



As múltiplas representações em tarefas e a conexão de conteúdos de matemática: percepções em um curso de formação contínua de professores

The multiple representations in tasks and the connection of mathematical contents: perceptions in a course of continuous formation of teachers

Daniella Assemany

Doutoranda em Ensino e Divulgação das Ciências, Universidade do Porto, Portugal
daniella.assemany@gmail.com

Cecília Costa¹

Centro de Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores – CIDTFF
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal
mcosta@utad.pt

António Machiavelo

Departamento de Matemática, Universidade do Porto, Portugal
ajmachia@fc.up.pt

Resumo:

Este trabalho de investigação pretende contribuir para a discussão sobre as múltiplas representações em tarefas matemáticas. Oferecemos uma oficina de formação contínua para professores, onde eles elaboraram tarefas exploratórias, estruturadas em torno da conexão de conteúdos, e aplicaram-nas em suas turmas nos ensinos básico e secundário, numa atividade colaborativa. A recolha de dados foi efetuada por entrevistas semiestruturadas e focus groups com os formandos, incluindo a produção dos seus alunos, optando-se pela análise de conteúdo como método para análise. Os resultados deste estudo de caso mostraram que os formandos reconhecem as representações múltiplas como uma mais-valia para a aprendizagem.

Palavras-chave: múltiplas representações; conexões; tarefas matemáticas

Resumen:

Este trabajo de investigación pretende contribuir para la discusión sobre las múltiples representaciones en tareas matemáticas. Ofrecemos un laboratorio de formación continua para profesores, donde ellos elaboraron tareas exploratorias, estructuradas en torno a la conexión de contenidos, y las aplicaron en sus clases de educación básica y secundaria, en una actividad colaborativa. La recogida de datos fue efectuada por entrevistas semiestructuradas y grupos focales con los profesores participantes del laboratorio, incluyendo la producción de sus alumnos, optando por el análisis de contenido como método para

¹ Este trabalho é financiado por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto UID/CED/00194/2013.



análisis. Los resultados de este estudio de caso mostraron que los alumnos reconocían las representaciones múltiples como una plusvalía para el aprendizaje.

Palabras claves: múltiples representaciones; conexiones; tareas matemáticas.

Abstract:

This research paper aims at contributing to the discussion about the multiple representations in mathematical tasks. We offered a teacher training workshop where they developed exploratory tasks, structured around the connection of contents, and applied them in their classes in primary and secondary education, in a collaborative activity. Data collection was carried out through semi-structured interviews and focus groups with the teachers, including the production of their students, and content analysis was chosen as a method for analysis. The results of this case study have shown that teachers recognize multiple representations as an added value for learning.

Keywords: multiple representations; connections; mathematical tasks.

Introdução

A conexão de conteúdos é um tema constantemente debatido quando pensamos em educação. Um dos trabalhos mais antigos em matemática sobre o uso de conexões no ensino foi escrito pelo matemático Felix Klein, em 1908: o aluno deve ser habituado, logo desde o início, à interpretação geométrica e intuitiva no plano complexo (Klein, 1908, em Silva, 2010, p. 8). Carreira (2010a) também dá destaque às conexões matemáticas, afirmando que é essencial não desperdiçar as oportunidades de utilizá-las na aprendizagem, integrando e propiciando a coerência dos conceitos, correlacionando-os com os conhecimentos prévios.

Os professores dos ciclos básico e secundário têm sido convocados a participar em formações contínuas para se confrontarem com possibilidades de conexões e meios de abordagem dos programas curriculares, partilhar experiências docentes, (re)descobrir novas metodologias de ensino, etc. O Ministério da Educação e Ciência, através do Conselho Científico-Pedagógico de Formação Contínua – pelo Decreto-lei no 22/2014 –, destaca a importância da formação contínua dos professores como um meio para a melhoria da qualidade do ensino e, consequentemente, do sistema educativo português. Em paralelo, o Plano Nacional de Promoção do Sucesso Escolar (ME, 2016) aponta para um Plano de Ação Estratégica nas escolas que dê diretrizes aos docentes para difundirem conhecimentos e capacidades de forma orientada, desenvolvendo atividades inseridas em projetos de educação ou propostas metodológicas curriculares para reduzir o insucesso escolar. Conforme ME (2016), a formação contínua promove a partilha de conhecimentos e capacidades orientadas para o desenvolvimento profissional dos docentes (p. 1287).



