

Revista Estudos do I.S.C.A.A., IIª Série, 6/7 (2000/2001)

**PONTO CRÍTICO DAS VENDAS EM EMPRESA
MULTIPRODUTO. PROPOSTA DE FORMALIZAÇÃO**

RUI MÁRIO MAGALHÃES GOMES MOTA

rui.mota@isca.ua.pt

PROF. ADJUNTO DO I.S.C.A.A.

RESUMO

Apresentam-se e demonstram-se, no artigo que se segue, fórmulas de determinação do ponto crítico das vendas em empresa multiproduto. A determinação do ponto crítico das vendas em empresa multiproduto é efectuada - tanto quanto é do nosso conhecimento - somente com base em processos indirectos (ou seja, não formalizados), entre os quais se conta o "método dos agregados". Daí a proposta de formalização que, de seguida, se expõe.

Partiremos de uma empresa monoproduto, isto é, que comercializa um tipo de mercadoria, presta um só tipo de serviço ou obtém e vende um tipo único de produto; passamos, depois, a uma empresa multiproduto. Na linha da exposição clássica, deduziremos fórmulas de determinação do ponto crítico tanto em termos de quantidades vendidas como de valores de venda.

1. Com o presente texto visa-se demonstrar fórmulas proporcionando a determinação do ponto crítico das vendas em empresa multiproduto. Partiremos de uma empresa monoproduto, isto é, que comercializa um tipo de mercadoria, presta um só tipo de serviço ou obtém e vende um tipo único de produto; passamos, depois, a uma empresa multiproduto.¹ Na linha da exposição clássica, deduziremos fórmulas de determinação do ponto crítico, tanto em termos de quantidades vendidas como de valores de venda.

2. A dedução de fórmulas de determinação do ponto crítico das vendas é, tanto quanto é do nosso conhecimento, apresentada - mesmo em publicações da especialidade - apenas para empresas monoproduto. Não será, porém, ousado afirmar que a empresa monoproduto é realidade pouco frequente: sucederá, quase sempre, que uma mesma empresa comercializa, presta e, ou, obtém e vende tipos variados de mercadorias, serviços ou produtos; ainda que se esteja perante unidade económica centrada em específico ramo de actividade.

3. Daí a nossa surpresa ao verificarmos que a determinação do ponto crítico das vendas em empresa multiproduto é efectuada com base em processos indirectos, entre os quais se conta o “método dos agregados”, de cuja aplicação adiante (em anexo) trataremos.

¹ A expressão “empresa multiproduto” designa unidades económicas comercializando tipos variados de mercadorias, e, ou, prestando tipos diversos de serviços e, ou, obtendo e vendendo vários tipos de produtos. O que releva não é, porém, a especialização: uma empresa especializada na venda de uma única ferramenta, de dois tipos, A e B, é - para efeitos da nossa análise - multiproduto, se A e B proporcionarem diferentes margens unitárias de contribuição ou diferentes taxas de margem. Com o termo multiproduto referimo-nos, por facilidade de exposição, a tipos vários de bens e, ou, serviços e não apenas a produtos em sentido estrito.

4. A determinação do ponto crítico das vendas insere-se na análise (de âmbito mais vasto) “custo-volume-resultados”² e assenta em pressupostos que há que ter presentes.

5. Embora com sensíveis diferenças de exposição, as obras da especialidade estabelecem, essencialmente, o seguinte quadro de pressupostos, dentro do qual são válidas a determinação do ponto crítico das vendas e a análise “custo-volume-resultados”:³

- a) O(s) preço(s) unitário(s) de venda é(são) constante(s);
- b) Os custos podem, com razoável segurança, ser identificados como fixos ou variáveis;
- c) Os custos variáveis são proporcionais relativamente ao nível de actividade, isto é, os custos variáveis unitários são constantes;
- d) Os custos fixos mantêm, no seu total, o mesmo valor;
- e) A empresa assenta a sua actividade num só tipo de mercadoria, serviço e, ou, produto, ou, alternativamente - isto é, tratando-se de empresa multiproduto -, admite-se que o “mix” das vendas (peso das quantidades vendidas por produto, relativamente à quantidade total das vendas) é previsível;

² “Análise custo-volume-resultados” é a tradução consagrada, entre nós, da expressão anglo-americana “cost-volume-profit analysis”. A justeza da tradução é, porém, questionável: se o que está em causa é, fundamentalmente, analisar o impacto das variações do volume de actividade nos custos e nos resultados - sendo o volume de actividade a variável independente por excelência -, não deveria antes traduzir-se a expressão por análise “volume-custo-resultados”?

