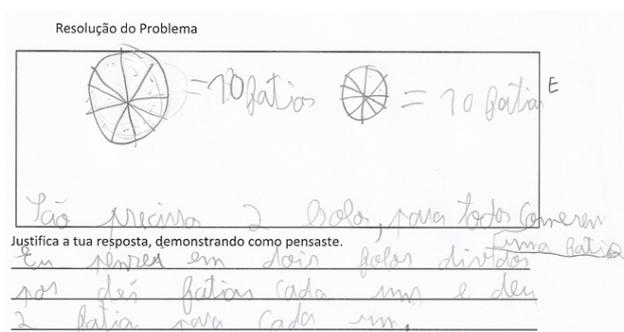


Figura 8 Resolução correta, apesar de ser um problema sem dados suficientes à sua resolução



O último problema (P4) - *A padaria* - continha uma banda desenhada:

"A Padaria"

Lê com atenção a seguinte banda desenhada e responde às duas questões seguintes.



Sabendo que o padeiro fez uma fornada com 52 pastéis, quantos pastéis não foram vendidos? Resolve o problema no espaço seguinte, utilizando palavras, números ou esquemas. Explica como pensaste.

Neste caso, todas as resoluções recebidas se apresentaram puramente simbólicas.

Resolução do Problema

Figura 9 Resolução correta puramente simbólica

Tendo em conta os resultados e uma vez que o número de resoluções do terceiro e quarto problemas foi muito inferior aos restantes, não podemos assumir que a banda desenhada promova a adoção de estratégias diversificadas de resolução de problemas. Contudo, verifica-se pequenos indícios, principalmente nas resoluções do P2 – *A piscina*, nas quais se observou o recurso a uma resolução gráfica (figura 7) e uma maior diversidade de estratégias usadas.

Analisando os dados obtidos nos questionários (figura 5), à afirmação “pensar melhor em diferentes estratégias de resolução”, apenas duas crianças consideraram que não e os restantes optaram pelas hipóteses “sim” ou “talvez”. Uma das crianças ainda escreveu que os problemas com ilustração lhe permite “saber contas, frações”. Evidencia-se a importância pedagógica da utilização de banda desenhada na resolução de problemas, pois parece potenciar a aplicação de estratégias diversificadas na descoberta da solução do problema, apesar de os dados obtidos não permitirem retirar uma conclusão clara.

O último objetivo relaciona-se com a possível motivação para a resolução de problemas matemáticos advir da representação dos mesmos em banda desenhada. Para analisar esse aspeto



recorreu-se à aplicação de um questionário às crianças, uma entrevista à professora cooperante (Apêndice 4) e à observação direta em contexto.

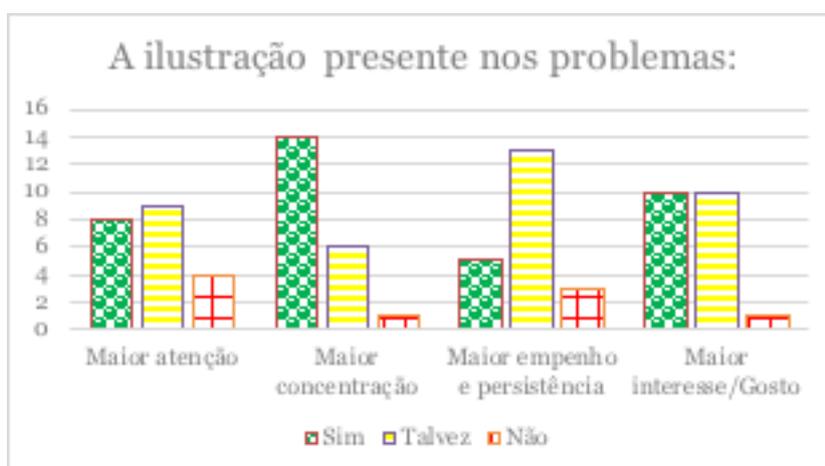


Figura 10 Gráfico obtido através da análise das respostas das crianças ao questionário

Tendo em conta os dados obtidos no questionário, o comentário da professora cooperante: “as crianças conseguem interpretar melhor uma ilustração do que um texto, por mais pequeno que seja” e pelas observações realizadas ao longo do projeto em que foi visível que a turma dedicava mais tempo à análise da banda desenhada do que a um enunciado verbal, mostrando também mais entusiasmo a resolver o problema. Julga-se que a apresentação da situação problema em formato de banda desenhada é mais apelativa e por isso, motiva as crianças a disponibilizarem mais tempo na análise dos dados, o que possivelmente ajudará na resolução de problemas.