Nessa perspectiva, elaboramos uma investigação com o objetivo de discutir a conceção do professor perante as variadas formas de representação matemática que se podem apresentar na resolução de uma tarefa estruturada na conexão de conteúdos.

Para atingir este objetivo, elaboramos uma oficina de formação contínua destinada a professores de matemática de Portugal, que se apoiou num estudo de tese sobre o engendramento de conteúdos de matemática para o ensino secundário a partir do conceito de vetor. Analisamos as considerações dos professores em duas situações distintas: i) enquanto formandos da oficina – acerca das tarefas apresentadas pelos formadores nas sessões; ii) enquanto professores regentes dos ensinos básico e secundário – sobre o trabalho colaborativo dos seus alunos numa tarefa matemática estruturada em conexões de conteúdos elaborada durante a oficina.

Esperávamos que, no final da oficina, os formandos mostrassem empoderamento docente para utilizar a criatividade e elaborar tarefas matemáticas que recorressem às conexões de conteúdos. No desenrolar da atividade, desejava-se que os formandos fomentassem as múltiplas representações usadas pelos seus alunos, provenientes das tarefas aplicadas, corroborando para a (re)significação de novos conceitos através da associação com os conhecimentos anteriores, produzindo aprendizagem significativa no sentido de Ausubel (1968).

Este artigo tem como finalidade apresentar uma investigação desenvolvida em Portugal, apontando os seguintes aspectos: pressupostos teóricos, questão de investigação, metodologia, contexto e método de recolha de dados, resultados, discussão e conclusões.

Pressupostos teóricos

A fragmentação do currículo de matemática é um tema evidenciado frequentemente quando se quer verificar as potencialidades dos alunos egressos do ensino secundário (Rezende, 2003; Nasser, Souza & Torraca, 2012). Nestes casos, os resultados mostram que a falta de conexão entre os conteúdos propicia um despreparo destes estudantes para o pensamento matemático do ensino superior. Carreira (2010a) destaca que é essencial não desperdiçar as oportunidades de utilizar as conexões matemáticas na aprendizagem, integrando e propiciando a coerência dos conceitos para reduzir não só este problema, mas outros subjacentes à apreensão de conteúdos na escola básica e secundária: os alunos veem a Matemática como uma coleção de procedimentos desconexos e padronizados; tentam absorver um conjunto de métodos (...); esforçam-se por memorizar esquemas de resolução de tarefas de determinados tipos, procuram reproduzir procedimentos (Idem, 2010b, p. 13).

Assemany, Arquieres, Barino, Marques e Silva (2014) apresentaram um estudo em que se desenvolvia a Proposta Metodológica de Ensino, PME², no qual os autores utilizaram a teoria do Registo das Representações Semióticas (Duval, 2013), para explicar a valorização geométrica

2 A PME (Assemany, 2017) é uma proposta de ensino que trata da interrelação de conteúdos de matemática a partir do conceito de vetor, através de uma ótica preliminarmente geométrica.



dos estudantes na aprendizagem a partir do conceito de vetor: (...) houve uma reorganização dos conteúdos da 1ª série deste segmento, permitindo que o ponto de partida fosse vetores. Posteriormente, os conteúdos seguintes começavam a aparecer como um engendramento de noções primeiramente geométricas, provenientes das vetoriais e de suas representações (Assemany et al, 2014, p. 1273).

Para Duval (2013), o que distingue a atividade matemática do ponto de vista cognitivo em relação às outras teorias do conhecimento não deve ser primordialmente o 'conceito', e sim a importância das representações semióticas e sua grande variedade na matemática. Duval defende esta ideia ao observar e analisar a busca pela razão dos bloqueios de compreensão que muitos estudantes experimentam ao depararem-se com os conceitos. Para este autor, são nomeados de 'representação': os sistemas de numeração, as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural (mesmo se for utilizada de outra maneira que não a linguagem corrente), e que foram denominados de Registos de Representação.

Friedlander e Tabach (2001) também apostam na promoção das múltiplas representações como uma abordagem para o conhecimento matemático. Os autores defendem que a apresentação e a natureza dos questionamentos em uma dada tarefa devem sugerir, legitimar, recomendar e, por vezes, exigir, o uso de mais de uma representação no seu desenvolvimento. Dessa forma, o estímulo persistente da experimentação dos alunos com as múltiplas representações, neutraliza as desvantagens de cada uma, aumentando a consciencialização e a capacidade de usar as várias representações na exploração de uma tarefa.