³ Atente-se, entre muitos outros, em: Helmkamp (1990:244); Horngren, Foster e Datar (1994:65); Hansen e Mowen (2000:720). Horngren, Foster e Datar realçam outros pressupostos, por exemplo, a não consideração da variável valor do dinheiro no tempo (“time value of money”); esta explicitação não parece, no entanto, fundamental, tendo presente que a referência ao curto prazo está subjacente ao modelo.

f) Utiliza-se o sistema de custeio variável, ou, mais precisamente, variável simples.⁴

6. Pode, portanto, afirmar-se que:

- O quadro de pressupostos admitido conduz a um modelo simplificado de funções lineares de resultados (em consequência de 5.a), 5.c), 5.d) e 5.f)), no qual a produtividade (inverso do custo) é constante e os resultados dependem de uma única variável, isto é, das vendas, em quantidades ou em valores; esta dependência provém, em particular em empresas transformadoras, do pressuposto 5.f);
- Como “pano de fundo”, viabilizando os pressupostos explicitados, está implícito que a análise refere-se ao curto prazo (atente-se em 5.d)) e que as variações da actividade situam-se dentro de “intervalo relevante” (vide 5.a), 5.c) e 5.d)).

7. No quadro de pressupostos explicitado, a determinação formalizada do ponto crítico das vendas em **empresa monoproduto** assenta numa das duas seguintes relações: ⁵

⁴ O custeio variável simples distingue-se do variável evoluído, pelo facto de, neste, o custo dos produtos incluir, para além da componente variável do custo de produção, a componente fixa directa. Recorde-se, por outro lado, que a análise do ponto crítico das vendas também pode ser efectuada - vide, por exemplo, Horngren, Foster e Datar (1994:320) - noutros sistemas de custeio, por exemplo no completo, em modelos de maior complexidade.

⁵ Atente-se em Matos Carvalho (1995).

1) $Rop = (P_{uv} - C_{vu}) \cdot Q_v - C_f$, ou

2) $Rop = V \cdot T_m - C_f$, em que:

Rop designa os resultados operacionais;⁶

P_{uv} , o preço unitário de venda;

C_{vu} , o custo variável unitário;

Q_v , as quantidades vendidas (vendas totais expressas em quantidades);

C_f , os custos fixos;

V , o valor das vendas (vendas totais expressas em unidades monetárias);

T_m , a taxa de margem, isto é, a percentagem representativa da margem de contribuição sobre o valor das vendas; sendo $T_m = (V - C_v) : V$, em que C_v representa os custos variáveis totais, ou, o que dentro dos pressupostos do modelo vale pelo mesmo, $T_m = (P_{uv} - C_{vu}) : P_{uv}$.

8. Observe-se que:

a) As relações expostas apenas são válidas, em particular em empresas transformadoras, em sistema de custeio variável simples, no qual não há “stockagem” de custos fixos, sendo estes “descarregados”, como custos de período, na demonstração dos resultados;

b) A segunda relação, $Rop = V \cdot T_m - C_f$, resulta da primeira; com efeito: $Rop = (P_{uv} - C_{vu}) \cdot Q_v - C_f \Rightarrow Rop = V - C_v - C_f = V \cdot (1 - C_v/V) - C_f = V \cdot T_m - C_f$.

⁶ Na linha de diversos autores, que expressamente se referem, nesta matéria, ao “operating income”- vide, por exemplo, Horngren, Foster e Datar (1994:62) e Hansen e Mowen (2000:706) -, entendemos que a determinação do ponto crítico e a análise “custo-volume-resultados” devem cingir-se aos resultados operacionais. Se se alargar a análise aos resultados correntes, o pressuposto 5.b) perde realismo, dada a dificuldade de previsão, dentro dos custos financeiros, da componente associada às variações da actividade.

9. Pretendendo-se determinar o ponto crítico, isto é, o nível das vendas para o qual os custos e os proveitos operacionais totais se igualam, ou em que - traduzindo, do nosso ponto de vista, o essencial em termos de análise empresarial daquilo que o modelo transmite - a margem de contribuição total iguala os custos fixos, temos, com base nas relações expostas:

. tomando 7.1) e para $R_{op} = 0$, vem: $(P_{uv} - C_{vu}) \cdot Q_v - C_f = 0 \Rightarrow Q_v = C_f / M_{uc}$,

fórmula em que M_{uc} designa a margem unitária de contribuição ($P_{uv} - C_{vu}$) e que proporciona a determinação do ponto crítico das vendas em quantidades;

. tomando 7.2) e para $R_{op} = 0$, vem: $V \cdot T_m - C_f = 0 \Rightarrow V = C_f / T_m$, fórmula que proporciona a determinação do ponto crítico em termos de valores, ou seja, das vendas expressas em unidades monetárias.