Conclusões

O projeto demonstrou alguns indícios de que o recurso à imagem gráfica e/ou banda desenhada influencia o modo como as crianças interpretam e resolvem problemas. Neste processo, constatou-se que as crianças tendem a despende mais tempo na análise de um enunciado em imagem gráfica e/ou banda desenhada, optando por diferentes estratégias de resolução em comparação com as que apresentam enunciados verbais e a empenhar-se mais, possivelmente por ser visualmente mais atrativa.

Ao longo das sessões, as representações visuais, realizadas pelas crianças ou pelo professor, demonstraram ser um processo que permite relacionar os dados. Nesse sentido, se a imagem gráfica e/ou banda desenhada incentiva as crianças a criarem as suas representações, podem ser consideradas um instrumento que facilita a aprendizagem e desenvolve a capacidade de resolução de problemas.



Por outro lado, o recurso à imagem gráfica e/ou banda desenhada permitiu cativar a atenção por ser visualmente mais atrativa do que um enunciado verbal, o que promoveu um maior empenho por parte das crianças, que queriam mais tempo para analisar os enunciados gráficos, conjugando-os com os dados verbais, ao contrário da desmotivação clara perante um enunciado apenas verbal.

Todavia, o pouco tempo de realização do projeto, a associação dos números racionais em todos os problemas, que por si já é um tema complexo no ensino da Matemática e a dificuldade em analisar a motivação não permitiram estabelecer relações de forma a responder com clareza aos objetivos traçados.

Acredita-se ainda que, num futuro projeto de investigação neste âmbito se poderia avaliar o real impacto da imagem gráfica e/ou banda desenhada nos enunciados de problemas de conteúdos matemáticos diversificados e até na formulação de enunciados.

Assim, torna-se evidente que o projeto desenvolvido requeria mais tempo de execução para se refletir ainda mais sobre todo o processo envolvido nas diferentes formas de apresentar um problema, um assunto central na aprendizagem e ensino da Matemática. Neste contexto, Stenhouse (1971, citado por Alarcão, 2001) refere:

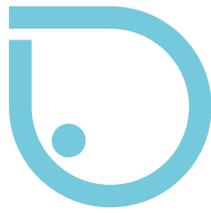
“a melhoria do ensino é um processo em desenvolvimento (...) não se consegue por mero desejo, mas pelo aperfeiçoamento, bem refletido, da competência de ensinar; e (...) o aperfeiçoamento da competência de ensinar se atinge, normalmente, pela eliminação gradual dos aspetos negativos através do estudo sistemático da própria atividade docente” (p.4).

Por isso, acredita-se que o presente projeto de investigação permitiu compreender a importância do ato de aprender e ensinar Matemática de forma a reformular as estratégias pedagógicas adotadas e a potenciar um maior sucesso das crianças. Neste ambiente de resolução de problemas a criança parece estar num processo de (des)construir o conhecimento, neste caso concreto, o enunciado do problema, colocando perguntas para tentar compreender melhor, focalizando a sua atenção no aprender a aprender a resolver problemas.

Por fim, reconhece-se a pertinência de se continuarem a desenvolver projetos de investigação neste âmbito, para melhor se compreender a relação entre a melhoria da capacidade de resolução de problemas e a apresentação dos problemas em imagem gráfica e/ou banda desenhada.