Ressaltamos para o facto de que as múltiplas representações não devem ater-se apenas ao sentido de Duval (2013) e ao de Friedlander e Tabach (2001). Para nós, neste trabalho, 'múltiplas representações', também pode significar:

- ... diferentes estratégias para alcançar...
- ... outras formas de se apresentar...
- ... vários caminhos para se chegar...

Para que o professor do ensino secundário planeie as suas aulas assente na conexão de conteúdos, nós acreditamos na participação ativa dos educandos nas aulas, de modo que eles sejam confrontados a explorar e a investigar tarefas, com posterior discussão em grupo. Por 'tarefa' estamos a considerar a definição de Ponte, Boavida, Graça e Abrantes (1997), em que uma determinada situação de aprendizagem proposta pelo professor – problemas, investigações, exercícios, etc – aponta para um certo conteúdo matemático e proporciona o ponto de partida para o desenvolvimento da atividade³ matemática.

3 Atividade é tudo aquilo que o aluno faz num dado contexto, ou seja, suas ações na execução de determinada tarefa. (Ponte, Boavida, Graça & Abrantes, 1997)



No intuito de possibilitar a participação ativa do professor no contexto escolar, sugerimos a apropriação de sua própria autonomia, de modo a buscar o seu empoderamento para participar não só do planeamento e da didática das aulas, mas também, principalmente, na escolha dos conteúdos a ensinar e na metodologia que vai utilizar. A autonomia docente prevê, dentre outros, a escolha das abordagens e métodos segundo o contexto educativo. Numa aula de matemática onde o professor é empoderado, a criatividade docente é um pressuposto essencial a ser considerado.

(...) os desafios tornam-se maiores, uma vez que se não formamos professores que desenvolvam suas capacidades criativas, não ter-se-ão alunos que também desenvolvam suas capacidades criativas. Entretanto, caso não se inicie pelo professor enquanto co-gestor da formação do aluno em sua vida escolar, possivelmente, as inovações pedagógicas não acontecerão com tanta clareza, relevância e significância. (Nuñez & Santos, 2012, p.157)

Questões de investigação

Diante destas premissas, pretendemos discutir as concepções dos professores (criativos, autónomos e empoderados) acerca das múltiplas representações matemáticas na resolução de uma dada tarefa, que conjuga conexão de assuntos e utiliza o conceito de vetor. A questão central desta investigação é, pois: Quais são as concepções que os professores de matemática têm sobre as múltiplas representações em contexto de tarefa?

Para ajudar a responder esta pergunta foram consideradas as contribuições dos professores de matemática, participantes da oficina de formação. A pesquisa de campo buscará responder às seguintes perguntas específicas:

- 1) A promoção das múltiplas representações em sala de aula, para os alunos, é um fator favorável à aprendizagem?
- 2) A utilização das múltiplas representações pelo professor, em sala de aula, é um fator que salvaguarda a aprendizagem?
- 3) Para se dar uma aprendizagem significativa, de que forma os docentes consentem com a elaboração e aplicação de tarefas (guiadas, exploratórias ou investigativas) estruturadas na conexão de conteúdos?
- 4) Para se dar uma aprendizagem significativa, de que maneira os docentes mostram conjugar a relação entre o ambiente possibilitado pelas tarefas (guiadas, exploratórias ou investigativas) e a promoção das múltiplas representações?

Metodologia

Para apresentar um levantamento das opiniões e percepções dos docentes acerca do uso de múltiplas representações, realizamos um estudo de caso com um grupo de 10 professores de escolas públicas portuguesas (designados por P_i com $i= 1, \dots, 10$), sendo 3 do ensino básico e



7 do ensino secundário, que eram os formandos da oficina de formação: Uma proposta para montar o puzzle dos conteúdos do ensino secundário de matemática a partir do conceito de vetor.

O contexto da pesquisa de campo

No sentido de darmos resposta às questões de investigação, oferecemos uma oficina de formação contínua a professores de Portugal – aqui designados por formandos – a quem foi apresentada a PME (Assemany, 2017), que teve como finalidade principal: i) apresentar formas de conexão de conteúdos aos docentes, tendo o conceito de vetor como elemento de ligação; ii) avaliar o uso que eles faziam dessas interligações; iii) e saber a sua opinião sobre o assunto, quer usassem antes ou não.