10. Até ao momento, não fizemos, porém, nada mais do que sintetizar o que está exposto em publicações especializadas. Trata-se, agora, de alargar a análise a **empresas multiproduto**, mantendo-nos no domínio da formalização; seguiremos, como já referimos, a exposição clássica, ou seja, determinaremos o ponto crítico das vendas em termos de quantidades e de valores.

11. Assim sendo, continuando no mesmo quadro de pressupostos e designando por r os factores de “mix”, isto é, as percentagens representativas das quantidades vendidas de cada produto, relativamente à quantidade total das vendas,⁷ vem (tomando, para já, apenas dois artigos P1 e P2):

- $Q_{v1} = r_1 \cdot Q_v$, sendo r_1 o factor de “mix” de P1;
- $Q_{v2} = r_2 \cdot Q_v$, sendo r_2 o factor de “mix” de P2; em que:

⁷ Poder-se-ia, em alternativa, definir o “mix” em termos do valor das vendas de cada produto relativamente ao valor total das vendas. A análise conduziria, no entanto, a conclusões equivalentes, razão por que assentamos no “mix” com base em quantidades.

- $r_1 + r_2 = 1$ (= 100%)
- e Q_{v1} e Q_{v2} simbolizam as quantidades vendidas de, respectivamente, P1 e P2.

12. Resulta, então, tomando a relação 7.1) e tendo presente que os dígitos 1 e 2 significam que os itens a que respeitam referem-se, respectivamente, a P1 e P2:

$$Rop = (P_{uv1} - C_{vu1}) \cdot Q_{v1} + (P_{uv2} - C_{vu2}) \cdot Q_{v2} - C_f, \text{ ou:}$$
$$Rop = Muc1 \cdot Q_{v1} + Muc2 \cdot Q_{v2} - C_f$$

E dado que:

$$Q_{v1} = r_1 \cdot Q_v$$

e $Q_{v2} = r_2 \cdot Q_v$, vem, substituindo:

$$Rop = Muc1 \cdot r_1 \cdot Q_v + Muc2 \cdot r_2 \cdot Q_v - C_f;$$

Donde, para $Rop = 0$ e pondo em evidência Q_v , resulta:

$$Q_v = \frac{C_f}{Muc1 \cdot r_1 + Muc2 \cdot r_2}$$

Isto é, o ponto crítico das vendas em empresa biproducto é, em termos de quantidades, dado pelo montante dos custos fixos dividido pela soma das margens unitárias de contribuição dos dois produtos, ponderadas pelos respectivos factores de “mix”.

13. É claro que o que vale para dois produtos vale para n , sendo n número natural; donde, considerando uma empresa com n produtos, teríamos:

$$Rop = (P_{uv1} - C_{vu1}) \cdot Q_{v1} + \dots + (P_{vun} - C_{vun}) \cdot Q_{vn} - C_f,$$

pelo que, percorrendo os passos expostos em 11. - ou seja, substituindo Q_{vi} por $r_i \cdot Q_v$ e pondo em evidência Q_v -, viria:

$$Q_v = \frac{C_f}{\sum_{i=1}^n Muc_i.r_i}$$

Isto é, o ponto crítico das vendas em empresa multiproduto é, em termos de quantidades, dado pelo montante dos custos fixos dividido pelo somatório das margens unitárias de contribuição dos n produtos, ponderadas pelos respectivos factores de “mix”.

14. Passando à determinação do ponto crítico em termos de valor das vendas e considerando, para já, uma empresa biproduto, podemos partir da fórmula do ponto crítico em quantidades, que é (como acabou de se ver):

$$Q_v = \frac{C_f}{Muc_1.r_1 + Muc_2.r_2}$$

Com base na qual, decompondo as margens unitárias de contribuição, resulta:

$$Q_v = \frac{C_f}{Puv_1.r_1 - Cvu_1.r_1 + Puv_2.r_2 - Cvu_2.r_2}$$

Ora, multiplicando o primeiro e o segundo membros desta relação por $(Puv_1.r_1 + Puv_2.r_2)$, obtemos:

$$Q_v.(Puv_1.r_1 + Puv_2.r_2) = \frac{C_f.(Puv_1.r_1 + Puv_2.r_2)}{Puv_1.r_1 - Cvu_1.r_1 + Puv_2.r_2 - Cvu_2.r_2}$$