Referências

- APM (1998). *Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM.
- Abú, D. T. (2017). *Aprender e a jogar, que estratégias vou usar? Os números racionais não negativos numa turma de 2.º ano de escolaridade*. Lisboa: Instituto Superior de Educação e Ciências de Lisboa.
- Alarcão, I. (2001). Professor-investigador. Que sentido? Que formação? *Revista Portuguesa de Formação de Professores*, pp.15-24.
- Alves, V. d. (2012). *A construção do conceito de número racional no sexto ano do ensino fundamental*. Maceió: Universidade Federal de Alagoas.



- Almeida, M. (2011). *O Insucesso na Matemática: As Percepções dos Alunos e as Percepções dos Professores*. Porto: Universidade Portucalense.
- Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra. doi:10.14195/978-989-26-0879-2
- Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico*. Braga: Universidade do Minho.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação. Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bortolucci, M., Chiarello, P., Almeida, A., & Megid, M. (jan./jul. de 2018). Problemas não convencionais: estratégias de resolução de crianças dos anos iniciais do ensino fundamental. *cadernoscenpec*, 8 (1), pp.54-77.
- Campos, I. (2016). *A motivação no processo educativo: relação entre os interesses e a aprendizagem da criança*. Porto: Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti.
- Cardoso, T., & Solé, G. (2017). Potencialidades da banda desenhada histórica para o ensino e aprendizagem da História: um estudo com crianças do 1.º ciclo do ensino básico. *Atas do 5.º Encontro Ensinar e Aprender com Criatividade dos 3 aos 12 anos* (pp. 77-90). Viana do Castelo : Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8.ª ed.). Oxon,: Routledge.
- Cruz, J. (2011). Resolver e formular problemas de Matemática: relato de uma experiência no âmbito do acompanhamento do PMEB. In Actas ProfMat, 1-11. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).
- Dante, L. R. (2007). *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. São Paulo: Editora Ática .
- Dombele, J. (2016). *Resolução de Problemas: Análise das dificuldades dos crianças do 5.º ano do ensino fundamental na resolução de problemas matemáticos*. São Paulo: Centro Universitário Católico Salesiano Auxilium .
- Duarte, P., Fernandes, D. M., & Guedes, A. J. (2017). Integração curricular: a Filosofia nas malhas de um problema. Em L. Menezes, A. Ribeiro, H. Gomes, A. P. Martins, & F. Tavares (Edits.), *Atas do XXVIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 343-362). Viseu: Associação de Professores de Matemática.
- Fernandes, D. (1994). *Educação Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico. Apectos Inovadores*. Porto: Porto Editora.
- Fernandes, D. (2006). *Aprendizagens algébricas em contexto interdisciplinar no ensino básico*. Tese de Doutoramento. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Furlanetto, V., Dullius, M., & Althaus, N. (2012) Estratégias de resolução de problemas para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de matemática. *IX ANPED SUL, Seminário de pesquisa em Educação da região sul*, pp. 1-13.
- Instituto de Avaliação Educativa (IAVE). (2018). *Resultados Nacionais das Provas de Aferição*. Lisboa: Direcção-geral da Educação.
- Gomes, J. (2010). *As potencialidades pedagógicas da banda desenhada nas aulas de Português língua não materna* . Porto: Faculdade de Letras da Universidade do Porto.