O programa curricular da oficina foi elaborado num contexto mais amplo, no qual consideramos importante:

- Gerar situações variadas durante as sessões, em que enfatizamos a necessidade da criatividade dos professores em sala de aula (Nuñez & Santos, 2012);
- Suscitar a utilização de múltiplas representações pelos docentes (Duval, 2013); (Gafanhoto e Canavarro, 2014); (Friedlander e Tabach, 2001) e, conseqüentemente, os incentivarmos a ter o mesmo procedimento com os seus alunos;
- Enaltecer o empoderamento⁴ docente para (re)formular o seu planeamento didático dentro de um mesmo ciclo de ensino, independente dos manuais, elaborando tarefas exploratórias ou investigativas que propiciem o desenvolvimento do conhecimento matemático (Ponte, Boavida, Graça & Abrantes, 1997); (Serrazina, Vale & Fonseca, 2002);
- Convocar os formandos a consciencializarem-se das conexões matemáticas em sala de aula (Carreira, 2010a; 2010b) para propiciarem aprendizagem significativa (Ausubel, 1968) dos seus alunos.

A oficina de formação ocorreu de outubro de 2017 a março de 2018, num total de 50 horas – 25 horas presenciais e 25 horas autónomas. Ao todo foram 10 sessões presenciais de 150 minutos cada uma, em que a metodologia de trabalho foi diversificada: exposição oral dos formadores, trabalhos em pequenos grupos para elaboração e análise de tarefas exploratórias ou investigativas com vista à aplicação a alunos dos formandos, apresentação dos pequenos grupos, discussão em conjunto. As 25 horas autónomas foram organizadas sob a forma de curso virtual na plataforma Moodle.

4 Conforme a Unesco (2017): "Ser um professor empoderado significa ter acesso a uma formação de alta qualidade, salários justos e oportunidades contínuas para o desenvolvimento profissional. Também significa ter liberdade para apoiar o desenvolvimento dos currículos nacionais – e autonomia profissional para escolher as abordagens e os métodos mais apropriados e que possibilitem uma educação mais efetiva, inclusiva e igualitária". (<https://goo.gl/b1CV5t>. Último acesso em 26 junho, 2018)



Método e recolha de dados

A recolha de dados foi efetuada através da produção dos formandos durante o período da oficina, em forma de atividades elaboradas para partilha em grupo, tarefas de reflexão em casa, tarefas de aplicação a alunos, entrevistas semiestruturadas e grupo de discussão focalizada. Em todo o processo, os encontros individuais e as sessões foram gravados e transcritos, assim como o material produzido pelos formandos e seus alunos foi discutido e analisado por todo o grupo.

Escolhemos a metodologia de análise de conteúdo (Bardin, 1977/1995) para tratar e analisar os dados. Pretendeu-se aferir e articular as conceções dos professores acerca das várias estratégias apresentadas tanto pelos colegas no decorrer da oficina, como de seus alunos na exploração ou investigação de uma tarefa.

Os sujeitos da pesquisa apresentaram, dentre outras, ideias relacionadas com as seguintes unidades de registo: tarefas (exploratórias, guiadas, investigativas), conexões, visualização, empoderamento docente, múltiplas representações, trabalho de grupo, autonomia discente. Destas unidades de registo, criamos as categorias: 'Metodologia de Ensino', que se refere aos métodos didáticos para o ensino da matemática, e 'Relevância', que concentra os registos de valorização que os professores destinaram à proposta de conexão de conteúdos a partir do conceito de vetor. As categorias de análise estão apresentadas no Quadro 1 a seguir:

Metodologia de ensino	Relevância
Tarefas	Visualização
Conexões	Empoderamento Docente
Trabalho De Grupo	Múltiplas Representações
	Autonomia Discente

Quadro 1 - Categorias de análise.

Este artigo busca unicamente a reflexão da unidade 'Múltiplas Representações'. No entanto, consideramos importante contextualizarmo-la neste trabalho por percebermos a ligação intrínseca que as outras unidades de registo têm entre si e que darão suporte para a discussão dos resultados.

Resultados

Para a constituição da unidade 'Múltiplas Representações', recorreremos a algumas falas dos formandos que nos servirão de exemplos para a análise, apresentadas na Quadro 2, com grifo nosso para os destaques principais de cada enunciação.