Donde, dividindo o numerador e o denominador do segundo membro por $(P_{uv1} \cdot r1 + P_{uv2} \cdot r2)$, chegamos a, notando que no primeiro membro está o valor das vendas no ponto crítico:

$$V = \frac{Cf}{\frac{P_{uv1} \cdot r1 - C_{vu1} \cdot r1 + P_{uv2} \cdot r2 - C_{vu2} \cdot r2}{P_{uv1} \cdot r1 + P_{uv2} \cdot r2}}$$

Equivalente a:

$$V = \frac{Cf}{\frac{P_{uv1} \cdot r1 + P_{uv2} \cdot r2 - C_{vu1} \cdot r1 - C_{vu2} \cdot r2}{P_{uv1} \cdot r1 + P_{uv2} \cdot r2}}$$

Equivalente, por seu turno, a:

$$V = \frac{Cf}{1 - \frac{C_{vu1} \cdot r1 + C_{vu2} \cdot r2}{P_{uv1} \cdot r1 + P_{uv2} \cdot r2}}$$

Acentuando-se que nesta fórmula o denominador representa a taxa de margem ponderada pelos factores de “mix”. Donde: o ponto crítico das vendas em empresa biproduto é, em termos de valores, dado pelo montante dos custos fixos dividido pela taxa de margem dos dois produtos, ponderada pelos respectivos factores de “mix”.

15. Pelo que, generalizando, isto é, considerando uma empresa com n produtos (sendo n número natural), teríamos, percorrendo os passos expostos em 14.:

$$V = \frac{Cf}{1 - \frac{\sum_{i=1}^n Cvui.ri}{\sum_{i=1}^n Puvi.ri}}$$

Deste modo, o ponto crítico das vendas em empresa com n produtos é, em termos de valores, dado pelo montante dos custos fixos dividido pela taxa de margem dos n produtos, ponderada pelos respectivos factores de “mix”.

16. Concluindo, sublinhamos que:

- a) As fórmulas de determinação do ponto crítico para empresas multiproduto são, em termos de quantidades e de valores, equivalentes às apresentadas para empresas monoproduto: custos fixos divididos ou pela margem unitária de contribuição ou pela taxa de margem, considerando as devidas ponderações pelos factores de “mix”;
- b) O ponto crítico das vendas em empresas multiproduto é determinável através de relações que resultam da extensão (para empresas multiproduto) das relações de resultados que, dentro do quadro de pressupostos explicitado, são válidas em empresas monoproduto; relações essas que, dentro do mesmo quadro de pressupostos, também são válidas para empresas multiproduto;
- c) Na determinação do ponto crítico das vendas em empresas multiproduto, não é necessário recorrer a métodos indirectos, de que o “método dos agregados” constitui exemplo;
- d) Pode interessar determinar os efeitos na taxa de margem ponderada de alterações em custos ou em preços de venda, com eventuais reflexos no “mix”; a determinação do ponto crítico das vendas e, mais geralmente, a análise “custo-volume-resultados” a

partir da taxa de margem ponderada pode, com efeito, evidenciar aspectos não salientados através da margem de contribuição ponderada.

ANEXO

Considere-se uma empresa que comercializa três produtos - A, B e C - e admita-se que, em dado período, verificou-se (valores em contos):

	Produto A	Produto B	Produto C
Unidades vendidas	12.000	5.000	3.000
Preços unitários de venda	2	2,5	3
Custos variáveis unitários	1,6	1,75	1,95

Suponha-se, também, que os custos fixos totalizaram, no período em causa, 10.000 contos.

Dentro dos pressupostos do modelo, apresentam-se os seguintes métodos, entre outros possíveis, de determinação do ponto crítico:

1. Ponto crítico determinado por **processos directos**

a) Em termos de unidades de venda e tendo em conta os factores de "mix" implícitos no exemplo (0,6, 0,25 e 0,15, respectivamente para A, B e C), vem:

$$Q_v = \frac{C_f}{\sum_{i=1}^3 Muci \cdot ri} = 10.000 : (0,4 \times 0,6 + 0,75 \times 0,25 + 1,05 \times 0,15) =$$

$$= 10.000 : 0,585 = 17.094 \text{ unidades,}$$

a que correspondem, desagregadamente, tendo em conta os factores de “mix”, 10.256 unidades de A, 4.274 unidades de B e 2.564 unidades de C, pelos valores de venda de, respectivamente, 20.512 c., 10.685 c. e 7.692 c., totalizando 38.889 contos.