- Josué, R. M. (2016). *Prática de ensino envolvendo a resolução de problemas: um estudo com uma professora do 2.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Leite, E. C., Ruiz, J. B., Ruiz, A. M., Aguiar, T. F., & Oliveira, M. R. (2005). Influência da Motivação no Processo Ensino-Aprendizagem. *Akrópolis - Revista de Ciências Humanas da UNIPAR*, pp.23-29.
- Mamede, E. (2011). *Sobre o ensino e aprendizagem de frações nos níveis elementares de ensino*. In *Actas ProfMat*, 1-6. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).
- Marôco, J., Gonçalves, C., Lourenço, V., & Mendes, R. (2016). *PISA 2015 - PORTUGAL. Volume I: Literacia Científica, Literacia de Leitura & Literacia de Matemática*. Lisboa: Instituto de Avaliação Educativa.
- Ministério da Educação (2017). *Perfil dos Crianças à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação.
- Ministério da Educação (2018). *Aprendizagens essenciais*. Lisboa: Direção-Geral de Educação.
- Monteiro, C., Pinto, H., & Figueiredo, N. (2005). As frações e o desenvolvimento do sentido do número racional. *Educação e Matemática*, pp. 47-51.
- Monteiro, I. T., Mascarenhas, D. F., & Morgado, C. (2019). Método de Polya e estratégias de compreensão de problemas verbais. Em P. Duarte, A. I. Moreira, F. L. Diogo, D. M. Fernandes, D. A. Ribeiro, J. A. Costa, & M. B. Canha (Edits.), *O 1.º Ciclo do Ensino Básico: Que identidade(s)?* (pp. 155-170). Porto: Escola Superior de Educação do Politécnico do Porto.
- Conselho Nacional de Professores de Matemática (NTCM) (1980). *Na Agenda da Ação: Agenda de Ação: Recomendações para Matemática Escolar dos anos 80*, pp.1-30.
- Oliveira Araman, E., Serrazina, M. d., & Ponte, J. P. (2019). Eu perguntei se o cinco não tem metade": ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(2), pp. 466-490. doi:10.23925/1983-3156.2018v21i2p466-490
- Palha, B. (2017). *A Língua Portuguesa na Resolução de Problemas Matemáticos por Alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico*. Santarém.
- Pimentel, T., & Vale, I. (2004). Resolução de Problemas. Em P. Palhares, *Elementos da Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.
- Pinto, E., & Canavarro, A. P. (2012). O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade. Em O. Magalhães, & A. Folque, *Práticas de investigação em Educação*. Évora: Departamento de Pedagogia e Educação.
- Pinto, J. A. (2003). *Resolução de Problemas: Conceptualização, Concepções Práticas e Avaliação*. Porto. Obtido de <http://tictrabalhodeprojecto.pbworks.com/f/Resolu%C3%A7%C3%A3o%20de%20problemas%20conceptualiza%C3%A7%C3%A3o,%20concep%C3%A7%C3%B5es,%20pr%C3%A1ticas%20e%20avalia%C3%A7%C3%A3o.pdf>
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Polya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.
- Rozal, E., Santo, A., & Chaves, M. (2015). O que se aprende com imagens matemáticas? Uma experiência na Educação de Jovens e Adultos. *Boletim online de Educação Matemática*, 3 (5), pp. 33-50.
- Silva, M. N., Boavida, A. M., & Oliveira, H. (2012). Desenvolvendo o sentido de número racional: que desafios para o professor? *Investigação em Educação Matemática 2012. Práticas de ensino da Matemática* (pp. 201-214). Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Simões, A. R. (2016). *Desafios 2012: a noção de número racional em crianças do 4.º ano de escolaridade*. Leiria: Escola Superior de Educação e Ciências Sociais do Instituto Politécnico de Leiria.



desenvolvimento curricular e didática

Indagatio Didactica, vol. 12 (3), julho 2020
<https://doi.org/10.34624/id.v12i3.20103>

ISSN: 1647-3582

- Shank, G., Pringle, J., & Brown, L. (2018). *Understanding Education Research: A Guide to Critical Reading* (2.^a ed.). New York: Routledge.
- Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de Matemática: um desafio para professores e alunos. *Interações*, 20, pp. 181-207.
- Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2015). Ensinar Matemática com resolução de problemas. *Quadrante*, 2, pp. 39-60.
- Yin, R. K. (2018). *Case Study Research and Applications: Design and Methods* (6.^a ed.). Los Angeles: SAGE.



Apêndice 1 – Conjunto de problemas C1

Resolução de problemas - *Racionais em ação*

1. O Ricardo e o Hugo regressam a casa depois de um dia na Escola e começam a conversar.

Ricardo: *O que é que estudaste hoje na Escola, Hugo?*

Hugo: *Frações.*

Ricardo: *E o que é que tu aprendeste?*

Hugo: *Uma décima do que era suposto eu aprender!*

Depois de leres com atenção o diálogo entre os dois amigos, responde.

Como se representa, em fração, o sucesso da aprendizagem do Hugo, na lição sobre frações? E que parte da lição *não* aprendeu? Explica por palavras, desenhos ou esquemas como chegaste a essa resposta.