Múltiplas Representações
P1: A experiência de aprendizagem foi indelével, pois para além dos discentes terem revisitado conteúdos lecionados em anos anteriores, <u>a riqueza das resoluções</u> foi indiscutível, potenciando aos discentes a manipulação dos vetores de âmbitos variados.
P7: A compreensão da ligação entre os parâmetros da expressão algébrica e as coordenadas do vetor que transforma os gráficos, permitiu, a nosso ver, uma mais fácil <u>utilização das duas representações em simultâneo</u> e, logo, uma melhor compreensão do tópico em estudo.
P6: Eles tiveram <u>as duas hipóteses de abordar</u> e discutem mesmo em aula. Se uma pessoa puser, como aparecem nos manuais, e eles já tiveram mesmo que fazer: 'determine a equação da mediatriz de um segmento de reta', uns fazem de uma maneira e outros fazem de outra. E depois eles próprios acabam por estar a discutir: 'Olha, a minha maneira é mais fácil, a tua é não sei o quê.', e eles acabam por discutir as duas formas da determinação da equação da mediatriz de um segmento de reta, o que enriquece muito a aula.
P4: Nós também sempre tendemos a dizer aos alunos <u>várias formas de chegarem lá</u> . Eu quando dou distâncias, quando é num plano: 'Gente, isto é o teorema de Pitágoras'. Quando é no espaço, tem mais uma coordenada: 'com a norma do vetor', 'mas também tem a fórmula'.
P10: Eu acho que assim, desta maneira, poderiam aparecer <u>as várias hipóteses de resolução</u> . E eles precisam, depois em discussão, em sala de aula, ver se agarraram-se só ao desenho e fizeram tudo por construção geométrica, e os outros já foram muito mais para além disso. Acho eu que era interessante.

Quadro 2 - Transcrição das falas dos formandos para a categoria de análise Relevância, sub categoria 'Múltiplas Representações'.

Os depoimentos de P1 e P7 convergem para o facto de que a 'riqueza de resoluções' e a 'utilização das duas representações em simultâneo' contribuem para o melhor entendimento da matemática. O formando P6 afirma que, com pelo menos duas 'hipóteses de abordar' um mesmo assunto, propicia-se um espaço comunicativo em sala de aula que é enriquecedor para os alunos. A argumentação sobre os temas, a transparência da abordagem utilizada e a clareza do raciocínio são aspetos de partilha que contribuem para ampliar o campo epistémico do aluno.

O formando P4 enuncia uma prática própria, por acreditar que várias formas (estratégias, meios, ferramentas, recursos, linguagens) só têm a contribuir para a aprendizagem do aluno. No entanto, P4 afirma ser uma abordagem elaborada por ele e entregue 'pronta' para o aluno. Isto difere do que foi apresentado pelos formandos P1, P7 e P6, que incitam os seus alunos a recorrerem às diversas estratégias e representações sem lhes ser mostrado antecipadamente.

A asserção de P10 foi apresentada no contexto em que, numa das sessões da oficina, os formadores apresentaram uma tarefa de índole exploratória para o ensino secundário e solicitaram que os formandos, dispostos em pares, dessem as suas opiniões sobre a mesma, levando em consideração suas experiências e linhas didático-pedagógicas. A tarefa apresenta-se no Quadro 3 a seguir:



Considere uma reta r que contém o ponto $A(-1, 3)$ e tem a direção do vetor $\vec{v} = (2, 1)$.

- Utilize papel milimétrico e esboce a localização do ponto A .
- Determine as coordenadas do ponto B , resultante da transformação provocada pela translação de A segundo \vec{v} . Em seguida, esboce a localização de B .
- Calcule $B - A$. O que observa?
- Trace uma reta r utilizando a ferramenta que julgar mais adequada.
- Considere o ponto C como o resultante da translação de B segundo \vec{v} . Responda: O ponto C pertence à reta r ?
- Faça a translação de C segundo \vec{v} , e designe-o D . Esboce sua localização.
- Determine as coordenadas de seis pontos que pertencem à reta r .
- Escreva B , C e D em função de A e \vec{v} .
- Conjete e escreva uma expressão matemática que represente todos os pontos $P(x, y)$ da reta r .

Quadro 3 - Tarefa exploratória da oficina de formação contínua.