b) Em valor de vendas e tendo em conta os factores de “mix” implícitos, vem:

$$V = \frac{Cf}{1 - \frac{\sum_{i=1}^3 C_{vui}.ri}{\sum_{i=1}^3 P_{uvi}.ri}} = 10.000 : (1 - \frac{1,6 \times 0,6 + 1,75 \times 0,25 + 1,95 \times 0,15}{2 \times 0,6 + 2,5 \times 0,25 + 3 \times 0,15}) = 38.889;$$

A taxa de margem ponderada é, portanto, 0,25714, situando-se o ponto crítico, em termos de valor, em 38.889 contos; efectuando a desagregação deste valor pelos produtos A, B e C, resulta (sendo o peso do valor das vendas de cada produto no total das vendas, dado por

$$P_{uvi}.ri : \sum_{i=1}^3 P_{uvi}.ri :$$

Para A: $38.889 \times (1,2 : 2,275) = 20.512 \text{ c.};$

Para B: $38.889 \times (0,625 : 2,275) = 10.685 \text{ c.};$

Para C: $38.889 \times (0,45 : 2,275) = 7.692 \text{ c..}$

Correspondendo a 10.256, 4.274 e 2.564 unidades, de, respectivamente, A, B e C.

2. Ponto crítico determinado por processos indirectos (“método dos agregados”):

Tomando um agregado, isto é, qualquer conjunto representativo dos produtos comercializados pela empresa, reflectindo o “mix” das vendas, vem, para um agregado de 20 unidades (englobando, conforme o “mix”, 12 unidades de A, 5 de B e 3 de C):

a) Em termos de unidades

Margem de contribuição do agregado: $12 \times 0,4 + 5 \times 0,75 + 3 \times 1,05 = 11,7$ contos;⁸

Donde: ponto crítico das vendas em termos de unidades: $10.000:11,7 = 854,7$ agregados; logo, como cada agregado engloba 20 unidades, o ponto crítico das vendas em termos de unidades é dado por: $854,7 \times 20 = 17.094$ unidades; a desagregação por produtos, em unidades e valores, efectuar-se-ia de imediato, nos mesmos termos que em 1.a); ou, directamente e com base na composição de cada agregado, far-se-ia, para A: $854,7 \times 12 = 10.256$ unidades; para B: $854,7 \times 5 = 4.274$ unidades; para C: $854,7 \times 3 = 2.564$ unidades, passando-se, depois, a valores.

b) Em termos de valores

Taxa de margem do agregado de 20 unidades = $1 - (\text{Custo variável do agregado} : \text{Valor de venda do agregado}) = 1 - ((1,6 \times 12 + 1,75 \times 5 + 1,95 \times 3) : (2 \times 12 + 2,5 \times 5 + 3 \times 3)) = 0,25714$; esta taxa iguala a taxa de margem ponderada, determinada em 1.b), como teria que suceder, por se terem respeitado os factores de “mix”. E dado que a taxa de margem do agregado é a taxa de margem ponderada, resulta que o ponto crítico das vendas em termos de vendas totais (e não do agregado) é dado por: $10.000 : 0,25714 = 38.889$ contos. A desagregação por produtos, em valores e unidades, efectuar-se-ia de imediato, nos mesmos termos que em 1.b).⁹

⁸ 11,7 contos correspondentes a vinte vezes a margem unitária de contribuição ponderada, como teria que suceder, visto que o agregado engloba 20 unidades e respeita os factores de “mix”.

⁹ O “método dos agregados” está exposto, entre outros autores, por Margerin e Ausset (1990:295), mas apenas com base na margem de contribuição do agregado, já não na taxa de margem.

BIBLIOGRAFIA

- HANSEN, Don R., MOWEN, Maryanne M., (2000), "Cost Management. Accounting and Control", South-Western College Publishing, Cincinnati, Ohio, 3ª Ed..
- HELMKAMP, John G., (1990), "Managerial Accounting", John Wiley & Sons, New York, 2ª Ed..
- HORNGREN, Charles T., FOSTER, George, DATAR, Srikant M., (1994), "Cost Accounting. A Managerial Emphasis", Prentice Hall International Editions, Englewood Cliffs, New Jersey, 8ª Ed..
- MARGERIN, Jacques, AUSSET, Gérard, (1990), "Contabilidade Analítica. Utensílio De Gestão - Ajuda À Decisão", Ediprisma, Lisboa.
- MATOS CARVALHO, José Manuel de, (1995), "O Custeio Variável e a Indústria. Uma Opinião Crítica", em Jornal de Contabilidade, Boletim da APOTEC nº 225, Dezembro de 1995.