2. Quatro amigos comemoraram a vitória de um jogo de futebol na pizzaria. Como o resultado foi 3 a 2, combinaram que cada um comeria de uma pizza. Quantas pizzas devem pedir? Apresenta os desenhos, esquemas, cálculos e racionais utilizados na descoberta da solução do problema.
3. Dois amigos dividiram um terreno em cinco partes com a mesma área para plantarem tulipas, papoilas e girassóis. Sabendo que o terreno tem 75 m^2 de área e que as tulipas ocupam e as papoilas , que área do terreno ocupam os girassóis? Explica por palavras, desenhos, cálculos ou esquemas como chegaste a essa resposta.
4. A Ana foi a uma quinta pedagógica e levou €8,00 no seu porta-moedas. Quando chegou a casa disse à mãe que tinha gasto da quantia que levou. Que quantia lhe sobrou? Mostra por palavras, desenhos ou esquemas como chegaste a essa resposta.



Apêndice 2 – Conjunto de problemas C2

Resolução de problemas - Racionais em ação

Lê com atenção cada uma das bandas desenhadas e responde.

Banda desenhada 1



Como se representa, em fração, o sucesso da aprendizagem do Hugo, na lição sobre frações? E que parte da lição não aprendeu? Explica por palavras, desenhos ou esquemas como chegaste a essa resposta.

Banda desenhada 2



Quantas pizzas devem pedir? Apresenta os desenhos, esquemas, cálculos e racionais utilizados na descoberta da solução do problema.



Banda desenhada 3



Sabendo que o terreno tem 75 m^2 de área, que área do terreno ocupam os girassóis? Explica por palavras, desenhos, cálculos ou esquemas como chegaste a essa resposta.

Banda desenhada 4



Sabendo que a Ana levou €8,00, que quantia lhe sobrou? Mostra por palavras, desenhos ou esquemas como chegaste a essa resposta.



Apêndice 3 – Questionário às crianças

Questionário aos estudantes

Na aprendizagem dos números racionais não negativos resolveste vários problemas, com e sem ilustração. Agora gostaríamos de conhecer a tua opinião sobre a importância da ilustração na capacidade de resolveres problemas.

Por favor, responde de forma sincera ao questionário, justificando todas as tuas opções.

Faz uma cruz na opção que melhor representa a tua opinião, de acordo com os seguintes critérios.

☹ - Não.

☺☺ - Talvez.

☺☺☺ - Sim.

A ilustração presente nos problemas:	☹	☺☺	☺☺☺
Despertou em mim uma maior_ motivação_ para os resolver.			
Fez-me concentrar mais para a resolução.			
Tive mais empenho e persistência.			

A ilustração ajudou-me a:	☹	☺☺	☺☺☺
Identificar melhor os dados do problema. _____			
Interpretar e a relacionar melhor os dados. _____			
Compreender melhor o problema. _____			
Questionar e a seleccionar melhor os dados. _____			
Pensar melhor em diferentes estratégias de resolução. _____			



Resolver melhor o problema. _____			
Gostar mais de resolver problemas. _____			

Outros aspetos que consideres importantes sobre os problemas com ilustração:

--



Apêndice 4 – Entrevista

Entrevista à professora Cooperante

A presente entrevista surge no âmbito de uma investigação desenvolvida no Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico. Com esta entrevista espera-se compreender de que modo as sessões desenvolvidas em sala de aula do projeto de investigação influenciou a capacidade de resolução de problemas dos estudantes. Os dados obtidos são anónimos e todas as informações recolhidas, serão usadas apenas para fins de investigação.

1. Considera que a ilustração dos problemas motiva os estudantes para a sua resolução?

Sim Não Talvez

Justifique a sua resposta. _____

2. No que diz respeito à interpretação e à compreensão do problema, a ilustração é relevante?

Sim Não Talvez

Fundamente a sua resposta. _____

3. E as estratégias de resolução foram alteradas? De que forma?

Outros dados que considere relevantes. _____

Obrigado pela colaboração!