Sobre a tarefa do Quadro 3, P10 dialoga com P7: (o destaque é nosso)

P7: Nós, ao início, pensamos que, se calhar, se eles fizessem mais pontos poderiam ver que os pontos eram colineares, todos. Depois pensamos que na b) eles podiam fazer com régua e esquadro e fazer paralelas ao vetor, e depois fazia uma paralela, ou então até constatavam ao contrário, que o ponto estava em cima da reta e não que a reta passava pelo ponto, se calhar há várias maneiras...

P10: Assim tínhamos várias maneiras de resoluções em sala de aula, não é?

P7: Porque alguns podem não ver logo que o ponto vai pertencer à reta, não é?

Destacamos as observações de P10 e P7 para analisar a enunciação 'várias maneiras de resoluções', porque 'alguns podem não ver logo'.

Ainda sobre a tarefa do Quadro 3, alguns formandos afirmaram que a acharam 'interessante' porque suscitava a **visualização**: (os destaques são nossos)

P4: Pela visualização dos pontos que iam sendo representados, seriam todos colineares, ou seja, pertenciam todos à reta que conduz à expressão da equação vetorial da reta.

P3: Ah, uma visualização é muito interessante.



Discussão

Duval (2013) discute o funcionamento cognitivo dos estudantes pelas formas que representam o seu pensamento, através da análise das suas visualizações, interpretações e exteriorizações em uma dada atividade matemática. Ressaltamos que na literatura, nomeadamente na teoria do Registo das Representações Semióticas, RRS, a visualização indicada por P3 e P4 (sobre a tarefa do Quadro 3) é um elemento destacado como colaborador (ou coadjuvante) para a produção do conhecimento. De acordo com Fainguelernt (1999)⁵, a visualização – na perspectiva de Duval – é um percurso próprio para a construção das figuras, pois está ligada às perceções, representações, transformações, descobertas e comunicações, possibilitando gerar, documentar e refletir sobre as informações visuais.

Conforme o que foi exposto, entendemos que a 'Relevância: Múltiplas Representações' que surgiu da fala dos professores durante as sessões da oficina, pode harmonizar-se numa base teórica sustentada pelo RRS e que inclui a 'Relevância: Visualização'. Além disso, para possibilitar que o discente represente conceitos de variadas formas, é preciso que o professor se aproprie da sua autonomia em sala de aula, modificando o formato de aula expositiva, assegurando a metodologia de trabalho por tarefas e com participação ativa dos alunos em modo de partilha de conhecimento (trabalho de grupo).

Relativamente às questões levantadas na secção 3, temos as seguintes considerações:

1) A promoção das múltiplas representações em sala de aula, para os alunos, é um fator favorável à aprendizagem?

No Quadro 2, os depoimentos de P1 e P7 são sustentados por Gafanhoto e Canavarro (2014), que dão especial importância às representações: (...) são elementos essenciais na compreensão de conceitos e das relações matemáticas; na comunicação de abordagens, de argumentos e de conhecimentos matemáticos; na explicitação de raciocínios; na identificação de conexões entre conceitos matemáticos inter-relacionados (p. 116).

2) A utilização das múltiplas representações pelo professor, em sala de aula, é um fator que salvaguarda a aprendizagem?

A enunciação de P4 no Quadro 2 não fornece garantias de uma aprendizagem significativa (Ausubel, 1968), pois há que determinar se existe relação da mensagem recebida pelo professor com a estrutura cognitiva do aluno. Isto é, para que se tenha uma aprendizagem significativa,

⁵ Fainguelernt (1999) sugere o ensino da geometria ligado ao RRS, nomeadamente, a habilidade de visualizar e representar por meio dos registos semióticos. Assim como esta autora, outros educadores matemáticos, nomeadamente Kaleff (2003), Machado (2003), Lorenzato (2006), também defendem o RRS no ensino da geometria (Semmer, Silva & Neves, 2014).



é preciso agir sobre a informação, seja ela advinda por descoberta (casos dos formandos P1, P7 e P6) ou por receção (caso de P4), reorganizando e elaborando o novo conhecimento.

3) *Para se dar uma aprendizagem significativa, de que forma os docentes consentem com a elaboração e aplicação de tarefas (guiadas, exploratórias ou investigativas) estruturadas na conexão de conteúdos?*

No Quadro 2, destacamos as enunciações de P1, P7 e P6 para exemplificar a relevância que os docentes deram à conexão de conteúdos na elaboração das tarefas e para a aprendizagem. Conforme Carreira (2010b), é muito comum pensar que estas conexões dão-se apenas nas relações – significativas – entre tópicos curriculares. Segundo a autora, como nenhum problema diz respeito exclusivamente a um só tópico (seja ele de funções, geometria ou vetores), para fazer a conexão de ideias matemáticas, não basta perceber que as coisas se ligam: as conexões matemáticas são o verdadeiro currículo, aquele que nenhum documento oficial pode fielmente exprimir porque corresponde a inúmeros caminhos possíveis e a tantas outras formas de tratar a Matemática, os conceitos, as ideias, as tarefas... (Carreira, 2010b, p. 18). É uma conquista individual do empenho docente esta percepção mais aprofundada sobre as conexões, essencialmente por não sobressaírem em documentos oficiais.

4) *Para se dar uma aprendizagem significativa, de que maneira os docentes mostram conjugar a relação entre o ambiente possibilitado pelas tarefas (guiadas, exploratórias ou investigativas) e a promoção das múltiplas representações?*

Destacamos no Quadro 3 as falas de P10 e P7, que ressaltam a importância de metodologias baseadas no ensino em contexto de tarefas como favoráveis ao uso de múltiplas representações. Duval (2013) aponta que, quando os alunos observam diferentes perspetivas de um mesmo conceito e, por conseguinte, diferentes representações semióticas, compreendem com maior facilidade novos conceitos quando buscam interligar a nova representação semiótica com a sua. Dessa forma, a aprendizagem terá mais hipóteses de sucesso. Segundo Gafanhoto e Canavarro (2014), uma estratégia é trabalhar num ambiente que proporcione múltiplas representações, em que as desvantagens de umas possam facilmente ser colmatadas pela combinação com as outras (p. 117). O contexto posto nesta investigação foi o de trabalhar com tarefas.

Conclusões

O curso de formação despertou nos formandos a consciência sobre algumas atitudes docentes que eles não se apercebiam ter, ou mesmo não tinham criado (ou haviam perdido) a prática de as fazer. A articulação de conteúdos no planeamento didático, a importância da utilização das tarefas em trabalho colaborativo e a utilização das múltiplas representações como abordagem para a aprendizagem foram os aspetos que se mostraram com maior destaque.



O emprego das tarefas exploratórias ou investigativas como metodologia didático-pedagógica suscitou o questionamento dos formandos acerca dos seus contributos para o ensino e a aprendizagem da matemática dentro do contexto em que estavam inseridos. A percepção de que estes tipos de tarefas favorecem o trabalho em grupo, e que ambos possibilitam as múltiplas representações, contribuiu para que os formandos pudessem promover a conexão de diversos conteúdos. Não só os formandos se viam livres (ou criativos) para conetar os conteúdos na elaboração das tarefas, como os próprios alunos foram além do esperado, apresentando várias representações e modos de resolução.

Refletindo sobre o papel do professor, esta investigação alertou-nos para um olhar de co-gestão na formação do aluno, isto é, o docente pode assumir seu empoderamento para colaborar ativamente na gestão e decisão acerca do planeamento pedagógico. Isto implica que o processo de elaboração de tarefas (guiadas, exploratórias, investigativas) por meio da conexão de conteúdos seja um plano didático único ao docente e escolhido para aquele contexto escolar. Aplicar o material produzido em ambiente de grupo e permitir a manifestação e partilha das múltiplas representações é um caminho propício à aprendizagem significativa no sentido de Ausubel (1968).

Esta pesquisa pretende dar contribuições a todos os projetos de cunho curricular e que remetam à autonomia do professor, nomeadamente ao Projeto de Autonomia e Flexibilidade Curricular (ME, 2017), que apresenta uma conceção humanizada para a construção do conhecimento a partir de conceitos prévios, fazendo um paralelo com Ausubel (1968). O convite à reflexão e o encorajamento para que escola e professores participem ativa e autonomamente acerca do currículo e todas as suas esferas é um ponto alto deste Projeto (ME, 2017) e que conduz os professores a uma maior liberdade de expressão e ação, possibilitando o empoderamento docente.

Referências

- Assemany, D. (2017). Uma Proposta Metodológica para a Geometria Vetorial no Ensino Médio. *Revista Multimédia de Investigação em Educação*, III, 2. Consultado em 12 de maio, 2018 de <<http://sensos-e.esse.ipp.pt/?p=11918>>
- Assemany, D., Silva, A. S., Arquieres, D. Marques, J. & Barino, M. E. (2014). *Repensando o Currículo de Matemática do Ensino Médio Através do Registro das Representações Semióticas*. Atas do XII Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Vila Real, Portugal. Consultado em 25 junho, 2018 de <https://apps2.utad.pt/files/SPCE2_EIXOS_BOOK%20CC.pdf> (pp. 1272-1281).
- Ausubel, D. (1968). *Educational Psychology: a cognitive view*. (1ª ed.). New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Bardin, L. (1995). *Análise de conteúdo* (L. A. Reto & A. Pinheiro, Trad.). Lisboa: Edições 70. (Publicação original 1977)
- Carreira, S. (2010a). Conexões no Ensino da Matemática – Não basta vê-las, é preciso fazê-las!. *Educação e Matemática*, 110, 1.



- Carreira, S. (2010b). Conexões Matemáticas – Ligar o que se foi desligando. *Educação e Matemática*, 110, 13-18.
- Duval, R. (2013). Registos de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em Matemática: Registos de Representação Semiótica*. pp. 11-33. São Paulo, Brasil. Ed. Papyrus, 8ªed (1ª reimpressão).
- Fainguelernt, E.K. (1999). Educação matemática, representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artmed.
- Friedlander, A. & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. In Cuoco, A.A. & Curcio, F. R. (eds.). *The roles of representation in school mathematics* (pp. 173-185). Reston, VA: NCTM.
- Gafanhoto, A.P. & Canavarro, P. (2014). A adaptação das tarefas matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações. In: Ponte, J.P. (org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. pp. 113-132. Lisboa. Edição: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ministério da Educação (2016). *Plano Nacional de Promoção do Sucesso Escolar*. Lisboa: Direção Geral de Educação. Consultado em 26 junho, 2018 <http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/PNPSE/npse_edital.pdf>.
- Ministério da Educação (2017). *Projeto de Autonomia e Flexibilidade Curricular dos Ensinos Básico e Secundário*. Lisboa: Direção Geral de Educação. Consultado em 30 junho, 2018 <http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/despacho_5908_2017.pdf>
- Nasser, L., Souza, G.A & Torraca, M.A. (2012, outubro). *Transição do Ensino Médio Para o Superior: Como Minimizar as Dificuldades Em Cálculo?*. Atas do V Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática, Petrópolis, Brasil. Consultado em 26 junho, 2018, de <http://www.sbembrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT04/CC18595006768_A.pdf>
- Nuñez, I.B. & Santos, F.A. (2012). O Professor e a Formação Docente: a criatividade e as crenças educativas onde estão?. *Holos*, 28, (2), 148-165. Consultado em 26 junho, 2018 de <<http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/797/538>>
- Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M. & Abrantes, P. (1997). *Didáctica da matemática: Ensino secundário*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário.
- Rezende, W. (2003). *O ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica*. (Tese de Doutoramento, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, Brasil). Consultado em 30 setembro, 2017 de <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/pt-br.php>>.
- Semmer, S., Silva, S.C.R. & Neves, M.C. (2014). Arte e Matemática: Teoria de Registos de Representação Semiótica e Proposta Triangular. *Revista Ciências & Ideias*, 5, (2), pp. 19-34. Consultado em 25 junho, 2018 de <<http://revistascientificas.ifrj.edu.br:8080/revista/index.php/reci/article/view/381>>
- Serrazina, L., Vale, I. & Fonseca, H. (2002). O papel das investigações matemáticas e profissionais na formação inicial de professores. In: Ponte, J.P. et al. (Orgs.). *Actividades de investigação na*



aprendizagem da matemática e na formação de professores. Lisboa: pp. 41-58. Consultado em 26 junho, 2018 < http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_04_LSerrazina.pdf>

Silva, J.C. (2010). Conexões Matemáticas no Ensino Secundário. *Educação e Matemática*, 110, pp. 7-12.

Unesco (2017). *Liberdade para ensinar, empoderar os professores*. Mensagem dos dirigentes da UNESCO, da OIT, do UNICEF, do PNUD e da Education International, por ocasião do Dia Mundial dos Professores, 5 de outubro de 2017. Consultado em 25 junho, 2018 < <https://goo.gl/b1CV5t>>